Harry J. GENSLER

Introdução à LÓGICA

SUMÁRIO

Título original: *Introduction to Logic – Second Edition*
© 2010, Routledge, New York
ISBN 978-0-415-99651-8

Tradução: *Christian Marcel de Amorim Perret Gentil Dit Maillard*

Direção editorial: *Claudiano Avelino dos Santos*
Coordenação de revisão: *Tiago José Risi Leme*
Revisão técnica: *Edelcio Gonçalves de Souza*
Gustavo Rick Amaral
Revisão: *Tiago José Risi Leme*
Iranildo Bezerra Lopes
Diagramação: *Dirlene França Nobre da Silva*
Capa: *Marcelo Campanhã*
Impressão e acabamento: PAULUS

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Gensler, Harry J.
Introdução à lógica / Harry J. Gensler; [tradução Christian Marcel de Amorim Perret Gentil Dit Maillard]. — São Paulo: Paulus, 2016. — Coleção Lógica.

Título original: Introduction to logic.

ISBN 978-85-349-4083-2

1. Filosofia 2. Lógica - Introduções I. Título. II. Série.

14-11850 CDD-160

Índice para catálogo sistemático:
1. Lógica: Filosofia 160

1ª edição, 2016

Rua Francisco Cruz, 229 • 04117-091 – São Paulo (Brasil)
Tel.: (11) 5087-3700 • Fax: (11) 5579-3627
paulus.com.br • editorial@paulus.com.br

ISBN 978-85-349-4083-2

PREFÁCIO

Esta é uma *Introdução à Lógica* abrangente. Ela cobre:

- silogismos;
- aspectos informais de raciocínio (como significado e falácias);
- raciocínio indutivo;
- lógica proposicional e quantificacional;
- lógica modal, deôntica e de crenças;
- a formalização de uma teoria ética sobre a regra de ouro; e
- metalógica, história da lógica, lógica deviante e filosofia da lógica.

Devido a esse amplo escopo, este livro pode ser utilizado para cursos básicos de lógica (onde professores podem escolher a partir de uma variedade de tópicos) ou mais avançados (incluindo cursos de graduação). O manual do professor e o fim do Capítulo 1 falam sobre quais capítulos são suscetíveis para que tipo de curso.

A primeira edição da Routledge saiu em 2002. Dentre suas características-chave estavam presentes: (a) escrita clara, direta e concisa; (b) exemplos e argumentos interessantes, frequentemente sobre vida cotidiana ou de grandes filósofos; (c) maneiras mais simples de testar argumentos, incluindo o teste da estrela para silogismos e uma maneira mais fácil de fazer provas e refutações; (d) amplo escopo de materiais (mais amplo que qualquer texto de lógica); (e) aplicabilidade para autoestudo e preparação para testes como LSAT; (f) preços competitivos (um terço do custo de alguns concorrentes); e (g) o programa instrucional (que aleatoriamente gera problemas, fornece *feedback* em respostas, fornece ajuda e explicações e registra o progresso). Estou contente em como a primeira edição foi recebida.

Eu efetuei diversas melhoras nesta segunda edição. Dispus os capítulos de maneira mais lógica; portanto, agora eles vão, *grosso modo*, do mais fácil ao mais difícil. Adicionei novos capítulos sobre história da lógica, lógica deviante e filosofia da lógica; portanto, o escopo do livro é ainda mais amplo que o anterior. Eu melhorei as falácias informais, adicionei inferências à melhor explicação e corrigi alguns erros de digitação. Eu revisei três seções difíceis: sobre traduções relacionais, provas em lógica

de crenças e completude. Eu fiz muita alteração de explicações (por exemplo, veja as seções sobre o teste da estrela, diagramas de Venn e provas). Eu alterei alguns exercícios. Acrescentei um apêndice com sugestões de leituras adicionais. Adicionei um índex real (previamente havia somente um índex de nomes); portanto, agora é mais fácil buscar por um tópico. E adicionei uma lista conveniente de regras na parte interna das capas. Eu cortei duas partes que foram pouco utilizadas: o apêndice em como fazer o *download* de LogiCola e utilizá-lo (agora é tão fácil de se fazer o *download* do programa e utilizá-lo de maneira que esse apêndice é desnecessário) e o glossário (que apenas repetia definições do texto). Eu tentei manter as coisas breves; apesar das adições, o livro é somente 23 páginas mais longo do que o primeiro. Por fim, eu reescrevi massivamente no programa instrucional LogiCola em Windows (cuja fonte tem mais de 20.000 linhas de código – que é mais longo que o livro); o novo LogiCola é mais fácil de instalar e adaptar, mais fácil de utilizar, mais atrativo visualmente e melhorado de diversas outras maneiras. LogiCola (com um programa de processamento de pontuação, manual do professor, *slides* de classes e amostras de questionários) pode ser baixado gratuitamente a partir destes *sites*:

http://www.jcu.edu/philosophy/gensler/lc
http://www.routledge.com/textbooks/9780415996518

Todo material suplementar é convenientemente acessível a partir do menu HELP de LogiCola: então eu sugiro que você apenas instale LogiCola (professores devem checar a opção de instalar o processamento de pontuação também).[*]

Eu gostaria de agradecer a todos que de alguma maneira contribuíram a esta segunda edição. Eu agradeço ao pessoal da Routledge e revisores, que fizeram boas sugestões. Eu agradeço a meus alunos de lógica, especialmente aqueles cujo olhar intrigado me forçou a tentar tornar as coisas mais claras. E agradeço especialmente aos muitos professores, alunos e autodidatas que me enviaram *e-mail* sobre o livro e *software* no decorrer dos anos, frequentemente dizendo coisas como "eu gosto do livro e do *software*, mas tem uma coisa na qual estou tendo problemas...". Se esta segunda edição é um avanço genuíno – tal como espero e acredito que seja –, então existem muitas pessoas a agradecer além de mim.

Vida longa à lógica! Lógica versa sobre raciocínio – sobre ir de premissas a uma conclusão. Como começamos nosso estudo de lógica, precisamos ser mais claros a respeito do que é lógica e por que ela é importante. Precisamos também aprender alguns conceitos (como "validade" e "argumento") que são centrais ao estudo da lógica.

[*] Nota do revisor técnico: o material ao qual o autor se refere encontra-se no original (em língua inglesa).

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

Lógica é sobre raciocínio – sobre ir das premissas à conclusão. Como estamos começando nosso estudo de lógica, precisamos ser claros quanto ao que a lógica é e por que é importante. Também precisamos aprender alguns conceitos (como "válido" e "argumento") centrais para o estudo de lógica.

1.1 Lógica

Lógica[1] é *a análise e avaliação de argumentos*. Quando fazemos lógica, tentamos esclarecer raciocínio e separar bom raciocínio de mau raciocínio. No decorrer da leitura deste livro, você examinará raciocínios em diversos tópicos, ambos filosóficos (como livre-arbítrio e determinismo, a existência de Deus, e a natureza da moralidade) e não filosóficos (como passeio de mochila, poluição da água, futebol, decisões da Suprema Corte, e a Bíblia). Você terá a oportunidade de ver a lógica não como um jogo irrelevante com símbolos engraçados, mas como uma ferramenta útil para esclarecer e avaliar nosso raciocínio – tanto em questões profundas sobre a vida quanto em tópicos do dia a dia.

Por que estudar lógica? Eu posso pensar em três razões principais. Primeiro, a lógica é importante porque raciocinar é importante. Enquanto você raciocina sobre coisas durante toda a sua vida, esta pode ser a primeira vez que você tenta compreender o próprio ato de raciocinar e se tornar melhor nisso. Raciocínio e habilidades analíticas em geral são importantes em direito, política, jornalismo, educação, medicina, negócios, ciência, matemática, ciência da computação, e muitas outras áreas. Este livro está repleto de exercícios; veja esses exercícios designados a ajudá-lo a pensar mais claramente (para que as pessoas possam compreender melhor o que você está dizendo) e logicamente (para que você fundamente melhor suas conclusões).

Segundo, a lógica pode aprofundar sua compreensão sobre filosofia. **A Filosofia** pode ser definida como *raciocínio sobre as questões últimas*

[1] Termos importantes (como "lógica") são introduzidos em negrito. Aprenda tais termos e seja capaz de dar uma definição.

da vida. Filósofos colocam questões como "Por que aceitar ou rejeitar livre-arbítrio?" ou "Pode alguém provar ou refutar a existência de Deus?" ou "Como pode alguém justificar uma crença moral?". Se você não conhece lógica, você terá apenas uma vaga noção sobre esses assuntos; e você não terá as ferramentas para compreender e avaliar raciocínio filosófico. Se você estudou filosofia, você reconhecerá muitas das peças de raciocínio filosófico neste livro. Se você não estudou filosofia, você encontrará neste livro uma boa introdução sobre o assunto. Em ambos os casos, você deverá se tornar melhor em reconhecer, compreender e avaliar raciocínio filosófico.

No fim, a lógica pode ser divertida. Fazer lógica é como jogar um jogo ou resolver um quebra-cabeça; a lógica irá desafiar seus processos de pensamento de novas maneiras. O rigor dos sistemas lógicos também irá fasciná-lo. A maioria das pessoas acham a lógica prazerosa.

1.2 Argumentos válidos

Eu inicio meu curso de lógica básica com um teste de múltipla escolha. O teste tem dez problemas; cada problema fornece informações e pergunta que conclusão segue necessariamente. Os problemas são fáceis, mas a maioria dos alunos acertam apenas metade.[2]

Aqui estão dois dos problemas – com as respostas corretas dentro de caixas:

Se você perder a hora, você se atrasará. Você não está atrasado. Portanto: (a) Você dormiu demais. [(b) Você não perdeu a hora.] (c) Você está atrasado. (d) Nenhuma das anteriores	Se você perder a hora , você se atrasará. Você não perdeu a hora. Portanto: (a) Você está atrasado. (b) Você não está atrasado. (c) Você perdeu a hora. [(d) Nenhuma das anteriores.]

Enquanto a maioria das pessoas acerta o primeiro problema, muitos alunos erroneamente escolhem a resposta "(b)" no segundo problema. Aqui, "Você não está atrasado" não segue necessariamente, já que você

[2] No *site* http://www.jcu.edu/philosophy/gensler/logic.htm é possível encontrar meu pré-teste em um formato interativo. Eu sugiro que você tente fazê-lo. Eu desenvolvi este teste para ajudar um amigo psicólogo a colocar em um teste experimental a ideia de que machos são mais lógicos do que fêmeas; ele descobriu, certamente, que machos e fêmeas foram igualmente bem no teste de lógica.

pode estar atrasado por outras razões; talvez seu carro não tenha dado partida. A maioria dos alunos, uma vez que eles apreendem este ponto, verão que (b) está errado.[3]

Intuições lógicas não treinadas são frequentemente não confiáveis. As intuições lógicas podem ser desenvolvidas; as suas também se desenvolverão enquanto você trabalha este livro. Você também aprenderá técnicas especiais para testar argumentos.[4]

Um **argumento**, no sentido utilizado em lógica, é um conjunto de enunciados que consistem em premissas e uma conclusão. As **premissas** são enunciados que fornecem evidência de sustentação; a **conclusão** é o que é alegadamente sustentado por esses enunciados. Argumentos colocam em palavras um possível ato de raciocínio. Eis um exemplo:

Argumento válido → Se você perder a hora, você se atrasará.
Você não está atrasado.
∴ Você não perdeu a hora ("∴" = *portanto*)

Um argumento é **válido** caso seja contraditório (impossível) que as premissas sejam todas verdadeiras e que a conclusão seja falsa. Ao chamar um argumento de válido, não estamos dizendo que as premissas são verdadeiras. Estamos apenas dizendo que a conclusão *segue a partir das* premissas – que, se as premissas forem todas verdadeiras, a conclusão também deverá ser verdadeira. Ao dizer isto, nós implicitamente assumimos que não há mudança no significado ou referência dos termos; uma vez que devemos utilizar "perdeu a hora", "atrasado" e "você" da mesma maneira no decorrer do argumento.

Nosso argumento é válido devido à sua *forma lógica* – sua disposição de noções lógicas (como "se-então" e "não") e frases de conteúdo. Podemos expor a forma de um argumento utilizando palavras ou símbolos para noções lógicas e letras para frases de conteúdo:

Se você perder a hora, você se atrasará.	Se A então B **Válido**
Você não está atrasado.	Não-B
∴ Você não perdeu a hora.	∴ Não-A

[3] Estes dois argumentos foram retirados do livro texto de lógica para o quinto ano de Matthew Lipman: *Harry Stottlemeier's Discovery* (Caldwell, NJ: Universal Diversified Services, 1974).

[4] Muitos psicólogos acreditam que nós temos dois sistemas para delinear conclusões. Nosso *sistema intuitivo* repousa em sentimentos e trabalha muito rapidamente. Nosso *sistema racional* usa regras e trabalha de uma maneira mais lenta, passo a passo. Nenhum dos dois está sempre correto. Um curso de lógica deveria desenvolver ambos os sistemas.

Nosso argumento é válido pois sua *forma* é correta. Caso tomemos um outro argumento com a mesma forma, mas substituímos outras ideias por "A" e "B", então este segundo argumento também será válido. Eis um exemplo:

Se você está na França, você está na Europa.	Se A então B	**Válido**
Você não está na Europa.	Não-B	
∴ Você não está na França.	∴ Não-A	

A lógica estuda formas de raciocínio. O conteúdo pode tratar de qualquer coisa – passeio de mochila, matemática, cozinhar, física, ética, ou qualquer outra coisa. Quando você aprende lógica, você aprende ferramentas de raciocínio que podem ser aplicadas a qualquer assunto.

Considere nosso exemplo **inválido**:

Se você perder a hora, você se atrasará.	Se A então B	**Inválido**
Você não perdeu a hora.	Não-A	
∴ Você não está atrasado.	∴ Não-B	

Aqui a segunda premissa nega a *primeira* parte do se-então; isso o faz inválido. Intuitivamente, você pode estar atrasado por outro motivo – da mesma maneira, neste argumento semelhante a seguir, você pode estar na Europa porque você está na Itália:

Se você está na França, você está na Europa.	Se A então B	**Inválido**
Você não está na França.	Não-A	
∴ Você não está na Europa.	∴ Não-B	

1.3 Argumentos corretos

Lógicos distinguem argumentos *válidos* de argumentos *corretos*:

> Um argumento é **válido** caso seja contraditório (impossível) que as premissas sejam todas verdadeiras e a conclusão seja falsa.
>
> Um argumento é **correto** se ele é válido e todas as suas premissas são verdadeiras.

Dizer que um argumento é "válido" não diz nada sobre se suas premissas são verdadeiras. Mas dizer que um argumento é "correto" quer dizer que ele é válido (a conclusão segue a partir das premissass) *e* que suas premissas são verdadeiras. Aqui um exemplo de um argumento *correto*:

Válido e com premissas verdadeiras	→	Se você está lendo isto, você não é analfabeto. Você está lendo isto. ∴ Você não é analfabeto.

Quando tentamos provar uma conclusão, tentamos fornecer um argumento *correto*. Devemos estar certos de que nossas premissas são verdadeiras e que nossa conclusão segue a partir de nossas premissas. Se temos estas duas coisas, então nossa conclusão há de ser verdadeira.

Um argumento pode ser incorreto se: (1) ele tem uma premissa falsa ou (2) sua conclusão não segue a partir das premissas:

Primeira premissa falsa:	*A conclusão não segue:*
Todo lógico é milionário. Gensler é lógico. ∴ Gensler é milionário.	Todo milionário come bem. Gensler come bem. ∴ Gensler é um milionário.

Quando criticamos o argumento de um oponente, tentamos mostrar que ele é *incorreto*. Tentamos mostrar que uma das premissas é falsa ou que a conclusão não segue. Se o argumento possui uma premissa falsa ou é inválido, então nosso oponente não provou a conclusão. Mas, se ainda assim, a conclusão for verdadeira, o nosso oponente deve encontrar um argumento melhor para sustentá-la. Para mostrar que um ponto de vista é falso, devemos fazer mais do que somente refutar um argumento; devemos inventar um argumento que mostre que o ponto de vista é falso.

Além de perguntar se as premissas são verdadeiras, poderíamos perguntar quão certas elas são, para nós ou para outros. Queremos que nossas premissas sejam certas e óbvias para todos. Nós normalmente temos que estabelecer menos do que isso; nossas premissas são com frequência adivinhações instruídas ou convicções pessoais. Nossos argumentos são tão fortes quanto suas premissas. Isto sugere uma terceira estratégia para criticar um argumento; podemos mostrar que uma ou mais das premissas são incertas.

Aqui outro exemplo de um argumento. No outono de 2008, antes que Barack Obama fosse eleito presidente dos EUA, ele estava bem à frente nas pesquisas eleitorais. Mas alguns pensavam que ele seria derrotado pelo "efeito Bradley", onde muitos brancos *dizem* que eles votarão em um candidato negro, mas de fato eles não o fazem. Michelle, esposa de Barack, em uma entrevista na CNN com Larry King (8 de outubro), argumentou que não haveria efeito Bradley:[5]

[5] Essas premissas são as próprias palavras de Michelle Obama. Mas com frequência neste livro, quando eu digo que um argumento é *proveniente* de determinado pensador, utilizo meu próprio frasear.

Barack Obama é o candidato democrata.
Se fosse haver efeito Bradley, Barack não seria candidato [pois o efeito Bradley teria ocorrido nas eleições prévias].
∴ Não haverá efeito Bradley

Uma vez que ela argumenta desta maneira, não podemos simplesmente dizer "Bom, minha opinião é que o efeito Bradley ocorrerá". Ao invés, temos que responder a ela raciocinando. O argumento é claramente válido – a conclusão segue a partir das premissas. São todas as premissas verdadeiras? A primeira é irrefutável. Para disputar com a segunda premissa, teríamos que argumentar que o efeito Bradley ocorreria nas últimas eleições, mas não nas prévias; mas não é claro como alguém poderia defender isto. Então um argumento como esse muda a natureza da discussão. (Aliás, um mês mais tarde, nas eleições gerais, não ocorreu efeito Bradley.)

A lógica, enquanto ela mesma não resolve questões substanciais, nos fornece ferramentas intelectuais para melhor raciocinar sobre esses assuntos. Ela pode nos ajudar a estar mais conscientes do ato de raciocinar, a expressar raciocínio mais claramente, a determinar se a conclusão segue a partir das premissas, e a focar em premissas-chave para defender ou criticar.

Tenho duas observações sobre terminologia. Vamos dizer que enunciados são *verdadeiros* ou *falsos* (não *válidos* ou *inválidos*). E vamos dizer que argumentos são *válidos* ou *inválidos* (não *verdadeiros* ou *falsos*). Mesmo que isso seja de uso convencional, dói as orelhas de um lógico ouvir "enunciado inválido" ou "argumento falso".

Até então vimos argumentos dedutivos, onde a conclusão é declarada seguir necessariamente. Há também argumentos **indutivos**, onde a conclusão é declarada seguir somente com probabilidade; esta declaração é ou implícita ou expressa por termos como "provavelmente". Considere estes exemplos:

Dedutivamente válido	*Indutivamente forte*
Todos que moram na França moram na Europa. Pierre mora na França. ∴ Pierre mora na Europa.	A maioria das pessoas que mora na França fala francês. Pierre mora na França. Isto é tudo que sabemos sobre a questão. ∴ Pierre fala francês (provavelmente).

O primeiro argumento possui uma conexão estreita entre premissas e conclusão; seria impossível que as premissas fossem todas verdadeiras e a conclusão falsa. O segundo tem uma conexão entre premissa e con-

clusão mais solta. Relativamente às premissas, a conclusão é apenas uma boa adivinhação; ela é provavelmente verdadeira, mas poderia ser falsa (talvez Pierre seja filho do embaixador polonês na França).

1.4 O plano deste livro

Este livro, por ser uma introdução, começa de maneira simples e não pressupõe nenhum estudo prévio de lógica. Ele cobre um vasto campo de tópicos, do básico ao mais avançado. Os próximos capítulos são divididos em quatro grupos:

- Parte Um. Os capítulos de 2 a 5 cobrem lógica silogística (uma antiga área da lógica que foca sobre "todo", "nenhum" e "algum"), lógica informal (que lida com significado, definições, falácias informais e outros aspectos de raciocínio) e raciocínio indutivo.
- Parte Dois. Os capítulos de 6 a 9 cobrem lógica simbólica clássica, que é dividida em lógica proposicional (sobre "se-então", "e", "ou" e "não") e lógica quantificacional (que adiciona "todo", "nenhum" e "algum").
- Parte Três. Os capítulos de 10 a 14 versam sobre sistemas simbólicos avançados de interesse filosófico: lógica modal (sobre "necessário" e "possível"), lógica deôntica (sobre "obrigatório" e "permissível"), lógica de crenças (sobre crenças consistentes e desejos) e uma teoria ética formal (na qual figura uma prova rigorosa da regra de ouro).
- Parte Quatro. Os capítulos de 15 a 18 introduzem panoramas adicionais: metalógica (um estudo de sistemas lógicos), história da lógica (de tempos antigos até o presente), lógicas deviantes (que questionam assunções padrão sobre lógica) e filosofia da lógica (que levanta questões filosóficas sobre lógica).

Os capítulos 2-8 e 10 (e partes do 16 ao 18) são adequados para um curso básico de lógica, enquanto os outros capítulos são mais avançados. Uma vez que este livro é tão abrangente, ele possui muito mais material do que pode ser visto em um curso.[6]

Lógica exige leitura cuidadosa. Ainda que tenha tentado explicar as coisas o mais clara e concisamente possível, alguns pontos são difíceis – especialmente para um iniciante; você pode às vezes ter de ler uma explicação mais de uma vez antes que as ideias se interiorizem. Uma vez que lógica é tão cumulativa (com uma ideia construindo-se sobre outra), é de extrema importância manter o trabalho em dia; e "manter o trabalho em dia" envolve ser capaz de resolver os problemas por si mesmo. Você encontrará no *software* LogiCola (veja Prefácio) uma grande ajuda.

[6] Muitos capítulos presumem capítulos anteriores. Os capítulos 6 ao 14 formam uma sequência, em que cada capítulo é construído sobre capítulos prévios (exceto o capítulo 10, que depende apenas dos capítulos 6 e 7, e o capítulo 11 não é necessário para os capítulos de 12 a 14). Capítulos 15 ao 18 presumem o capítulo 6.

Capítulo 2

LÓGICA SILOGÍSTICA

A Lógica silogística estuda argumentos cuja validade depende de "todo", "nenhum", "algum" e noções similares. Esta área da lógica que foi a primeira a ser estudada, remonta a Aristóteles (seção 16.1). Ela fornece uma boa preliminar à lógica simbólica moderna (capítulos 6-14).

2.1 Traduções mais fáceis

Nós criaremos agora uma pequena "linguagem silogística" com regras precisas para formar argumentos e testar sua validade. Nossa linguagem nos ajudará a testar argumentos em português; um argumento pode ser traduzido em nossa linguagem da seguinte forma:

Todo lógico é atraente.		Todo L é A
Gensler é um lógico.	→	g é L
∴ Gensler é atraente.		∴ g é A

Nossa linguagem utiliza letras maiúsculas para categorias gerais (como "lógico") e letras minúsculas para especificar indivíduos (como "Gensler"). Ela utiliza cinco palavras: "todo", "nenhum", "algum", "é" e "não". Suas sentenças gramaticais são chamadas **fbfs,** ou **fórmulas bem formadas.** Fbfs são sequências que contêm qualquer uma destas oito formas (nas quais outras letras maiúsculas e outras letras minúsculas podem ser usadas):[1]

todo A é B	algum A é B	x é A	x é y
nenhum A é B	algum A não é B	x não é A	x não é y

[1] Nós tomaremos letras maiúsculas e minúsculas (como A e a) como sendo letras diferentes, e letras com linhas (como A' e A") como letras adicionais.

Você deve usar exatamente uma dessas formas (mas talvez usar outras letras maiúsculas para "A" e "B", e outras letras minúsculas para "x" e "y"). Aqui estão exemplos de fbfs (fórmulas corretas) e não fbfs (fórmulas mal formadas):

fbfs →	todo L é C	nenhum R é S	algum C é D	g é C
não-fbfs →	somente L é C	todo R não é S	algum c é d	G é C

Seja cuidadoso quanto ao uso de letras maiúsculas e minúsculas; nossa regra para construir fbfs possui implicações sobre qual tipo de letra utilizar:

Fbfs que começam com uma *palavra* (não uma letra) usam duas letras maiúsculas:			Fbfs que começam com uma *letra* (não uma palavra) começam com uma letra minúscula:	
algum C é D	algum c é d		g é C	G é C

Se uma fbf começa com uma letra minúscula, então a segunda letra pode ser tanto maiúscula ou minúscula; portanto, "a é B" e "a é b" são ambas fbfs. Neste caso, nós temos que verificar o significado do termo:

Utilize letras maiúsculas para **termos gerais** (termos que *descrevem* ou introduzem uma *categoria*):	Utilize letras minúsculas para **termos singulares** (termos que indicam uma pessoa ou coisa *específica*):
B = um bebê fofo C = charmoso D = dirige um Ford	b = o bebê mais fofo do mundo c = esta criança d = David
Utilize letras maiúsculas para "um tal e tal," adjetivos e verbos.	Utilize letras minúsculas para "o tal e tal," "este tal e tal" e nomes próprios.

Então estas traduções estão corretas:

Will Gensler é um bebê fofo = w é B
Will Gensler é o bebê mais fofo do mundo = w é b

A validade de um argumento pode depender se letras maiúsculas ou minúsculas são usadas.

Seja consistente quando você traduz termos que estão em língua portuguesa para lógica; utilize a mesma letra para a mesma ideia e diferentes letras para diferentes ideias. A letra utilizada tem pouca importância; "um bebê fofo" pode ser "B" ou "C" ou qualquer

outra letra maiúscula. Para manter as ideias claras, utilize letras que o lembrem dos termos em português.

Toda fbf silogística possui o verbo "é". Sentenças em português com diferentes verbos devem ser reescritas para fazer com que o verbo "é" seja o verbo principal, e então serem traduzidas. Então "Todo cão ladra" é "todo C é L" ("Todo cão é *ladrador*"); e "Al dirigiu o carro" é "a é D" (Al é *uma pessoa que dirigiu o carro*").

2.1a Exercício – também LogiCola A (EM & ET)

Traduza estas sentenças em português em fbfs.

John deixou o quarto	J é D

1. Esta é uma sentença.
2. Esta não é a primeira sentença.
3. Nenhum positivista lógico acredita em Deus.
4. O livro sobre sua escrivaninha é verde.
5. Todo cachorro odeia gatos.
6. Kant é o maior filósofo.
7. Ralph nasceu em Detroit.
8. Detroit é o local de nascimento de Ralph.
9. Alaska é um estado.
10. Alaska é o maior estado.
11. Carol é minha única irmã.
12. Carol mora em Big Pine Key.
13. A ideia de bondade é ela mesma boa.
14. Todo jogador do Michigan é inteligente.
15. O time Michigan é maravilhoso.
16. Donna é a esposa de Ralph.

2.2 O teste da estrela

Um silogismo, *grosso modo*, é um argumento que utiliza fbfs silogísticas. A seguir, um argumento em português e sua tradução em um silogismo (o rio Cuyahoga é um rio em Cleaveland que costumava ser tão poluído que pegou fogo):

Nenhuma água pura é inflamável.	nenhum P é I
Alguma água do rio Cuyahoga é inflamável.	algum C é I
∴ Alguma água do rio Cuyahoga não é pura.	∴ algum C não é P

De maneira mais precisa, um **silogismo** é uma sequência vertical de uma ou mais fbfs na qual cada letra ocorre duas vezes e as letras "formam uma corrente" (cada fbf possui ao menos uma letra em comum com a fbf abaixo dela, caso haja uma, e a primeira fbf possui pelo menos uma letra em comum com a última fbf):

nenhum P é B
algum C é B
∴ algum C não é P

(Essa é a maneira pela qual as letras "formam uma corrente")

A última fbf em um silogismo é a *conclusão*; quaisquer outras fbfs são *premissas*. Aqui, outros três silogismos:

a é C	algum G é F	
b não é C	∴ algum F é G	∴ todo A é A
∴ a não é b		

O último exemplo é um silogismo sem premissa. Um silogismo sem premissa é *válido* se e somente se é impossível que sua conclusão seja falsa.

Antes de fazer o teste da estrela, precisamos aprender o termo técnico "distribuído":[2]

> Uma instância de uma letra está **distribuída** em uma fbf se ela ocorre exatamente depois de "todo" ou em qualquer lugar depois de "nenhum" ou "não é".

As letras distribuídas abaixo estão sublinhadas:

todo A é B	algum A é B	x é A	x é y
nenhum A é B	algum A não é B	x não é A	x não é y

Preste atenção a quais termos estão distribuídos (e sublinhados). Por meio de nossa definição:

- A primeira letra depois de "todo" é distribuída, mas não a segunda.
- Ambas as letras depois de "nenhum" estão distribuídas.
- A letra depois de "não é" está distribuída.

Uma vez que você sabe quais termos estão distribuídos, você está pronto para aprender o teste da estrela para validade. O teste da estrela é um estratagema rápido e efetivo; por hora, é melhor somente aprender o teste e não se preocupar em por que ele funciona.

O **teste da estrela** para silogismos é o seguinte:

[2] Seção 16.2 menciona o significado de "distribuído" em lógica medieval. Aqui, sugiro que você tome um *termo distribuído* como sendo um que ocorre depois de "todo" ou em qualquer lugar depois de "nenhum" ou "não é".

> Estrele as letras das premissas que estão distribuídas e letras da conclusão que não estão distribuídas. Então o silogismo é VÁLIDO se e somente se toda letra maiúscula tiver uma estrela *apenas* uma vez e se houver apenas uma estrela no lado direito.

Nas primeiras vezes em que você fizer o teste da estrela, sugiro que você utilize um procedimento de três partes: (1) sublinhe as letras distribuídas; (2) estrele; e (3) conte as estrelas. Aqui, um exemplo que se verifica como válido:

todo A é B algum C é A ∴ algum C é B	(1) Sublinhe letras distribuídas (somente o primeiro "A" é distribuído).
todo A* é B algum C é A ∴ algum C* é B*	(2) Estrele as letras de premissas que estão sublinhadas e as letras da conclusão que não estão sublinhadas.
todo A* é B algum C é A ∴ algum C* é B*	(3) Conte as estrelas. Toda letra maiúscula possui exatamente uma estrela e há exatamente uma estrela no lado direito. Portanto, o argumento é VÁLIDO.

Nosso segundo exemplo verifica-se como inválido:

nenhum A é B nenhum C é A ∴ nenhum C é B	(1) Sublinhe letras distribuídas (aqui, todas as letras estão distribuídas – já que todas elas ocorrem depois de "nenhum").
nenhum A* é B* nenhum C* é A* ∴ nenhum C é B	(2) Estrele as letras de premissas que estão sublinhadas e as letras da conclusão que não estão sublinhadas.
nenhum A* é B* nenhum C* é A* ∴ nenhum C é B	(3) Conte as estrelas. A letra maiúscula "A" possui estrela duas vezes no lado direito. Portanto, o argumento é INVÁLIDO.

Um silogismo válido deve satisfazer duas condições: (a) cada letra maiúscula possui uma estrela somente em uma de suas instâncias (letras minúsculas podem possuir estrelas em qualquer número de vezes); e (b) uma e apenas uma letra do lado direito (letra depois de "é" ou "não é") deve possuir estrela. Aqui, um exemplo utilizando apenas letras minúsculas:

a não é b ∴ b não é a	(1) Sublinhe as letras distribuídas (aqui, somente as letras depois de "não é" estão distribuídas).

a não é b* ∴ b* não é a	(2) Estrele as letras das premissas que estão sublinhadas e as letras da conclusão que não estão sublinhadas.
a não é b* ∴ b* não é a	(3) Conte as estrelas. Uma vez que não há letras maiúsculas, cada letra maiúscula possui exatamente uma estrela (letras minúsculas podem ter sido estreladas qualquer número de vezes). Há exatamente uma estrela no lado direito. Portanto, o argumento é VÁLIDO.

Aqui, outro exemplo sem premissas:

∴ todo A é A	(1) Sublinhe as letras distribuídas.
∴ todo A é A*	(2) Estrele as letras da conclusão que não estão sublinhadas.
∴ todo A é A*	(3) Conte as estrelas. Cada letra maiúscula está estrelada e existe apenas uma estrela no lado direito. Portanto, o argumento é VÁLIDO.

Quando você se acostumar em como o teste funciona, pode deixar de lado a parte do sublinhar e somente estrelar as letras das premissas que estão distribuídas e as letras da conclusão que não estão distribuídas. Depois de um pouco de prática, o teste da estrela passa a levar em torno de apenas cinco segundos para ser feito.[3]

A lógica toma "algum" como significando "um ou mais" – e, portanto, toma o seguinte argumento como sendo válido:

Gensler é um lógico.	g é L	**Válido**
Gensler é mau.	g é M	
∴ Algum lógico é mau	∴ algum L* é M*	

De maneira similar, lógica toma este próximo argumento como inválido:

Algum lógico é mau.	algum L é M	**Inválido**
∴ Algum lógico não é mau.	∴ algum L* não é M	

Se *um ou mais* lógicos são maus, não é necessário que *um ou mais* não sejam maus; talvez *todo* lógico seja mau.

[3] O teste da estrela é minha invenção; veio a mim um dia enquanto eu estava assistindo um filme na televisão. Para uma explicação de por que ele funciona, veja meu "A simplified decision procedure for categorial syllogism", *Notre Dame Journal of Formal Logic* 14 (1973), páginas 457-66, ou minha explicação em http://www.jcu.edu/philosophy/gensler/star.htm.

2.2a Exercício – não exercício LogiCola

Quais destes são silogismos?

nenhum P é B algum C é B ∴ algum C não é P	Este é um silogismo. (Cada fórmula é uma fbf, cada letra ocorre duas vezes, e as letras formam uma corrente.)

1. todo C é D
   ∴ algum C não é E

2. g não é l
   ∴ l não é g

3. nenhum Y é E
   todo G é Y
   ∴ nenhum Y é E

4. ∴ todo S é S

5. k não é L
   todo M é L
   algum N é M
   Z é N
   ∴ k não é Z

2.2b Exercício – também LogiCola BH

Sublinhe as letras distribuídas nas seguintes fbfs.

algum R não é S	algum R não é $\underline{S}$

1. w não é s
2. algum C é B
3. nenhum R é S
4. a é C
5. todo P é B
6. r não é D
7. s é w
8. algum C não é P

2.2c Exercício – também LogiCola B (H e S)

Válido ou inválido? Use o teste da estrela.

nenhum P é B algum C é B ∴ algum C não é P	nenhum $\underline{P}$* é $\underline{B}$* **Válido** algum C é B ∴ algum C* não é $\underline{P}$

1. nenhum P é B
   algum C não é B
   ∴ algum C é P

2. x é W
   x não é Y
   ∴ algum W não é Y

3. nenhum H é B
   nenhum H é D
   ∴ algum B não é D

6. g não é s
   ∴ s não é g

7. todo L é M
   g não é L
   ∴ g não é M

8. algum N é T
   algum C não é T
   ∴ algum N não é C

11. s é C
    s é H
    ∴ algum C é H

12. algum C é H
    ∴ algum C não é H

13. a é b
    b é c
    c é d
    ∴ a é d

4. algum J não é P
   todo J é F
   ∴ algum F não é P

5. ∴ g é g

9. todo C é K
   s é K
   ∴ s é C

10. todo D é A
   ∴ todo A é D

14. nenhum A é B
   algum B é C
   algum D não é C
   todo D é E
   ∴ algum E é A

2.3 Argumentos em português

A maioria dos argumentos neste livro estão em português. Sugiro que você os trabalhe de maneira dupla. Primeiramente utilize intuição. Leia o argumento e pergunte se ele parece válido; algumas vezes isto será claro, mas às vezes não. Então simbolize o argumento e faça o teste de validade. Se sua intuição e o teste de validade concordam, então você tem uma forte base para sua resposta. Se eles discordam, então algo deu errado; nesse caso, você deve reconsiderar sua intuição, sua tradução, ou a maneira pela qual você fez o teste de validade. Este duplo ataque treina suas intuições lógicas e lhe fornece uma dupla verificação sobre os resultados.

Quando você traduz em lógica, utilize a mesma letra para a mesma ideia e diferentes letras para diferentes ideias. A "mesma ideia" pode ser fraseada de diferentes maneiras;[4] frequentemente é redundante ou artificial frasear uma ideia exatamente da mesma maneira no decorrer do argumento. Se você não pode se lembrar que letra traduz que frase, sublinhe a frase no argumento e escreva a letra abaixo dela; ou escreva separadamente que letra vai com qual frase.

Traduza termos singulares em letras minúsculas, e termos gerais em letras maiúsculas (Seção 2.1). Letra maiúscula ou minúscula pode fazer uma diferença para validade:

Inválido	Al é *um homem.*	Al é *o prefeito de NY.*	**Válido**
a é M	Meu melhor amigo	Meu melhor amigo é *o*	a é m
b é M	é *um homem.*	*prefeito de NY.*	b é m
∴ a* é b*	∴ Al é meu melhor amigo.	∴ Al é meu melhor amigo.	∴ a* é b*

O exemplo inválido utiliza uma letra maiúscula "M" (para "um homem" – o que poderia descrever diversas pessoas), enquanto o argumento válido utiliza uma letra minúscula "m" (para "o prefeito de NY" – a qual se refere a uma pessoa em específico). Capturaríamos erros

[4] "Expressar a mesma ideia" pode ser difícil de aplicar. Considere "Toda maçã Fuji é nutritiva" e "Toda maçã nutritiva possui vitaminas". Utilize a mesma letra para ambas as frases sublinhadas, uma vez que a premissa 1 possui o mesmo significado se refraseada em "Toda maçã Fuji é maçã nutritiva".

referentes a letra maiúscula ou minúscula se resolvêssemos os problemas intuitivamente, assim como mecanicamente.

2.3a Exercício – também LogiCola BE

Válido ou inválido? Primeiramente avalie intuitivamente. Então traduza em lógica e utilize o teste da estrela para determinar validade.

Nenhuma água pura é inflamável. Alguma água do rio Cuyahoga é inflamável. ∴ Alguma água do rio Cuyahoga não é pura.	nenhum P* é I* **Válido** algum C não é I ∴ algum C* não é P

1. Toda lei de segregação degrada a personalidade humana.
   Toda lei que degrada a personalidade humana é injusta.
   ∴ Toda lei de segregação é injusta. [De Martin Luther King.]

2. Todo comunista favorece os pobres.
   Todo democrata favorece os pobres.
   ∴ Todo democrata é comunista. [Este raciocínio poderia persuadir se expresso emocionalmente em um discurso político. Ele é menos propenso a convencer se colocado de uma forma premissa-conclusão clara.]

3. Toda penalidade de excesso de tempo é chamada antes que a jogada comece.
   Nenhuma penalidade chamada antes que a jogada comece pode ser recusada.
   ∴ Nenhuma penalidade por excesso de tempo pode ser recusada.

4. Nenhum menor de idade tem o direito de votar.
   Nenhum membro de faculdade é menor de idade.
   O detentor da cadeira de filosofia é um membro da faculdade.
   ∴ O detentor da cadeira de filosofia tem o direito de votar. [Aplicar as leis, como aquelas sobre votar, exige raciocínio lógico. Advogados e juízes precisam ser lógicos.]

5. Todo ato que maximiza boas consequências é correto.
   Alguma punição a inocente maximiza boas consequências.
   ∴ Alguma punição a inocente é correta. [Este argumento e o próximo dão um minidebate sobre utilitarismo, que sustenta que todo ato que maximiza o total de boas consequências para cada um é correto. A filosofia moral testaria avaliar as premissas; a lógica só observa se a conclusão se segue.]

6. Nenhuma punição a inocente é correta.
   Alguma punição a inocente maximiza boas consequências.
   ∴ Algum ato que maximiza boas consequências não é correto.

7. Todo huevo revuelto é bueno para el desayuno.
   Todo café con leche é bueno para el desayuno.
   ∴ Todo café con leche é huevo revuelto. [Para verificar se esse argumento é válido, você não precisa compreender seu significado; você precisa apenas apreender sua forma. Ao trabalhar lógica formal, você não precisa saber sobre o que você está falando; você apenas precisa saber a forma lógica daquilo que você está falando.]

8. A crença de que existe um Deus é desnecessária para explicar nossa experiência.
   Toda crença desnecessária para explicar nossa experiência deve ser rejeitada.
   ∴ A crença de que existe um Deus deve ser rejeitada. [São Tomás de Aquino menciona este argumento para disputar com a primeira premissa.]

9. A crença em Deus dá benefícios à vida prática (coragem, paz, zelo, amor...).
   Toda crença que dá benefícios à vida prática é pagmaticamente justificável.
   ∴ A crença em Deus é pragmaticamente justificável. [De William James, um filósofo pragmatista estadunidense.]

10. Todo sal de sódio resulta em uma chama amarela quando colocado no fogo de um bico de Bunsen.
    Esse material resulta em uma chama amarela quando colocado no fogo de um bico de Bunsen.
    ∴ Esse material é sal de sodium.

11. Todo aborto mata vida inocente.
    Nenhuma matança de vida inocente é correta.
    ∴ Nenhum aborto é correto.

12. Todo ato que maximiza boas consequências é correto.
    Todo aborto socialmente útil maximiza boas consequências.
    ∴ Todo aborto socialmente útil é correto.

13. Esta bebida é transparente.
    Esta bebidade não tem gosto.
    Toda vodka não tem gosto.
    ∴ Alguma vodka é transparente.

14. Judy não é a melhor cozinheira do mundo.
    A melhor cozinheira do mundo mora em Detroit.
  ∴ Judy não mora em Detroit.

15. Todo homem é mortal.
    Minha mãe é homem.
  ∴ Minha mãe é mortal.

16. Todo termo do gênero neutro pode ser naturalmente aplicado a mulheres individuais.
    O termo "homem" não pode ser aplicado naturalmente a uma mulher individual. (Não podemos dizer naturalmente "Minha mãe é um homem"; veja argumento prévio.)
  ∴ O termo "homem" não é um termo do gênero neutro. [Da discussão da filósofa Janice Moulton sobre linguagem sexista.]

17. Algumas questões morais são controversas.
    Nenhuma questão controversa possui uma resposta correta.
  ∴ Algumas questões morais não possuem resposta correta.

18. A ideia de um círculo perfeito é um conceito humano.
    A ideia de um círculo perfeito não deriva da experiência sensória.
    Toda ideia adquirida em nossa existência terrena deriva da experiência sensória.
  ∴ Algum conceito humano não é ideia adquirida em nossa existência terrena. [Isto é de Platão. Levou-o a pensar que a alma adquire ideias em uma existência prévia separada do corpo, e que pode viver separada da matéria.]

19. Todo ser com direito à vida é capaz de desejar existência contínua.
    Todo ser capaz de desejar existência contínua tem um conceito de si como um sujeito contínuo de experiências.
    Nenhum feto humano tem um conceito de si como um sujeito contínuo de experiências.
  ∴ Nenhum feto humano tem direito à vida. [De Michael Tooley.]

20. O ladrão de banco calça 42.
    Você calça 42.
  ∴ Você é o ladrão de banco. [Essa é uma evidência circunstancial.]

21 Toda crença moral é produto de cultura.
    Nenhum produto de cultura expressa verdades objetivas.
  ∴ Nenhuma crença moral expressa verdades objetivas.

22. Algum livro é produto de cultura.
    Algum livro expressa verdades objetivas.
    ∴ Alguns produtos de cultura expressam verdades objetivas. [Como poderíamos mudar esse argumento para que ele se torne válido?]

23. Dr. Martin Luther King acreditava em verdade moral objetiva (sobre incorreção do racismo).
    Dr. Martin Luther King discorda das crenças morais de sua cultura.
    Nenhuma pessoa que discorda das crenças morais de sua cultura está absolutizando as crenças morais de sua própria cultura.
    ∴ Alguém que acredita em verdades morais objetivas não está absolutizando as crenças morais de sua própria cultura.

24. Toda declaração que continuaria verdadeira mesmo se ninguém acreditasse nela é uma verdade objetiva.
    "Racismo é errado" ainda seria verdadeiro se ninguém acreditasse nisso.
    "Racismo é errado" é uma declaração moral.
    ∴ Algum declaração moral é uma verdade objetiva.

25. Alguma pessoa tremendo com cabeça descoberta tem cabeça quente.
    Toda pessoa tremendo com cabeça descoberta perde muito calor pela cabeça.
    Toda pessoa que perde muito calor pela cabeça deve colocar um chapéu para manter-se quente.
    ∴ Alguma pessoa que tem cabeça quente deve colocar um chapéu para manter-se quente. [De uma revista de ski.]

2.3b Exercício da história de mistério – nenhum exercício LogiCola

Herman deu uma festa em sua casa. Alice, Bob, Carol, David, George e outros estavam lá; um ou mais dentre estes roubaram dinheiro do quarto de Herman. Você tem as informações dentro da caixa, que pode ou não dar evidência conclusiva sobre um dado suspeito:

1. Alice não ama dinheiro.
2. Bob ama dinheiro.
3. Carol sabia onde o dinheiro estava.
4. David trabalha para Herman.
5. David não é a pessoa mais grosseira da festa.
6. Toda pessoa que roubou dinheiro ama dinheiro.
7. Toda pessoa que roubou dinheiro sabia onde o dinheiro estava.
8. Toda pessoa que trabalha para Herman odeia Herman.
9. Toda pessoa que odeia Herman roubou dinheiro.
10. A pessoa mais grosseira da festa roubou dinheiro.

Alice roubou dinheiro? Se você puder, prove sua resposta com um silogismo válido com as premissas da caixa.	Alice *não* roubou o dinheiro: a não é L* – #1 todo S* é L – #6 ∴ a* não é S

1. Bob roubou dinheiro? Se você puder, prove sua resposta com um silogismo válido com as premissas da caixa.
2. Carol roubou dinheiro? Se você puder, prove sua resposta com um silogismo válido com as premissas da caixa.
3. David roubou dinheiro? Se você puder, prove sua resposta com um silogismo válido com as premissas da caixa.
4. Baseado em nossas informações, outras pessoas roubaram dinheiro? Você pode provar utilizando um silogismo?
5. Suponha que, a partir de nossas informações, nós pudéssemos deduzir que uma pessoa roubou dinheiro e também deduzir que essa mesma pessoa não roubou dinheiro. O que isso mostraria?

2.4 Traduções mais difíceis

Suponha que queiramos testar este argumento:

Todo humano é mortal.	todo H é M
Apenas humanos são filósofos.	todo F é H
∴ Todo filósofo é mortal.	∴ todo F é M

Para simbolizar tal argumento, precisamos traduzir termos como "todo" e "apenas" em nosso padrão "todo", "nenhum" e "algum". Aqui, "todo" é fácil, uma vez que significa simplesmente "todo". Mas "apenas" é mais difícil; "Apenas humanos são filósofos" significa "Todo filósofo é humano".

Esta caixa lista algumas formas comuns de expressar "todo" em português:

Diferentes maneiras de dizer "todo A é B":

Todo (cada, qualquer) A é B. Quem quer que seja A é B.	Somente B's são A's. Ninguém é A a não ser que ele ou ela seja B.
A's são B's.[5] Os que são A são B. Se uma pessoa é A, então ele ou ela é B. Se você é A, então você é B.	Ninguém é A não sendo B. Uma coisa não é A a não ser que ela seja B. É falso que algum A não é B.

[5] Lógicos tomam "A's são B's" como significando "todo A é B" – mesmo que em português corrente ela possa também significar "a maioria dos A's são B's" ou "algum A é B".

Os exemplos no topo a direita (com "somente" e "nada exceto") são ardilosos, pois eles requerem mudança na ordem das letras:

Apenas cachorros são *collies*.	apenas C é C'
= Todo *collie* é cachorro.	= todo C' é C

Portanto, "somente" se traduz em "todo", mas com termos invertidos; "nada exceto" funciona da mesma maneira. As formas abaixo à direita (começando com "ninguém ... a não ser que") são ardilosas também, pois, aqui, "nada/ninguém" com "a não ser que" significa "todo":

Nada é um *collie* a não ser que seja um cachorro.	nada é C' a não ser que seja C
= Todo *collie* é cachorro.	= todo C' é C

Não inverta as letras nesse caso; somente inverta as letras com "apenas" e "nada exceto".

A seguinte caixa lista algumas formas comuns de dizer "nenhum A é B":

Diferentes formas de dizer "nenhum A é B":

A's não são B's.	Ninguém que é A é B.
Todo (cada, qualquer) A é não-B.	Não existe um único A que é B.
Qualquer um que seja A não é B.	Não há qualquer A que seja B.
Se uma pessoa é A, então ele ou ela não é B.	É falso que existe um A que é B.
Se você é A, então você não é B.	É falso que algum A é B.

Nunca use "Todo A é não B". Além de não ser uma fbf, esta forma é ambígua. "Todo biscoito é não engordador" pode significar "Nenhum biscoito é engordador" ou "Algum biscoito é engordador".

Estas duas últimas caixas ilustram algumas maneiras comuns de dizer "algum":

algum A é B =	*algum A não é B =*
A's às vezes são B's.	Um ou mais A's não são B's.
Um ou mais A's são B's.	Existem A's que não são B's.
Existem A's que são B's.	Nem todo A é B.
É falso que nenhum A é B.	É falso que todo A é B.

As fórmulas "nenhum A é B" e "algum A é B" são contraditórias: dizer que uma é falsa equivale a dizer que a outra é verdadeira:

É falso que nenhum dia é ensolarado = Algum dia é ensolarado.
É falso que algum dia é ensolarado = Nenhum dia é ensolarado.

De maneira similar, "todo A é B" e "algum A não é B" são contraditórias:

É falso que todo gato é branco = Algum gato não é branco.
É falso que algum gato não é branco = Todo gato é branco.

Sentenças idiomáticas podem ser difíceis de desembaraçar, mesmo fazendo parte do discurso do dia a dia. Nossas regras cobrem quase todos os casos. Se você encontrar um exemplo que nossas regras não cobrem, você tem que descobrir o significado por si mesmo; tente substituir termos concretos, como "collie" e "cachorro", tal como fizemos acima.

2.4a Exercícios – também LogiCola A (HM & HT)

Taduza estas sentenças em português em fbfs.

Nada é de valer a pena a não ser que seja difícil.	todo V é D

1. Somente ações livres podem ser justamente punidas.
2. Nem toda ação é determinada.
3. Ações socialmente úteis são corretas.
4. Somente democratas favorecem os pobres.
5. Ao menos algumas das camisetas estão em liquidação.
6. Nem todas as camisetas estão em liquidação.
7. Ninguém é feliz a não ser que ele ou ela seja rico.[6]
8. Somente pessoas ricas são felizes.
9. Toda pessoa rica é feliz.
10. Nem toda pessoa egoísta é feliz.
11. Quem é feliz não é egoísta.
12. Pessoas altruístas são felizes.
13. Todas as camisetas (individualmente) custam $20.
14. Todas as camisetas (juntas) custam $20.
15. Abençoado é o misericordioso.
16. Eu quero dizer o que eu digo.
17. Eu digo o que eu quero dizer.
18. Quem gosta do Appalachian Trail (AT) ama a natureza.

[6] Como você argumentaria contra este enunciado (e os próximos dois)? Você iria à parte rica da cidade encontrar uma pessoa rica que fosse miserável? Ou você iria à parte pobre da cidade encontrar uma pessoa pobre que fosse feliz?

19. Ninguém percorre o AT a não ser que ele ou ela goste de caminhar.
20. Nem todo muno que percorre o AT está em boa forma.

2.5 Derivando conclusões

No próximo exercício lhe serão dadas premissas (como "Todo homem é mortal" e "Sócrates é um homem") e você terá que derivar a conclusão que segue de maneira válida. Sugiro que você trabalhe esses exercícios de maneira dupla: primeiro utilize a intuição e depois utilize as regras. Com a abordagem intuitiva, você lê as premissas de maneira refletiva, diga "então" para si mesmo, prenda sua respiração e espere que a conclusão venha. Se você alcançar uma conclusão, escreva-a; depois simbolize o argumento e teste sua validade utilizando o teste da estrela.

A abordagem por via das regras utiliza quatro passos baseados no teste da estrela:

(1) Traduza as premissas e estrele-as.	(2) Descubra as letras da conclusão.	(3) Descubra a forma da conclusão.	(4) Adicione a conclusão e faça o teste da estrela.

(1) Traduza as premissas em lógica e estrele as letras distribuídas. Cheque se as regras foram quebradas. Se você tem duas estrelas no lado direito, ou uma letra maiúscula que ocorre duas vezes sem ser estrelada exatamente uma vez, então nenhuma conclusão segue validamente – então você pode escrever "nenhuma conclusão" e parar.

(2) Descubra quais letras ocorrerão na conclusão. As duas letras da conclusão são as duas letras que ocorrem apenas uma vez nas premissas.

(3) Descubra a forma da conclusão. Existem oito formas possíveis:

<table>
<tr><td>Se ambas as letras da conclusão são maiúsculas:
se todas as premissas são universais (possuem "todo" ou "nenhum"), então utilize a forma "todo A é B" ou "nenhum A é B" na conclusão; caso contrário, utilize "algum A é B" ou "algum A não é B."</td><td rowspan="3">Utilize a forma negativa ("nenhum" ou "não é") caso haja uma premissa negativa.</td></tr>
<tr><td>Se apenas uma letra da conclusão é minúscula:
utilize a forma "x é A" ou "x não é A" na conclusão.</td></tr>
<tr><td>Se ambas as letras da conclusão são minúsculas:
utilize a forma "x é y" ou "x não é y" na conclusão.</td></tr>
</table>

Portanto, se toda premissa tem "todo" (universal e positiva), então a conclusão tem "todo"; mas se as premissas têm uma mistura de "todo" e "nenhum" (universal, mas alguma negativa), então a conclusão tem "nenhum".

(4) Acrescente a conclusão e teste a validade; se o argumento se mostrar inválido, tente mudar a ordem das letras para verificar se isto faz com que o argumento se torne válido (a ordem faz diferença com as formas "todo A é B" e "algum A não é B"). Por fim, escreva a conclusão em português.

Suponha que nós queiramos derivar uma conclusão das premissas em português à esquerda. Nós primeiro traduzimos a premissa em lógica e a estrelamos:

Algum morador de caverna usa fogo.	algum C é F
Toda pessoa que usa fogo possui inteligência.	todo F* é I
________	________

Nenhuma regra é quebrada. "C" e "I" ocorrerão na conclusão. A forma da conclusão será "algum ... é ...". Vemos que "algum C é I" segue de maneira válida, e portanto concluímos que "Algum morador de caverna possui inteligência". De maneira equivalente poderíamos concluir "Alguém que possui inteligência é um morador de caverna".

Ou suponha que queremos derivar a conclusão destas próximas premissas. Novamente, primeiro traduzimos as premissas em lógica e estrelamos:

Ninguém detido por assassinato é libertado por fiança.	nenhum A* é B*
Smith não foi detido por assassinato.	s não é A*
________	________

Aqui "A" é estrelado duas vezes e há duas estrelas no lado direito, portanto regras são quebradas. Então nenhuma conclusão segue. Você intuitivamente quer concluir "Smith é libertado por fiança"? Caso sim, considere que Smith pode ter sido detido por outro motivo, como sequestro, para o qual a fiança é recusada; ou talvez Smith não foi detido por nada.

Tomemos ainda outro exemplo:

Gensler é um lógico.	g é L
Gensler é mau.	g é M
________	________

Nenhuma regra é quebrada. "L" e "M" ocorrerão na conclusão. A forma da conclusão será "algum ... é ... "Vemos que "algum L é M" segue de maneira válida, e portanto concluímos "algum lógico é mau". De maneira equivalente podemos concluir "alguém que é mau é lógico".

2.5a Exercício – também LogiCola BD

Derive uma conclusão em português (não em fbf) que segue de maneira válida das premissas e utilize todas as premissas. Deixe em branco ou escreva "nenhuma conclusão" se nenhuma conclusão segue de maneira válida.

Nenhuma água pura é inflamável. Alguma água do rio Cuyahoga não é inflamável. ———————	nenhum P* é I* algum C não é I* —————— nenhuma conclusão

Você quer concluir que "alguma água do rio Cuyahoga é água pura"? Considere que todo o rio pode estar poluído por algo que não é inflamável.

1. Todo ato humano é determinado (causado por eventos prévios além de nosso controle).
   Nenhum ato determinado é livre.
   ___

2. Algum ato humano é livre.
   Nenhum ato determinado é livre.
   ___

3. Todo ato em que você faz o que você quer é livre.
   Alguns atos em que você faz o que você quer são determinados.
   ___

4. Todo homem é um animal racional.
   Nenhuma mulher é um homem.
   ___

5. Todo filósofo ama sabedoria.
   John ama sabedoria.
   ___

6. Lucas foi um evangelista.
   Lucas não era um apóstolo.
   ___

7. Toda capa de chuva barata bloqueia o escape da transpiração.
   Nenhuma capa de chuva que bloqueia o escape da transpiração o mantém seco quando caminha montanha acima.
   ___

8. Tudo que é ou poderia ser experienciado é passível de ser pensado.
   Tudo que é passível de ser pensado é passível de ser expresso em juízos.
   Tudo que é passível de ser expresso em juízos é passível de ser expresso com sujeitos e predicados.

Tudo que é passível de ser expresso com sujeitos e predicados versa sobre objetos e propriedades.

---

9. Todo juízo moral influencia nossas ações e sentimentos.
   Nada proveniente da razão influencia nossas ações e sentimentos.

---

10. Nenhum sentimento que diminui quando compreendemos sua origem é racional.
    Todo sentimento racista culturalmente ensinado diminui quando compreendemos sua origem.

---

11. Eu peso 90 kg.
    Minha mente não pesa 90 kg.

---

12. Nenhum ato causado por sugestão em hipnose é livre.
    Alguns atos em que você faz o que você quer são causados por sugestão hipnótica.

---

13. Toda crença não provada deve ser rejeitada.
    "Deus existe" é uma crença não provada.

---

14. Toda crença não provada deve ser rejeitada.
    "Toda crença não provada deve ser rejeitada" é uma crença não provada.

---

15. Jones gosta de bife cru.
    Jones gosta de champagne.

---

16. Algum ser humano busca por vingança autodestrutiva.
    Ninguém buscando vingança autodestrutiva é motivado somente por interesse próprio.
    Toda pessoa puramente egoísta é motivada somente por interesse próprio.

---

17. Toda virtude é louvada.
    Nenhuma emoção é louvada.

---

18. Deus é um ser perfeito.
    Todo ser perfeito é autossuficiente.
    Nenhum ser autossuficiente é influenciado por algo fora de si.

---

19. Deus é um ser perfeito.
    Todo ser perfeito sabe de tudo.
    Todo ser que sabe de tudo é influenciado por tudo.

---

20. Toda norma moral básica vale para todo ser racional possível enquanto tal.
    Nenhum princípio baseado na natureza humana vale para todo ser racional possível enquanto tal.

---

21. Todo programa que discrimina simplesmente devido a raça é errado.
    Todo programa de ação racial afirmativa discrimina simplesmente devido a raça.

---

22. Algum programa de ação racial afirmativa é uma tentativa de fazer reparos a injustiças cometidas no passado a determinado grupo.
    Nenhuma tentativa de fazer reparos a injustiças cometidas no passado a determinado grupo discrimina simplesmente devido a raça. (Eles discriminam devido a injustiças cometidas no passado.)

---

23. Algumas ações aprovadas por reformadores são corretas.
    Algumas ações aprovadas pela sociedade não são aprovadas por reformadores.

---

24. Algumas ações erradas são erros cometidos de boa-fé.
    Nenhum erro cometido de boa-fé é censurável.

---

25. Todo juízo moral é crença cuja legitimidade não pode ser decidida pela razão.
    Nenhuma verdade objetiva é crença cuja legitimidade não pode ser decidida pela razão.

Nas premissas acima apresentadas 1-3 defendem as três visões clássicas sobre livre-arbítrio: determinismo rigoroso, indeterminismo e determinismo brando; 8 e 20 são de Immanuel Kant; 9 é de David Hume; 10 é de Richard Brandt; 17 e 18 são de Aristóteles; e 19 é de Charles Hartshorne.

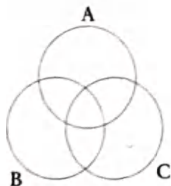
2.6 Diagramas de Venn

Agora que dominamos o teste da estrela, aprenderemos um segundo teste que é mais intuitivo (mas também mais difícil). **Diagramas de Venn** lhe permitem diagramar as premissas utilizando três círculos que

se interseccionam. Aplicaremos diagramas de Venn apenas a *silogismos tradicionais* (silogismos de duas premissas sem letras minúsculas).

Eis como o teste do diagrama de Venn funciona:

> Desenhe três círculos que se interseccionam, rotulando cada um deles com uma das letras do silogismo. Então desenhe as premissas seguindo as direções abaixo. O silogismo é **VÁLIDO** se e somente se, ao desenhar as premissas, *necessariamente* a conclusão está desenhada.

Primeiro desenhamos os círculos que se interseccionam:

Visualize o círculo A que contém todas as coisas A, o círculo B que contém todas as coisas B, e o círculo C que contém todas as coisas C.

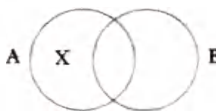
Dentro dos círculos existem sete áreas diferentes.

- A área central, onde os três círculos se interseccionam, contém tudo que possui as três características (A e B e C).
- Três áreas no meio que contêm tudo que possui apenas duas características (por exemplo, A e B mas não C).
- As três áreas exteriores contêm tudo que possui apenas uma característica (por exemplo, A mas não B ou C).

Cada uma das sete áreas pode ser tanto vazia quanto não vazia. Nós sombreamos áreas que sabemos serem vazias. Colocamos um "x" em áreas que sabemos que contêm pelo menos uma entidade. Uma área não sombreada e sem "x" é inespecífica; poderia ser tanto vazia quanto não vazia.

Eis aqui como desenhamos "nenhum" e "algum ... é ...":

Aqui está como desenhamos "todo" e "algum ... não é ...":

"todo A é B" Sombreie as áreas de A que não estão em B.		"Todo animal é bonito" = "tudo no círculo animal está no círculo bonito."
"algum A não é B" Coloque "x" em uma área não sombreada em A que não está em B.		"Algum animal não é bonito" = "algo no círculo animal está fora do círculo bonito."

De novo, sombrear significa que a área é vazia, enquanto "x" significa que existe algo nesta área.

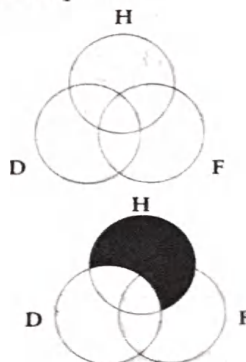
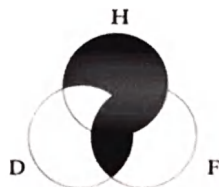
Siga estes quatro passos (por hora você pode ignorar a complicação à direita, já que ela não aparece em nossos três primeiros exemplos):

1. Desenhe três círculos que se interseccionam. 2. Sombreando, ilustre primeiramente premissas que contenham "todo" e "nenhum". 3. Então ilustre premissas que contenham "algum" colocando um "x" em alguma área não sombreada. 4. Se você *deve* ilustrar a conclusão, então o argumento é válido; caso contrário, é inválido.	→	3a. Quando você ilustra "algum", você às vezes pode colocar "x" em qualquer uma das duas áreas não sombreadas. Então o argumento é inválido; para mostrar isso, coloque "x" em uma área que não ilustra a conclusão. (Eu sugiro que primeiro você coloque "x" em *ambas* as áreas e depois apague o "x" que ilustra a conclusão.)

Vamos tentar o teste no argumento válido à esquerda:

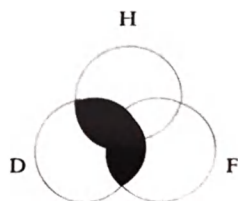
todo H é D **Válido**
nenhum F é D
∴ nenhum H é F

Desenhamos três círculos que se interseccionam.

Nós ilustramos "todo H é D" sombreando áreas de H que não estão em D.

Nós ilustramos "nenhum F é D" sombreando onde F e D se interseccionam.

Mas então nós automaticamente ilustramos a conclusão "nenhum H é F" – já que sombreamos a intersecção de H e F. Portanto, o argumento é válido.

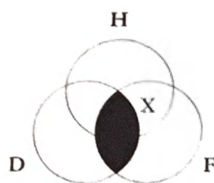
Aqui, um argumento inválido:

nenhum H é D **Inválido**
nenhum F é D
∴ nenhum H é F

Ilustramos "nenhum H é D" sombreando a intersecção de H e D. Ilustramos "nenhum F é D" sombreando a intersecção de F e D.

Mas não ilustramos automaticamente a conclusão "nenhum H é F" (já que não sombreamos todas as áreas em que H e F se interseccionam). Portanto, o argumento é inválido.

Eis aqui um argumento válido utilizando "algum":

nenhum D é F **Válido**
algum H é F
∴ algum H não é D

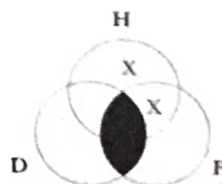
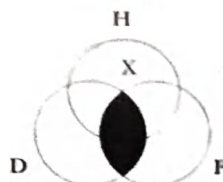
Nós ilustramos "nenhum D é F" sombreando as áreas em que D e F se interseccionam. Ilustramos "algum H é F" colocando um "x" em alguma área não sombreada em que H e F se interseccionam.

Mas, então, ilustramos automaticamente a conclusão "algum H não é D" – já que colocamos um "x" em alguma área de H fora de D. Portanto, o argumento é válido. (Lembre-se que ilustramos "todo" e "nenhum" antes e depois ilustramos "algum.")

Previamente chamei atenção para uma complicação que ocorre algumas vezes:

> 3a. Quando você ilustra "algum", você às vezes pode colocar "x" em qualquer uma das duas áreas não sombreadas. Então o argumento é inválido; para mostrar isso, coloque "x" em uma área que não ilustra a conclusão. (Eu sugiro que primeiro você coloque "x" em *ambas* as áreas e depois apague o "x" que ilustra a conclusão.)

Aqui tal exemplo:

nenhum D é F **Inválido**
algum H não é D
∴ algum H é F

Ilustramos "nenhum D é F" sombreando as áreas em que D e F se interseccionam. Ilustramos "algum H não é D" colocando um "x" em *ambas* as áreas não sombreadas em H que estão fora de D (já que qualquer dos "x" ilustraria a premissa).

Então, apagamos o "x" que ilustra a conclusão "algum H é F". Portanto, ilustramos as premissas sem ilustrar a conclusão.

Já que é possível ilustrar as premissas sem ilustrar a conclusão, o argumento é inválido. Uma vez que esse problema é complexo, você pode precisar reler a explicação algumas vezes até que ela esteja clara em sua mente.

2.6a Exercício – também LogiCola BC

Teste de validade utilizando diagramas de Venn.

nenhum P é B
algum C é B
∴ algum C não é P

1. nenhum B é C
   todo D é C
   ∴ nenhum D é B

2. nenhum Q é R
   algum Q não é S
   ∴ algum S é R

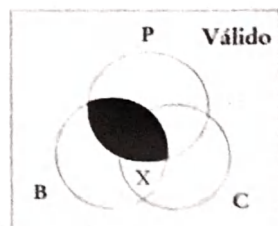
3. todo E é F
   algum G não é F
   ∴ algum G não é E

4. todo A é B
   algum C é B
   ∴ algum C é A

5. todo A é B
   todo B é C
   ∴ todo A é C

6. todo P é R
   algum Q é P
   ∴ algum Q é R

7. todo D é E
   algum D não é F
   ∴ algum E não é F

8. todo K é L
   todo M é L
   ∴ todo K é M

9. nenhum P é Q
   todo R é P
   ∴ nenhum R é Q

10. algum V é W
    algum W é Z
    ∴ algum V é Z

11. nenhum G é H
    algum H é I
    ∴ algum I não é G

12. todo E é F
    algum G não é E
    ∴ algum G não é F

2.7 Argumentos idiomáticos

Nossos argumentos até então foram fraseados em um formato claro premissa-conclusão. Infelizmente, argumentos na vida real são raramente limpos e puros. Ao invés, podemos encontrar um frasear enrolado ou algum material estranho ao argumento. Partes importantes do argumento podem ser esquecidas ou somente sugeridas. E pode ser difícil escolher as premissas e a conclusão. Com frequência é necessário trabalho duro para reconstruir de forma clara um argumento enunciado em uma passagem.

Lógicos gostam de colocar a conclusão por último:

"Sócrates é humano. Todo humano é mortal. *Então Sócrates é mortal.*"

s é H
todo H é M
∴ s é M

Mas as pessoas às vezes colocam a conclusão primeiro, ou no meio:

"*Sócrates há de ser mortal.* Afinal de contas, ele é humano e todo humano é mortal."

"Sócrates é humano. *Então ele há de ser mortal* – uma vez que todo humano é mortal."

Nesses exemplos, "há de" e "então" indicam a conclusão (que sempre fica em *último* quando traduzimos o argumento em lógica). Aqui, algumas palavras típicas que nos ajudam a determinar as premissas e a conclusão:

Estas com frequência indicam premissas:		*Estas com frequência indicam conclusões:*
Porque, pois, uma vez que, afinal de contas... Eu presumo que, como sabemos... Por essas razões...	∴	Logo, por conseguinte, então, portanto... Deve ser, não pode ser... Isto prova (ou mostra) que...

Quando você não tiver essa ajuda, pergunte a si mesmo o que é argumentado *a partir* (essas são as premissas) e o que é argumentado *para* (essa é a conclusão).

Ao reconstruir um argumento, primeiro determine a conclusão. Depois simbolize as premissas e a conclusão; isto pode envolver expressões como "Somente A's são B's" (o que se traduz como "todo B é A"). Se algumas letras ocorrem apenas uma vez, você pode ter que acrescentar premissas não enunciadas, mas implícitas; utilizando o "princípio de caridade", interprete um raciocínio que não esteja claro de modo que ele dê no melhor argumento. Então teste a validade.

Considere este argumento retorcido:

> "Você não é autorizado aqui! Afinal de contas, apenas membros são autorizados."

Primeiramente nós determinamos as premissas e a conclusão:

Somente membros são autorizados aqui.	todo A é M
∴ Você não é autorizado aqui.	∴ v não é A

Uma vez que "M" e "v" ocorrem apenas uma vez, precisamos adicionar uma premissa implícita que as liga para produzir um silogismo. Adicionamos uma premissa plausível e fazemos o teste para verificar validade:

Você não é membro. (implícito)	v não é M	**Válido**
Somente membros são autorizados aqui.	todo A é M	
∴ Você não é autorizado aqui.	∴ v não é A	

2.7a Exercício – também LogiCola B (F & I)

Primeiro avalie intuitivamente. Depois determine a conclusão, traduza em lógica (utilizando fbfs corretas e silogismos), e determine a validade utilizando o teste da estrela. Forneça premissas implícitas onde necessário; quando duas letras ocorrem apenas uma vez, mas denotam ideias genuinamente diferentes, com frequência precisamos de uma premissa implícita que conecte as duas.

Qualquer coisa que seja boa em si mesma há de ser desejada. Mas qualquer coisa que há de ser desejada é capaz de ser desejada. Então somente o prazer é bom em si mesmo, uma vez que apenas o prazer é capaz de ser desejado.	todo B* é D* **Válido** todo D* é C todo C* é P ∴ todo G é P* A conclusão é "*Somente o prazer é bom em si mesmo!*": "todo B é P."

1. Segregação racial em escolas gera severos sentimentos de inferioridade entre alunos negros. Qualquer coisa que gera tais sentimentos trata os alunos de maneira injusta, baseando-se na raça. Qualquer coisa que trata os alunos de maneira injusta baseando-se na raça viola a 14ª Emenda. Qualquer coisa que viola a 14ª Emenda é inconstitucional. Portanto, segregação racial nas escolas é inconstitucional. [Esse é o argumento por trás da decisão da Suprema Corte em 1954 entre Brown vs. Topeka Board of Education.]
2. Você não pode ter estudado! A evidência para isso é que você tirou F no teste.
3. Deus não pode condenar agnósticos por não acreditar. Pois Deus é todo bom, qualquer um que seja todo bom respeita honestidade intelectual, e ninguém que faz isso condena agnósticos por não acreditar.
4. Somente o que está sob o controle de uma pessoa é sujeito a louvor ou culpa. Portanto, as consequências de uma ação não são sujeitas a louvor ou culpa, já que nem toda consequência de uma ação está sob o controle de alguém.
5. Nenhuma vestimenta sintética absorve humidade. Portanto, nenhuma vestimenta sintética deve ser vestida próximo à pele enquanto se esquia.
6. Nem todo conceito humano pode ser derivado de experiência sensória. Minha razão para dizer isso é que a ideia de "autocontraditoriedade" é um conceito humano, mas não é derivado de experiência sensória.
7. Análises de humanos em termo puramente físico-químico são neutras sobre se nós temos consciência interna. Então, contrariamente a Hobbes, devemos concluir que nenhuma análise de humanos em termos puramente físico-químicos explica completamente nossas atividades mentais. Claramente, explicações que são neutras sobre se nós temos uma consciência interna não explicam completamente nossas atividades mentais.
8. Somente o que é baseado na experiência sensória é conhecimento sobre o mundo. Segue que nenhum conhecimento matemático é conhecimento sobre o mundo.

9. Nem todo transmissor de seu rádio é em silicone. Afinal de contas, todo transmissor que funciona bem em altas temperaturas é em silicone e, no entanto, nem todo transmissor de seu rádio funciona bem em altas temperaturas.
10. Princípios morais não são parte da filosofia. Isso segue das seguintes considerações: Somente verdades objetivas são parte da filosofia. Nada é uma verdade objetiva, a não ser que ela seja experimentalmente testável. [Do positivista lógico A. J. Ayer.]
11. Pelo menos uma mulher é pai. Isso segue dos seguintes fatos: (1) Jones é um pai, (2) Jones fez uma mudança de sexo, para feminino, e (3) qualquer pessoa que tenha feito uma mudança de sexo para feminino é (agora) mulher.
12. Somente utilizadores de uma linguagem empregam generalizações. Nenhum único animal utiliza linguagem. Pelo menos um animal raciocina. Portanto, nem todo racionalizador emprega generalizações. [De Stuart Mill.]
13. Somente estudos puros em forma possuem verdadeiro valor artístico. Isso prova que uma coisa não possui verdadeiro valor artístico a não ser que ela seja abstrata, pois é falso que exista algo que seja abstrato mas que não seja estudo puro em forma.
14. Qualquer coisa que alivia pressão em minhas bolhas enquanto eu caminho me permitiria terminar minha caminhada PCT (Pacific Crest Trail) do México ao Canadá. Qualquer sola com furos cortados para bolhas aliviaria a pressão em minhas bolhas enquanto eu caminho. Eu concluo que qualquer sola com furos cortados para bolhas me permitiria terminar minha caminhada PCT do México ao Canadá. [Assim eu raciocinei – e funcionou.]
15. Nós sabemos (por observação da sombra da Terra na Lua durante um eclipse solar) que a Terra projeta uma sombra curva. Mas esferas projetam sombras curvas. Esses dois fatos provam que a Terra é uma esfera.
16. Tudo que é conhecido é verdadeiro e tudo que é verdadeiro corresponde aos fatos. Podemos concluir que nenhuma crença sobre o futuro é conhecida.
17. Nenhuma teoria ética adequada é baseada em experiência sensória, pois qualquer teoria ética adequada fornece princípios universais e necessários, e nada proveniente de experiência sensória provê tais princípios. [De Immanuel Kant.]
18. Pelo menos uma pessoa ativa é vítima de hipotermia. Pessoas ativas não tremem. Segue que nem toda vítima de hipotermia treme. [De uma revista de *ski*.]

19. Objetos em ferro conduzem eletricidade. Sabemos isso do que aprendemos semana passada – a saber, que objetos em ferro são metálicos e que nada conduz eletricidade a não ser que seja metálico.
20. Apenas coisas verdadeiras por convenção linguística são verdades necessárias. Isso mostra que "Deus existe" não pode ser uma verdade necessária. Afinal de contas, declarações de existência não são verdadeiras por convenção linguística.
21. Nenhum pacote de percepções come comida. Hume come comida, e Hume é humano. Disto segue (contrário à teoria de David Hume) que nenhum humano é um pacote de percepções.
22. Qualquer evento que podemos experimentar como empiricamente real (em oposição a sonhos e alucinações) pode enquadrar-se coerentemente em nossa experiência. Então, um evento não causado não pode ser experienciado como empiricamente real. Eu assumo que é falso que algum evento não causado pode enquadrar-se coerentemente em nossa experiência. [De Immanuel Kant.]
23. Eu acredito estar vendo uma cadeira. Mas algumas pessoas que acreditam estar vendo uma cadeira estão iludidas por seus sentidos. E certamente pessoas iludidas por seus sentidos não sabem realmente que elas estão vendo uma cadeira real. Então eu não sei realmente se estou vendo uma cadeira real.
24. Nenhum objeto material pode existir sem ser percebido. Eu afirmo isso por três razões: (1) Objetos materiais podem ser percebidos. (2) Somente sensações podem ser percebidas. Por fim, (3) nenhuma sensação pode existir sem ser percebida. [Bertrand Russell criticou esse argumento para uma metafísica idealista.]
25. Apenas aqueles que podem sentir prazer ou dor merecem consideração moral. Nem toda planta pode sentir prazer ou dor. Então nenhuma planta merece consideração moral.
26. Princípios verdadeiros não possuem consequências falsas. Existem princípios plausíveis com cosequências falsas. Portanto, nem todo princípio verdadeiro é plausível.
27. Somente o que é divisível em partes pode morrer. Tudo que é material é divisível em partes. Nenhuma alma humana é material. Isso mostra que nenhuma alma humana pode morrer.

2.8 A visão aristotélica

Historicamente, lógicos "aristotélicos" e "modernos" discordam sobre a validade de algumas formas de silogismo. Eles discordam devido a diferentes posições sobre a permissão de *termos vazios* (termos gerais que não se referem a nenhum ser que exista).

Compare estes dois argumentos:

Todo gato é animal. ∴ Algum animal é gato.	Todo unicórnio é animal. ∴ Algum animal é unicórnio.

O primeiro parece válido enquanto o segundo parece inválido. Todavia, ambas têm a mesma forma – uma forma que, sujeita ao teste da estrela, resulta como "inválida":

todo G* é A **Inválido**
∴ algum A* é G*

O que está acontecendo aqui?

Quando lemos o primeiro argumento, tendemos a pressupor que existe pelo menos um gato. Dado isso como uma premissa adicional suposta, segue validamente que algum animal é gato. Quando lemos o segundo argumento, não assumimos que existe pelo menos um unicórnio. Sem essa suposição adicional, não segue que algum animal é unicórnio.

Logicamente, o que temos é isto:

Todo G é A ∴ Algum A é G

Esse argumento é *válido* se assumimos a premissa adicional de que existem G's. É *inválido* se não assumimos isto.

A *visão aristotélica*, que assume que cada termo geral em um silogismo refere-se ao menos a um ser que exista, toma o argumento como "válido". A *visão moderna*, que permite termos vazios como "unicórnio", que não se refere a um ser que exista, toma o argumento como "inválido."

Prefiro a visão moderna, já que frequentemente raciocinamos sem pressupor que nossos termos gerais refiram-se a entidades que existam. Alguém pode escrever um artigo utilizando o termo "anjo" sem pressupor a existência de anjos. Ou um professor pode dizer "Todo aluno com apenas nota 10 pode deixar de fazer o exame final"; essa regra não pressupõe de fato que alguém tire apenas nota 10. Por outro lado, nós *podemos* às vezes pressupor que nossos termos gerais sempre se referem a algo; então o teste aristotélico parece mais sensato.

Suponha que tenhamos um argumento com premissas verdadeiras que é válido a partir do ponto de vista aristotélico, mas inválido do ponto de vista moderno. Deveríamos nós ilustrar a conclusão ou não? Devemos ilustrar a conclusão se sabemos que cada termo geral nas premissas

refere-se a pelo menos um ser que exista; caso contrário, não deveríamos. Considere este par de argumentos com a mesma forma (uma forma que é válida a partir do ponto de vista aristotélico, mas inválida a partir do ponto de vista moderno):

Todo gato é mamífero.	Todo círculo quadrado é quadrado.
Todo gato é peludo.	Todo círculo quadrado é círculo.
∴ Alguns mamíferos são peludos.	∴ Algum quadrado é círculo.

A primeira inferência é sensata, pois existem gatos. A segunda inferência não é sensata, pois não existem círculos quadrados.

Alguns livros de lógica utilizam a visão aristotélica, mas a maioria utiliza a visão moderna. Faz uma diferença em alguns poucos casos; todo silogismo neste capítulo anterior a esta seção, quando testados, apresenta o mesmo resultado em ambas as visões.

Para adaptar o teste da estrela à visão aristotélica, redija de forma que cada letra maiúscula seja estrelada *pelo menos uma vez* (ao invés de "exatamente uma"). Para adaptar diagramas de Venn à visão aristotélica, acrescente esta regra: "Se você tem um círculo com apenas uma área não sombreada, coloque um 'x' nesta área"; isso é equivalente a assumir que o círculo em questão não é inteiramente vazio.

Capítulo 3

SIGNIFICADO E DEFINIÇÃO

A linguagem é importante quando nós avaliamos argumentos. Para decidir se um argumento é correto, precisamos avaliar a veracidade das premissas; mas isso requer algum entendimento do que as premissas significam. Significado é frequentemente crucial. Imagine que alguém proponha o seguinte argumento:

Se existe força cósmica, então existe Deus.
Existe força cósmica.
∴ Existe Deus.

Enquanto esse argumento é dedutivamente válido, suas premissas são obscuras. O que é "força cósmica"? Ou melhor, o que, com essa frase (se é que ela quer dizer alguma coisa), a pessoa que está propondo esse argumento quer dizer? Não podemos inteligentemente concordar ou discordar dessas premissas se não compreendemos seu significado. *Precisamos compreender antes de criticarmos.*

Neste capítulo, depois de explorar alguns usos gerais da linguagem, examinaremos definições e outras maneiras de se tornar o significado claro. Então, aprenderemos mais sobre como fazer distinções e detectar obscuridades. Por fim, consideraremos a distinção entre conhecimento baseado na razão e conhecimento baseado na experiência. O objetivo desta investigação em linguagem é aumentar nossa habilidade em analisar e apreender argumentos.

3.1 Usos de linguagem

Os gramáticos distinguem quatro tipos de sentenças, que refletem quatro importantes usos da linguagem:

Declarativo:	"Michigan venceu Ohio."	*faz asserções*
Interrogativo:	"Michigan venceu?"	*faz perguntas*
Imperativo:	"Vença Ohio."	*diz o que fazer*
Exclamativo:	"Hurra para Michigan!"	*expressa sentimentos*

Sentenças podem ter diversas funções ao mesmo tempo. Enquanto fazemos asserções, podemos também fazer perguntas, dizer o que fazer, expressar sentimentos:

- "Eu imagino se o Michigan venceu". (Isso pode ser uma pergunta.)
- "Eu quero que você jogue a bola". (Isso pode dizer o que fazer.)
- "Michigan venceu!" (Isso pode expressar sentimentos de alegria.)

Argumentos podem também exemplificar diferentes usos da linguagem. Suponha que alguém argumente desta maneira sobre o rio de Cleveland que costumava incendiar-se: "Você pode notar que o rio Cuyahoga é poluído a partir do fato de que ele pode queimar!". Nós poderíamos transformar isso em um argumento explícito:

Nenhuma água pura é inflamável.
Alguma água do rio Cuyahoga é inflamável.
∴ Alguma água do rio Cuyahoga não é água pura.

Alguém que argumenta desta maneira pode também (talvez implicitamente) estar levantando uma questão, direcionando pessoas a fazer algo, ou expressando sentimentos:

- O que podemos fazer para limpar este rio poluído?
- Vamos todos decidir tomar uma ação sobre este problema.
- Que nojento é este rio poluído!

Argumentos possuem um contexto e propósito humanos mais amplos. Nós devemos lembrar disso quando estudamos espécimes destacados de argumentação.

Quando fazemos lógica, nosso foco se estreita e nos concentramos em asserções e raciocínio. Para esse propósito, espécimes destacados são melhores. Expressar um argumento de maneira clara, direta, não emotiva, pode tornar mais fácil avaliar a verdade das premissas e a validade da inferência.

É importante evitar linguagem emotiva quando raciocinamos. Certamente não há nada errado com sentimentos ou linguagem emotiva. Razão e sentimento são ambos partes importantes da vida; não necessitamos escolher entre os dois. Mas, frequentemente, precisamos focar em um mais que em outro por uma dada razão. Às vezes, expressar sentimentos é a coisa importante a ser feita e a argumentação apenas atrapalha. Outras vezes, precisamos raciocinar sobre as coisas com a cabeça fria.

Linguagem emotiva pode desencorajar o raciocínio claro. Quando raciocinamos sobre aborto, por exemplo, é inteligente evitar frases como "o crime atroz, homicida de aborto" ou "Neandertais que se opõem ao direito da mulher". Bertrand Russell deu este exemplo de como nós tornamos a linguagem tendenciosa:

Eu sou *firme*; você é *obstinado*; ele é *cabeça dura*.

Frases tendenciosas podem erroneamente nos levar a acreditar que defendemos nossa visão com um argumento (premissas e conclusão) quando de fato nós expressamos apenas nossos sentimentos. Pensadores cuidadosos tentam evitar termos emotivos quando constroem argumentos.

No resto deste capítulo, exploraremos aspectos desse lado "assertivo" da linguagem que está intimamente ligado à análise e avaliação de argumentos.

3.1a Exercício

Para cada palavra ou frase, diga se ela tem um tom emocional positivo, negativo ou neutro. Depois encontre outra palavra ou frase com mais ou menos o mesmo significado assertivo, mas num tom emocional diferente.

solteirona	Isto tem um tom negativo. Uma frase mais neutra é "mulher de idade que nunca se casou."

(O termo "solteirona" sugere que o objetivo de uma mulher na vida é de se casar e que uma mulher de idade que nunca se casou é desafortunada. Não consigo pensar em um termo negativo correspondente para um homem de idade que nunca se casou. Uma única palavra ou frase às vezes sugere toda uma atitude para com a vida, e frequentemente uma atitude não examinada.)

1. milico
2. podre de rico
3. heroico
4. extremista
5. senhor de idade
6. bastardo
7. lorota
8. um país atrasado
9. autoritário
10. assistencialista
11. tratante
12. cabeça de vento
13. uma ideia bizarra
14. pivete
15. birita
16. gay
17. anormal
18. burocracia
19. me abandonar
20. tagarelar
21. descarado
22. velho tarado
23. velho extravagante
24. intrometido
25. propina
26. antiquado
27. bravo
28. lixo
29. uma pessoa acanhada
30. puta

3.2 Definições léxicas

Notamos previamente que a frase "força cósmica" neste exemplo é obscura:

Se existe força cósmica, então existe Deus.
Existe força cósmica.
∴ Existe Deus.

A não ser que o falante nos diga o que ele quer dizer por "força cósmica", não seremos capazes de compreender o que está sendo dito, nem dizer se é verdadeiro. Mas como pode o falante explicar o que ele ou ela quer dizer por "força cósmica"? Ou, de maneira mais geral, como podemos explicar o significado de uma palavra ou frase?

Definição é um importante meio de explicar significado, mas não o único. Nós vamos agora considerar definições e, mais tarde, outras maneiras de explicar um significado.

Uma **definição** é uma regra de paráfrase com a intenção de explicar o significado. De modo mais preciso, uma definição de uma palavra ou frase é uma regra dizendo como eliminar esta palavra ou frase em qualquer sentença que a utilize e produzindo uma segunda sentença que signifique a mesma coisa; o propósito disso é o de explicar ou esclarecer o significado da palavra ou frase.

Suponha que a pessoa com o argumento força cósmica nos dê esta definição:

"Força cósmica" significa "força, no sentido utilizado em física, cuja influência cobre todo o universo."

Isso significa que podemos substituir "força cósmica" por uma segunda frase ("força, no sentido utilizado em física, cuja influência cobre todo o universo") em qualquer sentença sem mudar o significado da sentença. Podemos utilizar essa definição para parafrasear as palavras "força cósmica" no argumento original. Teríamos este argumento equivalente:

Se existe uma força, no sentido utilizado em física, cuja influência cobre todo o universo, então existe Deus.
Existe uma força, no sentido utilizado em física, cuja influência cobre todo o universo.
∴ Existe Deus.

Isso nos ajuda a compreender aonde o falante quer chegar e ver que a primeira premissa é duvidosa. Suponha que exista uma força, tal como a gravidade, cuja influência cobre todo o universo. Por que deveríamos pensar que, se existe tal força, então existe Deus? Isto não é claro.

Então uma definição é uma regra de paráfrase com a intenção de explicar significado. Definições podem ser **lexicais** (explicar uso corrente)

ou **estipulativas** (especificar seu próprio uso). Aqui uma definição lexical correta.

"Barbeiro" significa "homem que apara barbas."[1]

Isso diz que podemos substituir "barbeiro" por "homem que apara barbas" em qualquer sentença; a sentença resultante significará o mesmo que a original, de acordo com o uso corrente. Isso leva ao teste de substituição para definições lexicais:

> **Teste de substituição**: Para testar uma definição lexical declarando que A significa B, tente trocar A e B em uma variedade de sentenças. Se algum par resultante de sentenças não significar a mesma coisa, então a definição está incorreta.

De acordo com nossa definição de "barbeiro" como "homem que apara barbas", por exemplo, estas duas sentenças têm o mesmo significado:

"Al é *um barbeiro*". / "Al é *um homem que apara barbas*".

Essas duas sentenças realmente parecem significar a mesma coisa. Para refutar a definição, teríamos que encontrar duas sentenças que são semelhantes, exceto quando "barbeiro" e "homem que apara barbas" são permutados, e que não signifiquem a mesma coisa.

Aqui uma definição lexical incorreta:

"Barbeiro" significa "homem feliz".

Isso leva a paráfrases incorretas. Se a definição estivesse correta, então as duas sentenças seguintes significariam a mesma coisa:

"Al é *um barbeiro*". / "Al é *um homem feliz*".

Mas elas não significam a mesma coisa, já que poderíamos ter uma verdadeira e outra não. Então a definição está errada.

O teste de substituição está sujeito a pelo menos duas restrições. Primeiro, definições frequentemente têm a intenção de cobrir apenas um sentido de uma palavra que possui diversos significados; devemos então utilizar o teste de substituição somente em sentenças que utilizam o sentido intencionado. Portanto, não seria uma boa objeção à nossa

[1] No original, o autor utiliza o termo "*bacharel*", que significa tanto "solteiro" quanto "bacharel"; definido como "homem não casado". Adiante, volto a utilizar o termo solteiro. N.T.

definição de "barbeiro" como "homem que apara barbas" declarar que as duas sentenças seguintes não possuem o mesmo significado:

> "Eu sou um barbeiro no trânsito". / "Eu sou um *homem que apara barbas* no trânsito".

A primeira sentença utiliza "barbeiro" em um sentido que a definição não tenta cobrir.

Segundo, não devemos utilizar o teste de substituição em sentenças nas quais as palavras aparecem entre aspas. Considere este par de sentenças:

> "'*Barbeiro*' tem oito letras". / "'*homem que apara barbas*' tem oito letras".

As duas sentenças não significam a mesma coisa, já que a primeira é verdadeira e a segunda é falsa. Mas isso não mostra que nossa definição está errada.

Definições lexicais são importantes em filosofia. Muitos filósofos, de Sócrates até o presente, buscaram definições lexicais para alguns dos conceitos centrais da existência humana. Eles tentaram definir conceitos tais como conhecimento, verdade, virtude, bondade e justiça. Tais definições são importantes para a compreensão e aplicação dos conceitos. Definir "bom" como "o que a sociedade aprova" nos levaria a basear nossas crenças éticas no que é socialmente aprovado. Rejeitaríamos este método se definíssimos "bom" como "o que eu gosto" ou "o que Deus deseja", ou se tomássemos "bom" como indefinível.

Podemos avaliar definições lexicais filosóficas utilizando o teste de substituição; Sócrates era adepto disso. Considere a definição do relativismo cultural de "bom":

> "X é bom" significa "X é aprovado por minha sociedade".

Para avaliar isso, tentamos substituir "bom" e "aprovado por minha sociedade" em uma sentença para obter uma segunda sentença. Aqui, tal par de sentenças:

> "Escravidão é *bom*". / "Escravidão é *aprovada por minha sociedade*".

Então vemos se as duas sentenças significam a mesma coisa. Aqui claramente não, já que é consistente afirmar uma mas negar a outra. Os que discordam das normas de sua sociedade frequentemente dizem coisas como "a escravidão é aprovada por minha sociedade, mas isso não é bom". Isso dado, podemos argumentar contra a definição do relativismo cultural de "bom" como segue:

Se a definição do relativismo cultural é correta, então essas duas sentenças têm o mesmo significado.
Elas não têm o mesmo significado.
∴ A definição do relativismo cultural não é correta.

Para replicar isso, o relativismo cultural teria que declarar que as sentenças significam a mesma coisa, mas esta declaração é implausível.

Aqui, cinco regras para boas definições lexicais:

1. Uma boa definição não é nem muito ampla nem muito restrita.

Definir "solteiro" como "homem" é muito amplo, já que existem homens não casados. E definir "solteiro" como "homem astronauta não casado" é muito restrito, já que existem solteiros que não são astronautas.

2. Uma boa definição evita circularidade e termos pobremente compreendidos.

Definir "verdadeiro" como "conhecido como sendo verdadeiro" é circular, já que ela define "verdadeiro" utilizando "verdadeiro". E definir "bom" como "tendo valor aretaico positivo" utiliza termos pobremente compreendidos, uma vez que "aretaico" é menos claro do que "bom".

3. Uma boa definição lexical coincide em vagueza com o termo definido.

Definir "solteiro" como "macho não casado maior de 18 anos" é demasiadamente preciso. O sentido ordinário de "solteiro" é vago, já que em bases semânticas não é claro a partir de qual idade exatamente o termo começa a se aplicar. Então "maior de 18 anos" é muito preciso para definir "solteiro". "Homem" ou adulto são escolhas melhores, já que essas coincidem igualmente bem em vagueza com "solteiro".

4. Uma boa definição lexical coincide, o tanto quanto possível, com o tom emocional (positivo, negativo ou neutro) do termo definido.

Não funcionará definir "solteiro" como "homem *afortunado* que nunca se casou" ou "homem *desafortunado* que nunca se casou". Essas possuem inclinações positiva e negativa; o termo original "solteiro" é neutro.

5. Uma boa definição lexical inclui apenas propriedades essenciais ao termo.

Suponha que todo solteiro mora no planeta Terra. Contudo, morar no planeta Terra não é uma propriedade *essencial* do termo "solteiro", já que podemos imaginar solteiros que moram na Lua. Então é errado incluir "morar no planeta Terra" na definição de "solteiro".

3.2a Exercício – também LogiCola Q

Dê objeções às definições lexicais propostas.

"Jogo" significa "qualquer coisa que envolva competição entre duas partes, e ganhar e perder".	A partir dessa definição, paciência não é um jogo, mas uma batalha militar é. Isso vai contra o uso normal da palavra "jogo".

1. "Mentira" significa "enunciado falso".
2. "Adolescente" significa "pessoa entre 9 e 19 anos de idade".
3. "Deus" significa "objeto de supremo interesse".
4. "Metafísica" significa "qualquer assunto que induz ao sono".
5. "Bom" significa "de valor positivo".
6. "Ser humano" significa "bípede sem plumas".
7. "Eu sei que P" significa "eu acredito que P".
8. "Eu sei que P" significa "eu acredito que P, e P é verdadeiro".
9. "Cadeira" significa "aquilo sobre o que você se senta".
10. "Verdadeiro" significa "acreditado".
11. "Verdadeiro" significa "provado como sendo verdadeiro".
12. "Argumento válido" significa "argumento que convence".
13. "Assassinar" significa "matar".
14. "Moralmente errado" significa "contra a lei".
15. "Filósofo" significa "alguém que tem um diploma em filosofia" e "filosofia" significa "estudo dos grande filósofos".

3.2b Exercício

Relativismo cultural (RC) declara que "bom" (em seu uso ordinário) significa "socialmente aprovado" ou "aprovado pela maioria (da sociedade em questão)". O que essa definição implica a respeito dos enunciados abaixo? Se essa definição fosse correta, então cada um dos seguintes seria verdadeiro (1), falso (0), ou indecidido por essas considerações (?)?

Se torturar por crenças religiosos é *socialmente aprovado* no país X, então ela é *boa* no país X.	1 (para "verdadeiro"). Em relativismo cultural, o enunciado significaria isto (e, portanto, seria verdadeiro): "Se torturar por crenças religiosas é *socialmente aprovada* no país X, então ela é *socialmente aprovada* no país X".

1. Conclusões sobre o que é bom são dedutíveis a partir de dados sociológicos (baseados, por exemplo, em pesquisas de opinião) descrevendo a sociedade de alguém e o que ela aprova.
2. Se eu digo "Infanticídio não é bom", mas um romano antigo diz "Infanticídio é bom," então um ou outro deve estar enganado.
3. As normas estabelecidas pela minha sociedade sobre o que é bom não podem estar erradas.
4. Juízos sobre o que é bom não são verdadeiros nem falsos.
5. É bom respeitar os valores de outras sociedades.
6. Se nossa sociedade favorecesse intolerância, então intolerância seria bom.
7. Democracia representacional funcionará em qualquer lugar.
8. A partir de uma análise de como as pessoas utilizam a palavra "bom", pode ser provado que qualquer coisa que seja socialmente aprovada deve ser boa.
9. Diferentes culturas aceitam diferentes crenças morais.
10. "A maioria favorece isto" implica logicamente "Isto é bom".
11. Se a maioria favorece guerra (estereótipos sexuais, políticas conservativas, aborto, e assim por diante), então isso há de ser bom.
12. "Fazer o que é bom" significa "Fazer o que a maioria favorece".
13. Fazer algo porque é bom não é o mesmo que fazer o que a maioria favorece.
14. Gente que diz "Racismo é favorecido pela maioria das pessoas mas não é bom" se contradiz.
15. Algo que é mau pode, no entanto, ser aprovado socialmente (pois sociedade pode estar mal informada ou ser irracional em suas avaliações).
16. A maioria sabe o que favorece.
17. Se nazismo fosse disseminado e genocídio se tornasse o que a maioria das pessoas favorecessem, então genocídio seria bom.
18. Não é necessariamente bom para mim fazer o que a sociedade favorece.
19. Suponha que uma pesquisa mostre que 90 por cento da população desaprova pessoas que sempre seguem aprovação social. Então segue que é mau sempre seguir aprovação social – em outras palavras, é mal sempre seguir o que é bom.
20. Suponha que seus colegas estadunidenses como um grupo e seus colegas anglicanos como um grupo desaprovam racismo, enquanto seus colegas de trabalho e seu grupo social (amigos e parentes) aprovam racismo. Então racismo é ruim.

3.3 Definições estipulativas

Uma **definição estipulativa** especifica como você utilizará um termo. Uma vez que seu uso pode ser novo, é injusto criticar uma definição estipulativa por colidir com uso convencional. Definições estipulativas devem ser julgadas, não como corretas ou incorretas, mas como úteis ou inúteis.

Este livro pode conter diversas definições estipulativas. Eu defino termos continuamente, como "lógica", "argumento", "válido", "fbfs", e assim por diante. Estas definições especificam o significado que eu vou utilizar para os termos (que às vezes é muito próximo de seu significado padrão). A definição cria um vocabulário técnico.

Uma **definição esclarecedora** é aquela que estipula um significado mais claro para um termo vago; por exemplo, um cientista pode estipular um sentido técnico para "água pura" em termos de nível de bactéria; esse sentido técnico, quando relacionado com o normal, é mais cientificamente preciso. Da mesma maneira, cortes podem estipular uma definição mais precisa de "morte" para resolver certas disputas legais; a definição pode ser escolhida com bases morais e legais para esclarecer a lei.

Filósofos frequentemente utilizam definições estipulativas. Aqui um exemplo:

> Nesta discussão eu utilizo "racional" como significando "sempre adotando os meios acreditados necessários para atingir um objetivo".

Essa definição assinala que o autor utilizará "racional" para abreviar uma certa frase mais longa; não há declaração de que isso reflete exatamente o significado ordinário do termo. Outros filósofos podem utilizar "racional" em diferentes sentidos, tal como "logicamente consistente", "privado de emoção", ou "sempre formando crenças solidamente por métodos científicos". Esses filósofos não estão necessariamente em desacordo; eles podem estar especificando seu vocabulário técnico diferentemente. Podemos utilizar subscritos para diferentes sentidos; "$racional_1$" pode significar "logicamente consistente," e "$racional_2$" pode significar "privado de emoção". Não seja erroneamente levado a pensar que porque ser *racional* em um sentido é desejável que em outros sentidos também seja desejável.

Definições estipulativas, quando não necessitam estar em acordo com o uso corrente, devem:

- utilizar termos claros que as partes envolvidas compreenderão;
- evitar circularidade;

- permitir-nos parafrasear o termo definido;
- estar de acordo com o modo no qual a pessoa que a deu utiliza o termo, e
- ajudar nossa compreensão e discussão sobre o assunto em questão.

Deixe-me elaborar a última norma. Uma definição estipulativa é uma ferramenta para abreviar linguagem. O capítulo 1 deste livro começa com uma definição estipulativa: "Lógica é a análise e avaliação de argumentos". Essa definição nos permite utilizar a palavra única "lógica" no lugar de seis palavras "a análise e avaliação de argumentos". Sem a definição, nossas explicações teriam mais palavras e seriam mais difíceis de apreender; então a definição é útil.

Definições estipulativas devem promover compreensão. É raramente útil estipular como um termo bem-estabelecido será utilizado em um sentido radical novo (por exemplo, que "biologia" seja utilizado para significar "estudo de terremotos"); isso criaria confusão. E raramente é útil multiplicar definições estipulativas para termos que nós utilizaremos raramente. Mas às vezes nós nos encontramos repetindo uma frase complexa; então uma definição estipulativa pode ser útil. Suponha que seu ensaio repita diversas vezes a frase "ação que satisfaz critério 1, 2 e 3 da seção prévia"; será mais fácil seguir seu ensaio se algum termo fosse estipulado para significar o mesmo que a frase longa.

Algumas de nossas definições parecem violar a norma "evitar circularidade". Na seção 6.1, "fbfs" são definidas como sequências que são construídas utilizando estas regras:

1. Qualquer letra maiúscula é uma fbf.
2. O resultado de prefixar qualquer fbf com "~" é uma fbf.
3. O resultado de unir duas fbfs por meio de "•" ou "v" ou "⊃" ou "≡", colocado o resultado entre parênteses, é uma fbf.

Cláusulas 2 e 3 definem "fbfs" em termos de "fbfs". E a definição não parece nos permitir parafrasear o termo "fbf"; não parece que somos capazes de tomar uma sentença que utiliza "fbf" e dizer a mesma coisa sem "fbf".

Na verdade, nossa definição é perfeitamente boa. Podemos refraseá-la da seguinte maneira para evitar circularidade e mostrar como parafrasear o termo "fbf":

> "Fbf" significa "membro de todo conjunto S de sequências que satisfaz estas condições: (1) Toda letra maiúscula é um membro de S; (2) o resultado de prefixar qualquer membro do conjunto com S "~" é um membro de S; e (3) o resultado de unir dois membros do conjunto S por meio de '•' ou 'v' ou '⊃' ou '≡', colocado o resultado entre parênteses, é um membro de S".

Nossa definição de "fbf" é uma **definição recursiva** – uma que primeiramente especifica algumas coisas ao que o termo se aplica e então especifica que, se o termo se aplica a certas coisas, então ele também se aplica a certas outras coisas. Aqui uma definição recursiva de "meu antepassado":

1. Minha mãe e meu pai são meus antepassados.
2. Qualquer pai ou mãe de um antepassado meu é meu antepassado.

Aqui uma definição equivalente não recursiva:

"Meus antepassados" significa "membro de todo conjunto S que satisfaz as seguintes condições: (1) minha mãe e meu pai são membros de S; e (2) todo pai ou mãe de um membro de S é um membro de S".

3.4 Explicando significado

Se evitamos conjuntos de definições circulares, não podemos definir todos os nossos termos; ao invés, devemos deixar alguns termos indefinidos. Mas como podemos explicar tais termos *indefinidos*? Uma forma é por exemplos.

Para ensinar "vermelho" a alguém que não conhece nenhuma língua que falamos, podemos apontar para objetos vermelhos e dizer "Vermelho!". Seria interessante apontar diferentes tipos de objetos. Se apontarmos apenas camisetas vermelhas, a pessoa pode pensar que "vermelho" significa "camiseta". Se a pessoa compreende "não", podemos também apontar objetos que não sejam vermelhos e dizer "Não vermelho!". A pessoa, a não ser que seja daltônica, logo captará nosso significado e será capaz de apontar objetos vermelhos e dizer "Vermelho!". Esta é uma maneira básica e primitiva de ensinar uma língua. Explica uma palavra, não utilizando outras palavras, mas relacionando uma palavra a uma experiência concreta.

Nós às vezes apontamos exemplos com palavras. Podemos explicar xadrez a uma criança dizendo "É um padrão de cor como o da camiseta de seu irmão". Podemos explicar "amor" por meio de exemplos: "Amor é acordar cedo para preparar café da manhã a uma pessoa doente ao invés de ficar na cama, encorajar alguém ao invés de reclamar, e ouvir a outras pessoas ao invés de dizer-lhes quão bom você é". Com frequência é útil combinar a definição com exemplos, para que um reforce o outro; assim, o capítulo 1 definiu "argumento" e depois deu exemplos.

Em discussões abstratas, as pessoas muitas vezes usam palavras de maneiras tão diferentes que elas falham em comunicar. As pessoas parecem sempre estar falando línguas diferentes. Pedir-lhes por definição pode então levar à frustração de ouvir um termo que você não compre-

ende sendo definido utilizando outros termos que você não compreende. Em tais casos, pode ser de maior ajuda pedir por exemplos ao invés de definições. Podemos dizer "Dê-me exemplos de um *enunciado analítico* (ou de uma *desconstrução*)". O pedido por exemplos pode trazer uma discussão abstrata desnorteante de volta à terra e levar à compreensão mútua.

Positivistas lógicos e pragmatistas sugeriram outras formas para esclarecer enunciados. Positivistas propuseram que nós expliquemos o significado de um enunciado por especificar quais experiências mostrariam que o enunciado é verdadeiro, e quais mostrariam que o enunciado é falso. Definições operacionais tais como essas conectam significado a um teste experimental:

- Dizer que uma rocha A é "mais dura do que" a rocha B significa que A riscaria B, mas B não riscaria A.
- Dizer que esta corda tem "1 metro" significa que, se você esticá-la sobre um metro padrão, então o fim de ambos coincidirá.
- Dizer que esta pessoa "tem um QI de 100" significa dizer que esta pessoa teria uma pontuação média em um teste padrão de QI.

Tais definições são importantes em ciência.

Positivistas lógicos como A. J. Ayer apelaram ao *critério de verificabilidade de significado* como pedra primordial de sua filosofia. Podemos formular seu princípio (a ser aplicado somente em enunciados sintéticos, veja seção 3.6) como segue:

Positivismo Lógico (PL)

Para nos ajudar a encontrar o significado de um enunciado, pergunte "Como pode a veracidade ou falsidade do enunciado ser, em princípio, descoberta por testes observacionais concebíveis?

Se não há maneira de testar o enunciado, então ele não possui significado (ele não faz nenhuma asserção que poderia ser verdadeira ou falsa). Se testes são dados, eles especificam significado.

Existem problemas em tomar PL como literalmente verdadeiro. PL diz que *qualquer enunciado que não seja testável não possui significado.* Mas o próprio PL não é testável. Portanto, PL não possui significado em seus próprios termos; ele se autorrefuta. Por essa razão e outras, poucos hoje em dia se atêm a essa visão, mesmo que ela tenha sido popular algumas décadas atrás.

Ainda, a forma PL de esclarecer enunciados pode ser útil. Considere esta declaração de Tales, o grego antigo considerado o primeiro filósofo:

"Água é a substância primordial da realidade". O significado aqui não é claro. Podemos pedir a Tales por uma definição de "substância primordial"; isso esclareceria a declaração. Ou podemos seguir PL e perguntar: "Como poderíamos testar se o argumento é correto?" Suponha que Tales diga o seguinte, dando portanto uma definição operacional:

> Tente não dar água a coisas vivas. Se elas morrerem, então isso prova minha declaração. Se elas viverem, isso refuta minha declaração.

Entenderíamos então Tales como declarando que a água é necessária à vida. Ou suponha que Tales replique desta maneira:

> Deixe os cientistas trabalharem na tarefa de transformar cada tipo de matéria (ouro, rocha, ar, e assim por diante) em água, e água novamente em cada tipo de matéria. Se eventualmente eles obtiverem êxito, então isso prova minha declaração.

Ainda, isso nos ajudaria a compreender a declaração. Mas suponha que Tales diga isto:

> Nenhum teste experimental concebível pode mostrar que minha declaração é verdadeira ou falsa.

Os positivistas imediatamente concluiriam que a declaração de Tales não possui significado – que ela não faz nenhuma asserção que poderia ser verdadeira ou falsa. Aquele de nós que não é positivista não precisa delinear essa conclusão tão rápido; mas devemos permanecer suspeitos quanto à declaração de Tales e imaginar aonde ele quer chegar.

PL exige que um enunciado seja *em princípio* passível de ser testado. A qualificação "em princípio" é importante. Considere "Existem montanhas no outro lado da lua". Quando os positivistas escreveram a tecnologia de foguetes, era menos avançada, e não podíamos de fato testar esse enunciado. Mas isso não importaria a seu significado, já que descreveríamos como um teste seria. Que essa declaração era *testável em princípio* era suficiente para fazê-la possuir significado.

PL esconde uma ambiguidade quando fala de "teste observável concebível". Observável por quem? É suficiente que uma pessoa faça a observação? Ou deve ser publicamente observável? Um enunciado sobre meus sentimentos presentes possui significado se apenas eu posso observar se ele é verdadeiro? Historicamente, a maioria dos positivistas exigia que um enunciado fosse *publicamente verificável.* Mas a versão mais fraca da teoria que permite *verificação por uma pessoa* parece melhor. Afinal de contas, um enuciado sobre meus sentimentos presentes faz sentido, mas apenas eu posso verificá-lo.

William James sugeriu um modo relacionado de esclarecer enunciados. Seu ensaio "Pragmatism" sugere que determinemos o significado, ou "valor monetário", de um enunciado relacionando-o com consequências práticas. A visão de James é mais ampla e mais tolerante que a dos positivistas. Nós podemos formular seu princípio pragmatista como segue (mais uma vez, a ser aplicado apenas a enunciados sintéticos):

> Pragmatismo (PR)
>
> Para nos ajudar a encontrar o significado de um enunciado, pergunte "Que diferenças práticas concebíveis a veracidade ou falsidade do enunciado faria a alguém?" Aqui "diferenças práticas a alguém" cobre que *experiências* alguém teria ou que *escolhas* alguém deve fazer.
>
> Se a veracidade ou falsidade de um enunciado não faz nenhuma diferença prática a alguém, então ele não possui significado (ele não faz nenhuma asserção que poderia ser verdadeira ou falsa). Se diferenças práticas são dadas, elas especificam o significado.

Eu estou inclinado a acreditar que algo próximo a PR é fundamentalmente verdadeiro. Mas aqui eu apenas enfatizo que PR pode ser útil em esclarecer significado.

Em muitos casos, PR se aplica praticamente da mesma maneira que a versão mais fraca de PL, que permite verificação por uma pessoa. PL foca no que poderíamos experienciar se o enunciado fosse verdadeiro ou falso; e PR inclui tais experimentos sob diferenças práticas.

PR também inclui que escolhas sob "diferença prática" alguém deve fazer. Isso faz de PR mais amplo que PL, já que o que faz a diferença em escolhas não precisa ser testado por observação. Considere que o hedonismo declara "Somente prazer merece consideração". PL pergunta "Como pode a veracidade ou falsidade do hedonismo ser descoberta em princípio por testes observacionais concebíveis?". Talvez ela não possa; então PL veria hedonismo como cognitivamente sem significado. PR pergunta "Que diferenças práticas concebíveis a alguém poderia a veracidade ou falsidade do hedonismo fazer?". Aqui, "diferenças práticas" incluem que *escolhas* alguém deve fazer. A veracidade do hedonismo pode fazer muitas diferenças específicas sobre escolhas; se o hedonismo é verdadeiro, por exemplo, então não devemos buscar o conhecimento por si mesmo, mas somente enquanto ele promove prazer. Declarações éticas como essas a respeito do hedonismo não possuem significado em PL, mas possuem significado em PR, que é mais tolerante.

Além disso, PR não se autorrefuta. PL diz "qualquer enunciado que não seja passível de ser testado não possui significado". Mas PL ele

próprio não é passível de ser testado. PR diz: "Qualquer enunciado cuja veracidade ou falsidade não faz nenhuma diferença prática é sem significado". PR faz uma diferença prática para nossas escolhas sobre crenças; presumivelmente não devemos acreditar em enunciados que falham o teste PR. E PR pode possuir significado em seus próprios termos.

Então nós podemos explicar palavras por definições, exemplos, condições de verificação e diferenças práticas. Outra maneira de conceber o significado de palavras é pelo seu uso contextual: nós utilizamos uma palavra de tal maneira que seu significado pode ser recolhido a partir de "pistas" no entorno. Suponha que uma pessoa entrando em um carro diga "Eu estou entrando em meu C"; podemos presumir que C significa "carro". Nós todos aprendemos a maior parte de nossa primeira linguagem apanhando o significado das palavras a partir de seu uso contextual.

Alguns pensadores querem que nós apanhemos seus termos técnicos desta mesma maneira. Não nos é dada nenhuma definição de termos-chave, nenhum exemplo para esclarecer seu uso, e nenhuma explicação em termos de condições de verificação ou diferenças práticas. Apenas nos é dito para mergulhar dentro e compreender a linguagem ao se acostumar com ela. Devemos suspeitar disso. Podemos "pegar" a linguagem, mas talvez ela se mostre como sendo vazia e sem significado. É por isso que positivistas e pragmatistas enfatizaram encontrar o "valor monetário" de ideias em termos de condições de verificação ou diferenças práticas. Devemos permanecer em guarda contra jargões vazios.

3.4a Exercício

Cada uma das sentenças possuiria significado em PL? (Tome PL exigindo que um enunciado seja publicamente testável.) Cada uma das sentenças possui significado em PR?

A não ser que tenhamos uma boa razão para contrariar, *devemos* acreditar no que experiência sensorial parece nos revelar.

Esse enunciado não possui significado em PL, uma vez que declarações sobre o que alguém deve fazer não são publicamente testáveis. Ele possui significação em PR, já que sua validade pode fazer uma diferença sobre que escolhas devemos fazer sobre crenças.

1. Está frio lá fora.
2. Este relógio é rápido.
3. Há formigas de 2 metros em meu quarto.
4. Nada é real.

5. Forma é metafisicamente anterior a matéria.
6. Ao meio-dia todo comprimento, distância e velocidade no universo dobrarão.
7. Eu estou com um chapéu invisível que não pode ser percebido de nenhuma maneira.
8. Regina tem uma dor no dedinho de seu pé, mas não mostra sinais disso e negará caso você lhe pergunte.
9. Outros humanos não possuem pensamentos ou sentimentos, mas apenas se comportam como se eles tivessem.
10. Manuel continuará a ter experiências conscientes após sua morte.
11. Anjos existem (ou seja, existem criaturas que nunca tiveram dimensão espacial ou peso).
12. Deus existe (ou seja, existe um criador particular do universo muito inteligente, poderoso e bom).
13. Uma pessoa deve ser logicamente consistente.
14. Qualquer enunciado cuja veracidade ou falsidade não faça nenhuma diferença prática concebível não possui significado. (PR)
15. Qualquer enunciado que não seja testável de maneira observacional não possui significado. (PL)

3.5 Fazendo distinções

Filósofos confrontados com questões difíceis frequentemente começam fazendo distinções:

> "Se sua questão significa... [e, portanto, é refraseada de maneira simples e clara], então minha resposta é ... Mas se você está na realidade perguntando ..., então minha resposta é ...."

A habilidade de formular vários significados possíveis de uma questão é uma destreza de valor. Muitas destas questões que confrontam nosso uso são vagas ou confusas; com frequência temos que esclarecer a questão antes que possamos responder inteligentemente. Tornar uma questão clara pode ser metade da batalha.

Considere esta questão (na qual eu sublinhei a ardilosa palavra "indubitável"):

> "São algumas crenças indubitáveis?"

O que "indubitável" significa? Significa na realidade não duvidável? Ou incapaz (psicologiacamente) de ser duvidado? Ou irracional duvidar? E o que é duvidar? Abster-se de acreditar? Ou é ter alguma suspeita com respeito à crença (embora ainda possamos acreditar nela)?

É indubitável por quem? Por todo mundo? Por mim? Nossa pequena questão esconde um mar de ambiguidades. Aqui, três exemplos de muitas coisas que nossa questão pode estar perguntando:

- Existe alguma crença que ninguém tenha se recusado acreditar? (Para responder a isso, precisamos saber se pessoas em um asilo de loucos às vezes se recusam acreditar que elas existam ou que "2=2".)
- Existem algumas crenças das quais nenhuma pessoa racional suspeita? (Para responder a isso, temos primeiramente que decidir o que entendemos por "racional".)
- Existem algumas crenças que alguns indivíduos específicos são psicologicamente incapazes de ter qualquer dúvida sobre? (Talvez muitas pessoas sejam incapazes de ter quaisquer dúvidas sobre quais são seus nomes ou onde elas moram.)

Não é sábio tentar responder a tal questão sem antes delinear o que nós tomamos como sendo seu significado.

Ambiguidades não percebidas podem bloquear comunicação. Com frequência pessoas não são claras sobre o que elas estão perguntando, ou tomam a questão do outro em um sentido não intencionado. Isso é mais comum quando a discussão toma um viés abstrato, sem exemplos.

3.5a Exercício

Cada um dos seguintes argumentos é obscuro ou ambíguo. Distinga pelo menos três significados interessantes para cada questão. Formule cada sentido de maneira clara, simples, e breve – e sem utilizar a palavra sublinhada.

> Pode alguém provar que existem objetos externos?

> - Podemos deduzir, a partir de premissas que expressam experiências imediatas (como "parece que eu vejo um objeto azul"), que existem objetos externos?
> - Pode alguém construir um argumento que convença (toda ou a maioria) céticos de que existem objetos externos?
> - Pode alguém construir um bom argumento dedutivo ou indutivo, a partir de premissas que expressam sua experiência imediata além de princípios de evidência de verdade, para concluir que é razoável acreditar que existem objetos externos? (Esses "princípios de evidência" podem incluir coisas como "A não ser que tenhamos fortes razões do contrário, é razoável acreditar no que experiência sensória parece revelar".)

1. É ética uma ciência?
2. Esse macaco é um animal racional?

3. Esta crença parte do senso comum?
4. Objetos materiais são objetivos?
5. Valores são relativos (ou absolutos)?
6. Generalizações científicas são certas?
7. A ação deste macaco foi um ato livre?
8. A verdade é imutável?
9. Crenças morais são explicáveis?
10. Esse juízo é baseado na razão?
11. Um feto é um ser humano?
12. Valores são objetivos?
13. Qual a natureza do homem?
14. Posso saber o que outra pessoa sente?
15. Você tem uma alma?
16. O mundo é ilógico?

3.6 Analítico e sintético

Immanuel Kant introduziu duas distinções que se tornaram muito influentes. Ele dividiu enunciados, baseando-se em seu significado, em enunciado *analítico* e *sintético*. Ele dividiu conhecimento, baseando-se na maneira pela qual algo é conhecido, em conhecimento *a priori* e *a posteriori*. Consideraremos essas distinções nesta seção e na próxima.[2]

Primeiro tentemos compreender o que é um *enunciado analítico*. O problema é que Kant dá duas definições:

1. Um *enunciado analítico* é um enunciado cujo sujeito possui seu predicado.
2. Um *enunciado analítico* é um enunciado cuja negação é autocontraditória.

Considere estes exemplos (e tome "solteiro" significando "homem não casado"):

(a) "Todo solteiro é não casado."
(b) "Se está chovendo, então está chovendo."

Ambos os exemplos são analíticos pela definição 2, já que a negação de ambos é autocontraditória. Mas apenas (a) é analítica pela definição 1. Em (a) o sujeito "solteiro" ("homem não casado") contém o predicado "não casado"; mas em (b), o sujeito inexistente não contém o predicado.

[2] Vou delinear uma abordagem padrão dessas distinções kantianas. Alguns pensadores como W. V. O. Quine em seu *Philosofy of* logic, 2nd ed. (Cambridge: Mass. Harvard University Press, 1986), criticam essa abordagem padrão.

Nós adotaremos a definição 2; então definimos um **enunciado analítico** como um enunciado cuja negação seja autocontraditória. *Verdade logicamente necessária* é outro termo para a mesma ideia; tais verdades são baseadas na lógica, no significado de conceitos, ou nas conexões necessárias entre propriedades. A seguir, alguns outros enunciados analíticos:

"2 = 2"	"Se tudo é verde, então isso é verde."
"1 > 0"	"Se há chuva, há precipitação."
"Todo sapo é sapo"	"Se isto é verde, então é colorido."

Por outro lado, um **enunciado sintético** é um enunciado que não é analítico ou autocontraditório; *contingente* é outro termo para a mesma ideia. Enunciados são divididos em analíticos, sintéticos e contraditórios; aqui um exemplo de cada:[3]

Analítico: "Todo solteiro é não casado."
Sintético: "Daniel é solteiro."
Contraditório: "Daniel é um solteiro não casado."

Enquanto existem três tipos de enunciados, existem apenas dois tipos de verdade: analítica e sintética. Enunciados contraditórios são necessariamente falsos.

3.6a Exercício

Diga se cada um destes enunciados é analítico ou sintético. Tome os vários termos em seu sentido mais natural. Alguns exemplos são controversos.

Todo triângulo é triângulo.	Esse enunciado é analítico. Seria contraditório negá-lo e dizer "Algum triângulo não é triângulo".

1. Todo triângulo possui três lados.
2. 2 + 2 = 4.
3. Combinar duas gotas de mercúrio com outras duas gotas resulta em uma grande gota.
4. Existem formigas que estabeleceram um sistema de escravidão.

[3] A lógica modal (capítulo 10 e 11) simboliza "A é analítico (necessário)" como "$\Box$A", "A é sintético (contingente)" como "($\Diamond$A • $\Diamond$~A)", e "A é uma autocontradição" como "~$\Diamond$A".

5. Ou algumas formigas são parasitárias ou nenhuma o é.
6. Nenhuma pessoa de três anos de idade é um adulto.
7. Nenhuma pessoa de três anos de idade compreende lógica simbólica.
8. Água ferve a 90° C nesta montanha de 10.000 pés.
9. Água ferve a 100° C no nível do mar.
10. Nenhum tio que nunca se casou é filho único.
11. Todo cisne é branco.
12. Todo corpo material é espacialmente posicionado e possui dimensões espaciais.
13. Todo corpo material possui peso.
14. A soma dos ângulos de um triângulo euclidiano é igual a 180°.
15. Se todo parisiense é francês e todo francês é europeu, então todo parisiense é europeu.
16. Todo evento possui uma causa.
17. Todo efeito possui uma causa.
18. Devemos tratar uma pessoa não simplesmente como um meio, mas sempre como um fim em si mesmo.
19. Uma pessoa deve ser logicamente consistente.
20. Deus existe.
21. Dado que observamos que o sol nasceu todos os dias no passado, é razoável acreditarmos que o sol nascerá amanhã.
22. A não ser que tenhamos fortes razões para contrariar, devemos acreditar no que a experiência sensória nos revela.
23. Tudo que é vermelho é colorido.
24. Nada vermelho é azul (ao mesmo tempo e na mesma parte e respeito).
25. Todo enunciado sintético conhecido como verdadeiro é conhecido com base em experiência sensória. (Não existe conhecimento sintético *a priori*.)

3.7 *A priori* e *a posteriori*

Filósofos tradicionais distinguem dois tipos de conhecimentos. **Conhecimento *a posteriori* (empírico)** é conhecimento baseado em experiência sensorial. **Conhecimento *a priori* (racional)** é conhecimento não baseado em experiência sensorial. A seguir, um exemplo de cada tipo de conhecimento:

> *A posteriori*: "Alguns solteiros são felizes".
> *A priori*: "Todo solteiro é não casado".

Enquanto sabemos que ambos são verdadeiros, *como* sabemos difere nos dois casos. Conhecemos o primeiro enunciado a partir de

nossa experiência de solteiro; nós nos lembramos de diversos solteiros e recordamos que alguns deles foram felizes. Se tivéssemos que justificar a veracidade deste enunciado a outros, apelaríamos a dados experimentais sobre solteiros. Em contraste sabemos que o segundo enunciado é verdadeiro apreendendo o que ele significa e verificando que ele há de ser verdadeiro. Se tivéssemos que justificar a veracidade desses enunciados, não teríamos que recolher dados experimentais sobre solteiros.

Grande parte de nosso conhecimento é *a posteriori* – baseado em experiência sensória. Aqui "experiência sensória" cobre os cinco "sentidos externos" (visão, audição, olfato, paladar e tato). Também cobre "sentidos internos" (a consciência de nossos próprios pensamentos e sentimentos) e qualquer outro acesso experiencial à verdade que podemos ter (talvez experiência mística ou percepção extrasensorial).

Conhecimento lógico e matemático é geralmente *a priori*. Para testar a validade de um argumento, nós não temos que sair e experimentar. Ao invés disso, apenas pensamos e raciocinamos; às vezes escrevemos algumas coisas para ajudar nosso pensamento. Os testes de validade neste livro são métodos racionais (*a priori*). "Raciocinar" em um sentido restrito (no qual contrasta com "experiência") lida com o que podemos conhecer *a priori*.

Conhecimento *a priori* requer alguma experiência. Não podemos saber que todo solteiro é não casado a não ser que tenhamos aprendido o conceito envolvido; isso requer experiência de linguagem e de humanos (casados e não casados). E saber que solteiro é não casado requer a experiência de pensar. Portanto, conhecimento *a priori* depende de alguma forma de experiência (então não é simplesmente algo com o qual nascemos). Mas ainda faz sentido chamar tal conhecimento de *a priori*. Suponha que apreendemos o conceito utilizando experiência. Então, para justificar a declaração de que todo solteiro é não casado, não temos que apelar a qualquer outra experiência, a não ser pensar. Em particular, não temos que investigar solteiros para ver se eles são todos não casados.[4]

Aqui, outros exemplos de enunciados conhecidos como *a priori*:

"2 = 2"
"1 > 0"
"Todo sapo é sapo."

"Se tudo é verde, então isso é verde."
"Se há chuva, há precipitação."
"Se isto é verde, então é colorido."

[4] David Hume, que pensou que todos os conceitos eram provenientes da experiência, também defendeu conhecimento *a priori*. Comparando dois conceitos empíricos, podemos às vezes reconhecer que as condições empíricas que verificariam um ("solteiro") também verificaria o outro ("não casado"); portanto, ao refletir em nossos conceitos, podemos ver que todo solteiro há de ser não casado.

Também demos esses como exemplos de enunciados analíticos.

Até então, utilizamos apenas enunciados sintéticos como exemplos de conhecimento *a priori*. Alguns filósofos acreditam que ambas as distinções coincidem; eles acreditam que haja apenas uma distinção, embora ela seja delineada de duas maneiras. Eles sugerem isto:

conhecimento *a priori*	=	conhecimento analítico
conhecimento *a posteriori*	=	conhecimento sintético

Essa visão é verdadeira? Se ela é verdadeira, ela não é verdadeira somente devido à maneira pela qual definimos os termos. A partir de nossas definições, a base para a distinção de sintético/analítico difere da base para a distinção de *a priori/a posteriori*. Um enunciado é sintético ou analítico dependendo se sua negação é uma autocontradição. Conhecimento *a priori* ou *a posteriori dependendo* se ele repousa em experiência sensória. Nossa definição deixa em aberto se as duas distinções coincidem.

Estas duas combinações são muito comuns:

conhecimento analítico *a priori* conhecimento sintético *a posteriori*

A maior parte de nosso conhecimento em matemática e lógica é analítica e *a priori*. A maior parte de nosso conhecimento científico e nosso conhecimento do dia a dia sobre o mundo é sintética e *a posteriori*. Estas duas outras combinações são mais controversas:

conhecimento analítico *a posteriori* conhecimento sintético *a priori*

Podemos conhecer um enunciado analítico *a posteriori*? Parece que sim. "π é um pouco maior que 3" é presumivelmente uma verdade analítica que pode ser conhecida tanto por cálculo *a priori* (a maneira mais precisa de computar π) – ou mensurando círculos empiricamente (como os egípcios fizeram). E "Está chovendo ou não está chovendo" é uma verdade analítica que pode ser conhecida *a priori* (e justificada por tabelas de verdade, veja seção 6.6) – ou deduzindo-a do enunciado empírico "Está chovendo."

Mas talvez qualquer enunciado analítco conhecido como *a posteriori* também possa ser conhecido *a priori*. Essa declaração parece bastante plausível. Saul Kripke questionou isso mas seus argumentos são muito complexos para serem considerados aqui.[5]

[5] Ou talvez ele esteja declarando que existam necessidades metafísicas não-analíticas (tal como água é H_2O) que são *a posteriori*. Veja seu *Naming and Necessity* (Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1980).

A maior controvérsia desencadeou-se sobre a seguinte questão: "Temos qualquer conhecimento sintético a priori?". Isso é perguntar se existe um enunciado A tal que:

- A é sintético (não é contraditório afirmá-lo nem negá-lo),
- sabemos que A é verdadeiro, e
- nosso conhecimento de A é baseado na razão (não em experiência sensória)?

Em um sentido do termo, um *empirista* é alguém que rejeita tal conhecimento – e que, portanto, limita o que podemos conhecer a respeito de enunciados analíticos pela razão pura. Por outro lado, um racionalista é aquele que aceita tal conhecimento – e que consequentemente dá um maior escopo ao que podemos conhecer pela razão pura.[6] Nossa visão nesse ponto tem um impacto importante no resto de nossa filosofia.

O empirista nega a possibilidade de conhecimento sintético *a priori* por duas razões principais. Primeiro, é difícil compreender como pode haver tal conhecimento. Conhecimento analítico *a priori* é fácil de ser apreendido. Suponha que um enunciado seja verdadeiro somente devido a seu significado e relações lógicas dos conceitos envolvidos; então podemos conhecê-lo de uma maneira *a priori* refletindo sobre esses conceitos e relações lógicas. Mas suponha que um enunciado possa ser logicamente verdadeiro ou falso. Como podemos então saber o que ele é por meio da razão pura?

Segundo, os que declaram conhecer verdades sintéticas *a priori* não concordam muito sobre o que essas verdades são. Eles parecem apenas seguir seus preconceitos e os chamam de "frutos da razão".

Racionalistas afirmam a existência de conhecimento sintético *a priori* por duas razões principais. Primeiro, a visão oposta (pelo menos se ela é declarada como sendo conhecida) parece uma autorrefutação. Considere empiristas que declaram conhecer o seguinte como verdadeiro:

"Não existe conhecimento sintético *a priori*."

Qualquer conhecimento disso teria que ser sintético e *a priori*. Pois o enunciado é sintético (não é verdadeiro pela maneira na qua definimos os termos "síntético" e "*a priori*", e sua negação não é uma autocontradição). E seria conhecido *a priori* (já que não podemos justificá-lo por experiência sensória). Então o enunciado dos empiristas teria que ser um conhecimento sintético *a priori*, a coisa exata que eles rejeitam.

[6] De maneira mais ampla, *empiristas* são aqueles que enfatizam conhecimento *a posteriori*, enquanto racionalistas são aqueles que enfatizam conhecimento *a priori*.

Segundo, parece que temos conhecimento sintético *a priori* de diversas verdades, tal como a que segue:

> Se você acredita que vê um objeto vermelho e você não tem nenhuma razão especial para duvidar de sua percepção [e.g., que a luz está estranha ou que você esteja tomando drogas que alteram o estado da mente], então é razoável que você acredite que você de fato vê um objeto vermelho.

Essa declaração é sintética; não é verdadeira pela maneira na qual definimos os termos – e céticos que acreditam que sua percepção pode ser ilusória podem negá-la sem autocontradição. Ela é presumivelmente verdadeira. Se nós não conhecemos verdades como essa, então não poderíamos justificar qualquer crença empírica. E ela é conhecida *a priori*; não pode ser baseada em experiência sensória – ao invés, conhecimento a partir de experiência sensória é baseado em verdades como essa. Então existe conhecimento sintético *a priori*.

A disputa sobre conhecimento sintético *a priori* influencia a maneira em que fazemos filosofia. Considere esta questão: podem princípios éticos básicos serem conhecidos *a priori*? Empiristas respondem que não; então eles pensam que conhecimento de princípios éticos básicos é ou empírico ou não existe. Mas racionalistas podem (e com frequência o fazem) pensar que conhecemos verdades éticas básicas *a priori*, apenas a partir da razão (ou via intuição ou via algum teste de consistência racional).

3.7a Exercício

Suponha que saibamos que cada um destes enunciados é verdadeiro. Nosso conhecimento seria *a priori* ou *a posteriori*? Tome os diversos termos em seu sentido mais natural. Alguns exemplos são controversos.

Todo triângulo é triângulo.	Isso seria conhecido *a priori*.

Utilize os exemplos da seção 3.6a.

Capítulo 4

FALÁCIAS E ARGUMENTAÇÃO

Este capítulo possui cinco tópicos que se relacionam. Eles lidam com características de um bom argumento: reconhecer falácias comuns, desenvolver seu próprio argumento e analisar argumentos que você lê.

4.1 Bons argumentos

Um **bom argumento**, para ser logicamente correto e satisfazer o propósito para o qual utilizamos o argumento, deve:

1. ser dedutivamente válido (ou indutivamente forte) e possuir todas as premissas verdadeiras;
2. que sua validade e a veracidade de suas premissas sejam o mais evidente possível para as partes envolvidas;
3. ser enunciado de maneira clara (utilizando linguagem compreensível e deixando claro o que é premissa e o que é conclusão);
4. evitar circularidade, ambiguidade e linguagem emocional; e
5. ser relevante para a questão tratada.

Primeiro, um bom argumento deve ser dedutivamente válido (ou indutivamente forte – veja capítulo 5) e possuir todas as premissas verdadeiras. Com frequência criticamos um argumento por tentar mostrar que a conclusão não segue das premissas ou que uma ou mais premissas são falsas.

Segundo, a validade e a veracidade das premissas em um bom argumento devem ser as mais evidentes possíveis para as partes envolvidas. Argumentos são menos efetivos se eles pressupõem ideias que outros vejam como falsas ou controversas. De modo ideal, gostaríamos de utilizar apenas premissas que todos aceitarão como óbvias imediatamente; mas na prática, este é um ideal muito alto. Com frequência apelamos a premissas que serão aceitas somente por aqueles com mesma visão política, religiosa, ou filosófica. E, às vezes, apelamos a palpites, como

"eu posso alcançar a arma antes que o ladrão o faça"; mesmo que não ideal, esse pode ser o melhor que podemos fazer em um dado momento.

Terceiro, um bom argumento deve ser enunciado de maneira clara; utilizar linguagem compreensível e deixar claro o que é premissa e o que é conclusão. Linguagem obscura ou excessivamente complexa faz com que raciocínio seja mais difícil de apreender.

Quando desenvolvemos um argumento, uma boa estratégia é colocá-lo no papel em uma maneira preliminar e depois relê-lo diversas vezes tentando fazer melhorias. Tente expressar as ideias o mais simples e claramente possível, e pense como outros vão objetar ou compreender de maneira errônea. Com frequência, ideias emergem de uma maneira confusa; a claridade vem depois, depois de muito trabalho pesado. Enquanto o pensamento desordenado é com frequência inevitável no início do desenvolvimento de uma ideia, ele não é aceitável no produto final.

As pessoas com frequência argumentam sem tornar claro o que é premissa, o que é conclusão; às vezes temos fluxos de consciência incoerentes polvilhados com um "portanto" ocasional. Enquanto isso é inaceitável, um bom argumento não precisa enunciar claramente tudo; com frequência não há problema em omitir premissas que são óbvias às partes envolvidas. Se eu estou caminhando no Appalachian Trail, posso dizer isto a meu parceiro de caminhada: "Não é possível que ainda estejamos na trilha certa, já que não vemos reflexo branco nas árvores". Isso está bom se meu parceiro sabe que veríamos reflexos brancos se estivéssemos na trilha certa; então o argumento completo seria pedante:

> Não vemos reflexos brancos nas árvores.
> *Se ainda estivéssemos na trilha certa,*
> *então veríamos reflexos brancos nas árvores.*
> ∴ Ainda não estamos na trilha certa.

Em filosofia, é sábio enunciar claramente *todas* as nossas premissas, já que ideias implícitas são frequentemente cruciais, mas não examinadas. Suponha que alguém argumente: "Não podemos ser livres, já que todas as nossas ações são determinadas". Isso assume a premissa em itálico:

> Toda ação humana é determinada.
> *Nenhuma ação determinada é livre.*
> ∴ Nenhuma ação humana é livre.

Devemos estar conscientes de que estamos assumindo essa premissa controversa.

Então, um bom argumento deve ser válido (ou indutivamente forte) e ter todas as premissas verdadeiras; essa verdade e validade devem ser evidentes, e o argumento deve ser claramente enunciado.

Nossas condições finais dizem que um bom argumento deve (4) evitar circularidade, ambiguidade, e linguagem emocional; e (5) ser relevante à questão tratada. Cinco falácias comuns unem essas condições finais.

Nossa primeira falácia é *circularidade*:

> Um argumento é **circular** se presume a verdade do que há de ser provado.
>
> Uma série de argumentos é **circular** se ela utiliza uma premissa para provar uma conclusão – e então utiliza essa conclusão para provar a premissa.

"A alma é imortal porque ela não pode morrer" é circular; a premissa aqui somente repete a conclusão em diferentes palavras – então o argumento toma como certo o que se supõe que ele deveria provar. Uma *série* circular de argumentos pode dizer: "A é verdadeiro porque B é verdadeiro, e B é verdadeiro porque A é verdadeiro". Um argumento circular é dito também ser *petição de princípio*.

Aqui uma segunda falácia, e um argumento cru que exemplifica a falácia:

> Um argumento é **ambíguo** se ele muda o significado de um termo ou frase dentro do argumento.

Amor é uma emoção.
Deus é amor.
∴ Deus é emoção.

Premissa 1 requer que tomemos "amor" como significando "o sentimento de amar" – que faz com que a premissa 2 seja falsa ou duvidosa. Premissa 2 requer que nós tomemos "amor" como significando "uma pessoa extremamente amorosa" ou "a fonte de amor" – que faz com que a premissa 2 seja falsa ou duvidosa. Então podemos ter as duas premissas como claramente verdadeiras somente mudando o significado de "amor". Ambiguidade é também chamada equívoco.

É importante evitar termos emocionalmente tendenciosos quando raciocinamos:

> **Apelar à emoção** é incitar sentimentos, ao invés de argumentar de uma maneira lógica.

Quando se pede a um estudante para argumentar contra uma teoria, com frequência ele somente a descreve em linguagem depreciativa; então um estudante pode enganar-se quanto a Descartes, chamando sua visão de "superficial" ou "dualística em demasia". Mas tal abuso verbal não dá razão para tomar uma visão como verdadeira. Com frequência, a melhor maneira de argumentar contra uma teoria é encontrar alguma implicação falsa e então raciocinar como segue:

Se uma teoria é verdadeira, então esta outra coisa também deve ser verdadeira.
Esta outra coisa não é verdadeira.
∴ A teoria não é verdadeira.

Lembre-se que um argumento consiste de premissas e uma conclusão.

Nossa última condição diz que um bom argumento deve ser relevante à questão tratada. Um argumento enunciado de maneira clara pode provar algo e ainda ser defectivo, já que ele pode estar além do ponto no contexto corrente:

Um argumento está **além do ponto** se ele argumenta para uma conclusão irrelevante à questão tratada.

Hitler, quando confrontado por um grupo que se opunha a imposição forçada de ditaduras, desviou sua atenção atacando pacifismo; seus argumentos, mesmo se corretos, estavam além do ponto. Tais argumentos são chamados *pista falsa*, segundo uma prática utilizada em treinar cães de caça: um arenque vermelho[1] é arrastado através da trilha para distrair o cão de rastrear um animal. Ao argumentar, devemos manter o ponto da questão claro na mente e não ser erroneamente conduzidos por peixes de mau odor.

Algumas vezes estudantes utilizam esse rótulo "além do ponto" muito amplamente, eles o aplicam a quase toda falácia. Mantenha em mente que essa falácia não é sobre as *premissas serem irrelevantes* à conclusão. Ao invés, é sobre a *conclusão* (independentemente se ela é provada) *ser irrelevante à questão tratada.* Para tomar outro exemplo, suponha um político que seja confrontado com a questão "Qual sua posição quanto aos cortes de impostos propostos?", mas se evade em responder e, ao invés, ele muda sabiamente a questão para a necessidade de uma forte força militar. Esses enunciados estão além do ponto, já que eles não respondem à pergunta.

Uma forma comum desta falácia possui seu próprio nome:

Um argumento **homem de palha** distorce a visão de um oponente.

Isso é comum em política. Candidato A para prefeito sugere cortar algumas estações raramente utilizadas no sistema rápido de trânsito. Então o anúncio da campanha do candidato B expressa choque que A quer desmantelar todo o sistema de trânsito, do qual muitos cidadãos

[1] No original red herring, mesmo termo utilizado em inglês para dar nome à falácia. N.T.

dependem; o anúncio ataca não o que A realmente sustenta, mas somente um "homem de palha" – um espantalho inventado por B. Anúncios de campanhas que distorcem uma visão do oponente se tornaram recentemente tão nocivos que "verificadores de fatos" e "esquadrões da verdade" surgiram para apontar linguagens enganosas e falsidades absolutas – independentemente do lado que esteja engajado em tais questões.

Retornemos a nossa discussão de bons argumentos. De maneira breve, um bom argumento é válido (ou indutivamente forte) e possui todas as premissas verdadeiras; a validade e veracidade de suas premissas são as mais evidentes possíveis às partes envolvidas; é claramente enunciado; evita circularidade, ambiguidade e linguagem emocional; e é relevante à questão.

Um bom argumento normalmente convence os outros, mas ele não precisa disso necessariamente. Algumas pessoas não estão abertas a argumentos racionais em diversos assuntos. Alguns acreditam que a Terra é plana, apesar de bons argumentos sustentando o contrário. Por outro lado, argumentos ruins às vezes convencem as pessoas. A falácia *além do ponto* de Hitler e a falácia do homem de palha do candidato pode enganar e convencer. O estudo da lógica pode nos ajudar a defendermo-nos de argumentos ruins. Quanto mais pessoas puderem distinguir bom raciocínio de raciocínio ruim, menos os políticos e outros serão capazes de promover causas por raciocínio ruim.

"Prova" é, grosso modo, "bom argumento". Mas podemos *provar* algo mesmo que nosso argumento não seja claro, contenha linguagem emocional ou seja irrelevante à questão tratada. E uma prova deve ser *muito* forte em suas premissas e em como ela conecta as premissas à conclusão; devido à última razão, parece errado chamar argumentos indutivos de "provas". Então podemos definir uma **prova** como um argumento que seja dedutivamente válido, não circular, não ambíguo, com premissas claramente verdadeiras. Uma **refutação** de um enunciado é uma prova da negação do enunciado.

"Prova" pode ter outros significados. Capítulo 7 e 14 utilizam "prova" no sentido técnico de "prova formal", para versar sobre derivações lógicas que seguem certas regras específicas. E o Exercício 3.6a explicou que "provar" pode ter diferentes significados na questão: "Podemos provar que existem objetos externos?". A palavra "prova" possui um grupo de significados relacionados.

Estudantes com frequência utilizam mal as palavras "prova" e "refutação". Essas palavras aplicam-se propriamente somente a argumentos bem-sucedidos. Se você *prova* algo, é verdade – e você mostrou que é verdadeiro. Se você *refuta* algo, é falso – e você provou que é falso. Compare estes dois:

"Hume argumentou em favor disso, mas Kant criticou seu raciocínio."

A primeira é contraditória, já que ela implica que a declaração de Hume é verdadeira e falsa – e que Hume mostrou que ela é verdadeira e Kant mostrou que ela é falsa.

4.2 Falácias informais

Uma **falácia** é um erro de pensamento que possui um caráter enganador; uma falácia informal é uma falácia que não é coberta por algum sistema de lógica dedutiva ou indutiva. Ao trabalhar as condições para um bom argumento, introduzimos cinco falácias informais: *circular, ambiguidade, apelo à emoção, além do ponto* e *homem de palha*. Adicionamos agora treze outras, divididas em três grupos. Mantenha em mente que existem outras falácias informais adicionais que não estão listadas aqui. Esta seção foca em somente algumas falácias informais comuns.

Nosso primeiro grupo inclui seis falácias que estão claramente em um formato premissa-conclusão. A falácia que segue, com um exemplo, apela a nosso instinto de rebanho:

Apelo a multidão	A maioria das pessoas acredita que A. ∴ A é verdadeiro.	A maioria das pessoas acredita que Wheaties[2] é bastante nutritivo. ∴ Wheaties é bastante nutritivo.

Apesar da opinião popular, talvez orientada por propaganda direcionada à saúde, cereal Wheaties pode possuir baixo valor nutritivo. Descobrir seu valor nutritivo requer checar seu conteúdo de nutrientes; opiniões de grupos não provam nada. Quando pensamos sobre isso, todos reconheceremos a falácia aqui; todavia, opinião de grupo pode ainda nos influenciar. O raciocínio que sabemos ser falho pode continuar a nos influenciar. Nós, humanos, somos parcialmente racionais.

A *falácia da oposição* surge da divisão de pessoas em "nosso grupo" (o qual detém a verdade) e "nosso oponente" (que está completamente errado):

Oposição	Nosso oponente acredita em A. ∴ A é falso.	Estes liberais inflamados dizem que devemos aumentar os impostos. ∴ Não devemos aumentar os impostos.

[2] Marca de cereal. N.T.

O problema nesse caso é que nossos oponentes estão frequentemente certos.

A *falácia genética* destitui uma crença com base em sua origem:

Genético	Podemos explicar por que você acredita em A. ∴ A é falso.	Qualquer psicólogo veria que você acredita em A por causa de tal e tal. ∴ A é falso.

Alguém que tenha estudado superficialmente um pouco de psicologia pode destituir as visões de outro nessa maneira. Uma resposta apropriada (mas desagradável) é "E qual é a explicação psicológica do por que você confunde explicações psicológicas com refutações lógicas?" Para mostrar que uma crença é falsa, devemos argumentar contra o *conteúdo* da crença; não é suficiente explicar como a crença veio a ser formada.

Esta próxima falácia tem duas formas relacionadas:

Apelo à ignorância	Ninguém provou A. ∴ A é falso.	Ninguém provou que existe Deus. ∴ Deus não existe.
	Ninguém refutou A. ∴ A é verdadeiro.	Ninguém provou que Deus não existe. ∴ Deus existe.

Algo que não é provado pode ainda ser verdadeiro, assim como algo que não é refutado pode ainda ser falso. Um "apelo à ignorância" deve ter uma dessas formas; não é qualquer caso em que alguém fala por ignorância.

Esta próxima utiliza nomes em latim que significam "depois disto, portanto por causa disto":

Post hoc ergo propter hoc	A aconteceu depois de B. ∴ A foi causado por B.	Paul tomou uma cerveja e então obteve 104% em seu teste de lógica. ∴ Ele obteve 104% porque tomou uma cerveja.

A premissa é verdadeira (havia pontos de bônus). Alguns estudantes concluíram: "Então, se eu tomar uma cerveja antes do teste, eu vou obter 104%" e "Se eu tomar seis cervejas, eu vou obter 624%". Provar conexões causais requer mais do que simplesmente a sequência de dois fatores; pode ser que os fatores simplesmente tenham ocorrido simultaneamente. Não é nem mesmo suficiente que os fatores *sempre* ocorram simultaneamente; dia sempre segue a noite, e noite sempre segue o dia, mas nenhum causa o outro. Provar conexões causais é difícil (veja os métodos de Mill na seção 5.7).

Esta próxima falácia é também chamada divisão-composição:

Parte-todo	Isto é F. ∴ Toda parte disto é F.	Meu ensaio é bom. ∴ Toda sentença de meu ensaio é boa.
	Toda parte disto é F. ∴ Isto é F.	Toda sentença de meu ensaio é boa. ∴ Meu ensaio é bom.

O primeiro argumento não é correto, pois um ensaio pode ser bom apesar de possuir algumas sentenças pobres. O segundo não é correto, pois cada sentença do ensaio pode ser boa sem que o ensaio como um todo seja bom; as sentenças individuais bem escritas podem não fazer sentido juntas. Então algo pode ser verdadeiro sobre o todo sem ser verdadeiro sobre as partes; e algo pode ser verdadeiro sobre as partes sem ser verdadeiro sobre o todo. Uma propriedade que caracteriza um todo, mas nenhuma de suas partes, é às vezes chamada uma *propriedade de emergência*; por exemplo, estar vivo é uma propriedade que uma célula possui mas que nenhuma das moléculas que a compõem possui – e água pode ser clara e molhada sem que moléculas individuais de H_2O sejam claras e molhadas. De modo mais controverso, alguns dizem que pensar é uma propriedade de emergência que o cérebro possui, mas que nenhuma de suas células possui.

Em casos raros, essas formas de falácias podem ser abreviações de bons raciocínios. Suponha que você saiba que pessoas em sua sociedade quase nunca possuem crenças falsas; então este "apelo à multidão" pode ser um raciocínio indutivo correto:

> Quase sempre, o que a maioria das pessoas em minha sociedade acredita é verdadeiro.
> A maioria das pessoas em minha sociedade acredita que A.
> Isso é tudo que sabemos sobre a questão.
> ∴ Provavelmente A é verdadeiro.

Ou suponha que você saiba que seu oponente Jones está sempre errado. Então isto pode ser raciocínio correto: "Tudo que Jones diz é falso, Jones diz A, então A é falso". Mas formas corretas dessas seis falácias não são usuais na vida real.

Nosso próximo grupo contém três tipos de raciocínio que possuem tanto formas corretas como formas falaciosas. Este primeiro tipo de argumento apela à opinião especializada:

Argumentum ad Verecundiam

Apelo à autoridade – forma correta:

1. X sustenta que A é verdadeiro.
2. X é uma autoridade no assunto.
3. O consenso de autoridades concorda com X.

∴ Existe uma presunção de que A seja verdadeiro.

Formas incorretas omitem premissas 2 e 3, ou concluem que A *deve* ser verdadeiro.

Seu médico disse A.
Ele é uma autoridade no assunto. ← forma
As outras autoridades concordam com ele. ← correta
∴ Existe uma presunção de que A seja verdadeiro.

Esta conclusão significa que devemos acreditar em X, a não ser que tenhamos evidências especiais do contrário. Se nosso médico é uma grande autoridade e o consenso das autoridades é amplo, então o argumento se torna mais forte; mas nunca é conclusivo. Todas as autoridades no mundo podem concordar sobre algo que posteriormente se verifica como errado; então não devemos pensar que algo *deve* ser porque as autoridades disseram isso. Também é errado apelar a uma pessoa que não é uma autoridade no campo (um herói do esporte patrocinando produtores de café, por exemplo). E, por fim, é fraco apelar a uma autoridade (com respeito à segurança de uma usina nuclear, por exemplo) quando as autoridades discordam amplamente. O apelo à autoridade pode dar errado de diferentes maneiras. Todavia, muitas de nossas crenças confiáveis (que Washington foi o primeiro presidente dos EUA, por exemplo, ou que existe um tal país como o Japão) repousam sobre os dizeres de outros.

Uma "autoridade" deve ser uma calculadora ou um computador ao invés de um humano. Minha calculadora se mostrou confiável, e ela dá o mesmo resultado que outras calculadores confiáveis. Então eu acredito quando ela me diz que 679 • 177 = 120,183.

Esta próxima utiliza um nome em latim que significa "contra a pessoa" (oposto a *ad rem*, "sobre a questão"):

Ad hominem – forma correta:

1. X sustenta que A é verdadeiro.
2. Ao sustentar isso, X viola padrões racionais
3. legitimados (por exemplo, X é inconsistente,
4. enviesado, ou erroneamente informado).

∴ X não é inteiramente racional ao sustentar A.

Formas incorretas utilizam fatores irrelevantes com relação à competência racional (por exemplo, X é um membro de um grupo odiado ou bate em sua mulher) ou concluem que A é falso.

Rick sustenta que pessoas dessa raça devem ser tratadas pobremente.
Ao sustentar isso, Rick é inconsistente (pois ele não pensa que ele deveria ser tratado desta mesma maneira se ele estivesse exatamente na posição das pessoas da referida raça) e, portanto, viola padrões racionais legítimos. ← forma ← correta
∴ Rick não é inteiramente racional em suas opiniões.

Um argumento de "ataque pessoal" pode ser tanto legítimo ou falacioso. Em nosso exemplo, nós legitimamente concluímos que Rick, porque viola padrões racionais, não é inteiramente razoável em suas crenças. Seria falacioso delinear a conclusão mais forte de que sua crença há de estar errada; para mostrar que suas crenças estão erradas, devemos argumentar contra suas crenças, não contra sua pessoa. Um caso mais extremo da falácia *ad hominem* foi exemplificado por aqueles nazistas que argumentaram que as teorias de Einstein devem estar erradas, já que ele é judeu; ser judeu é irrelevante com relação à competência de Einstein como cientista.

Esta próxima forma de raciocínio lista e pesa as razões contra e pró:

Pro-con – forma correta:	Forma incorreta:
As razões em favor do ato A são ... As razões contra o ato A são ... As primeiras razões têm mais peso que as últimas. ∴ O ato A deve ser efetuado.	As razões em favor do ato A são ... ∴ Ato A dever ser efetuado.

As razões em favor de obter uma estrutura interna de mochila são ...
As razões contra obter uma estrutura interna de mochila ... ← forma
As primeiras razões têm mais peso do que as últimas. ← correta
∴ Eu devo obter uma estrutura interna de mochila.

As pessoas às vezes tomam decisões dobrando um pedaço de papel ao meio e listando as razões a favor de um lado e as razões contra do outro lado; então elas decidem intuitivamente de que lado as razões são mais fortes (não necessariamente mais numerosas). Esse método nos força a olhar os dois lados de uma questão. Na forma incorreta, olhamos apenas metade do quadro; dizemos que deveríamos fazer isso (devido a tais e tais vantagens) ou que não deveríamos fazer isso (devido a tais e tais desvantagens). Essa falácia é também chamada "unilateral".

Podemos expandir nossas três formas em argumentos padrões dedutivos e indutivos. Um apelo à autoridade correto se torna um argumento indutivo forte se acrescentamos a seguinte premissa indutivamente

correta: "O consenso de autoridades sobre um assunto é usualmente correto". Argumentos *ad hominem* corretos se tornam dedutivamente válidos se acrescentarmos: "Qualquer que acredite em A viola padrões racionais legítimos e, desse modo, não é inteiramente razoável acreditar em A". E argumentos pro-con se tornam dedutivamente válidos se acrescentarmos: "Se a razão em favor de A pesa mais do que as razões contra A, então A deve ser efetuado".

Nosso grupo final possui quatro falácias. A seguir, a primeira falácia (que também é chamada *falso dilema*):

> Pensamento **preto-branco** simplifica em demasia, assumindo que um ou outro dos casos extremos deve ser verdadeiro.

Uma pessoa comete essa falácia ao pensar que pessoas devem ser *lógicas* ou *emocionais*, mas não podem ser ambas. Meu dicionário de sinônimos e antônimos lista esses termos como tendo significados opostos; mas se eles realmente tivessem significados opostos, então ninguém poderia ser ambos ao mesmo tempo – que na realidade é possível. De fato, todas as quatro combinações são comuns:

lógico e emocional	ilógico e emocional
lógico e não emocional	ilógico e não emocional

Pessoas que pensam de maneira preto-branco preferem dicotomias simples, como lógico-emocional, capitalista-socialista ou intelectual-atleta. Tais pessoas têm dificuldade em ver que o mundo é mais complicado que isso.

Esta próxima falácia é também chamada *generalização* precipitada:

> Utilizar um **estereótipo falso** é assumir que os membros de certo grupo são mais parecidos do que eles realmente são.

Pessoas cometem essa falácia ao pensar que todo italiano vive somente de *spaghetti*, que todo nova iorquino é descuidado, ou que todos que leram Karl Marx querem derrubar o governo. Estereótipos falsos podem ser prejudiciais ao estereotipado. Um estudo comparou resultados de um teste de matemática de dois grupos idênticos de meninas; somente ao primeiro grupo foi dito antes que meninas são geneticamente inferiores em matemática – e esse grupo foi muito pior no teste.

Esta próxima falácia substitui violência por raciocínio:

> **Apelar à força** é utilizar ameaças ou intimidação para que uma conclusão seja aceita.

Um pai pode dizer: "Apenas concorde e cale a boca!" Pais e professores sustentam intrinsecamente posições intimidadoras e são com frequência tentados a apelar à força.

A última falácia é também chamada questão *ardilosa*:

> Uma **questão complexa** é uma questão que assume a verdade de algo falso ou duvidoso.

O exemplo padrão é: "Você ainda está batendo em sua mulher?". Um "sim" implica que você continua a bater em sua mulher, enquanto um "não" implica que você costumava bater em sua mulher. A questão combina um enunciado com uma questão: "Você tem uma mulher e você costumava bater nela; você ainda bate nela?". A resposta própria é: "Sua questão pressupõe algo que é falso, a saber, que eu costumava bater em minha mulher". Às vezes é enganoso dar uma resposta "sim" ou "não".

4.2a Exercício – também LogiCola R

Identifique as falácias nos exemplos seguintes. Nem todas são claras; alguns exemplos são controversos e alguns cometem mais que uma falácia. Todos os exemplos aqui são falaciosos. Utilize estes rótulos para identificar as falácias:

aa = apelo à autoridade	ab = ambíguo	ge = genético
am = apelo à multidão	ap = além do ponto	op = oposição
ac = apelo à emoção	pb = preto-branco	pc = pro-con
af = apelo à força	ci = circular	ph = *post-hoc*
ah = *ad hominem*	qc = questão complexa	pt = parte-todo
ai = apelo à ignorância	ef = estereótipo falso	hp = homem de palha

Este herói do esporte faz propaganda de uma pipoqueira na TV. Ele diz que é a melhor pipoqueira, então isso deve ser verdadeiro.	Este é um incorreto apelo à autoridade. Não existe nenhuma razão para pensar que um herói do esporte é uma autoridade em pipoqueira.

1. Você ainda está perdendo tempo com toda essa estória de aprender de livros na universidade?
2. A Bíblia diz a verdade porque é a palavra de Deus. Sabemos que a Bíblia é a palavra de Deus porque a Bíblia diz isso e diz a verdade.
3. Você deve votar neste candidato porque ele é inteligente e possui muita experiência em política.
4. A emenda dos Direitos Iguais era insensata pois seus patrocinadores femininos eram nada mais do que cabeças de vento sem sutiã.

5. Ninguém mais aceita esta teoria, então ela deve estar errada.
6. Ou você é a favor de um crescimento armamentista massivo, ou você não é um estadunidense patriota.
7. O veto do presidente foi a ação correta. Nestes tempos conturbados precisamos de liderança decisiva, mesmo em face da oposição. Deveríamos todos agradecer o presidente por sua ação corajosa.
8. Cada membro deste time é invencível, então este time deve ser invencível.
9. Meu médico me disse para perder peso e parar de fumar. Mas ele está acima do peso e fuma, então posso seguramente ignorar seu conselho.
10. Crença em Deus é explicada em termos da necessidade de uma figura paterna; então ela é falsa.
11. Existem leis científicas. Onde há lei deve haver um legislador. Portanto, alguém deve ter determinado as leis científicas para governar nosso universo, e esse alguém só poderia ser Deus.
12. O advogado de defesa alega que há dúvida de que Smith cometeu o crime. Mas, eu pergunto, você deixará este crime terrível sair sem punição por causa disso? Veja o crime; veja quão horrível foi! Então você vê claramente que o crime foi horrível e que Smith deve ser condenado.
13. Discurso livre é para o bem comum, já que expressão irrestrita de opinião é do interesse do povo.
14. Este é um propósito estúpido e chocante. Seu autor deve ser ou um vagabundo desonesto ou um completo idiota.
15. Aristóteles disse que objetos pesados caem mais rápido que objetos leves, então isso deve ser verdade.
16. Cada uma destas dúzias de biscoito (ou bebidas) por si mesma não é nociva; apenas um não machucará! Portanto, comer estas dúzias de biscoitos (ou bebidas) não é nocivo.
17. Antes que Barack Obama se tornasse o candidato democrata para a presidência dos EUA, ele concorreu em uma série de eleições prévias. Ele notou que ele jogou basket antes das prévias em Iowa, e então ganhou o voto, enquanto ele negligenciou jogar antes das prévias de New Hampshire, e então ele perdeu. Ele concluiu (de brincadeira): "Neste ponto eu estava certo que eu deveria jogar em toda prévia".
18. Somente homens são animais racionais. Nenhuma mulher é um homem. Portanto, nenhuma mulher é um animal racional.
19. Eu estou certo, pois você será reprovado se você discordar de mim!
20. O mochileiro racista prefere barracas South Glacier.
21. Os que se opuseram à guerra estavam completamente errados; eles eram somente um bando de homossexuais comunistas covardes.

22. Deveríamos legalizar aposta em nosso estado, porque isso traria novas receitas de taxas, encorajaria turistas a vir e gastar dinheiro, e não custa nada (apenas a aprovação de uma nova lei).
23. Você quer ser um bom garoto e ir para a cama?
24. Este homem é provavelmente um comunista. Afinal, nada nos arquivos desprova suas conexões comunistas.
25. Pessoas que leem a revista *Fortune* fazem bastante dinheiro. Então, se eu assinar *Fortune*, eu também farei muito dinheiro.
26. Feministas negam toda diferença entre macho e fêmea. Mas isso é absurdo, como todos podem ver.
27. Cada parte de vida (olhos, pés, e assim por diante) tem um propósito. Portanto, a própria vida deve ter um propósito.
28. Então você é um empresário importante? Você deve ser uma dessas pessoas que se preocupam apenas com o todo poderoso dólar e não estão preocupadas sobre ideias.
29. Meu oponente provou que eu obtive esses fundos de campanha ilegalmente. Então devemos concluir que sou inocente.
30. Esses comunistas sujos disseram que nós estadunidenses deveríamos abandonar o canal do Panamá, então obviamente deveríamos ter ficado lá.
31. Karl Marx foi um fracasso pessoal que não conseguia sustentar sua família, então sua teoria política deve estar errada.
32. Religião originou de mito (que consiste em erros supersticiosos). Então religião deve ser falso.
33. Suzy se escovou com Ultra Brilliant e então atraiu garotos como ímã! Uau – eu vou conseguir um pouco de Ultra Brilliant. Então vou atrair os garotos também.
34. Você matou o mordomo porque você o odiava ou porque você é ganancioso?
35. Meus pais vão ficar bravos comigo se eu tirar D, e eu me sentirei tão estúpido. Por favor? Você sabe como eu amei seu curso. Certamente eu mereço um C.
36. Milagres são impossíveis porque eles simplesmente não podem ocorrer.
37. Eu descubro que uma pessoa deve ser comunista se ela não pensa que o sistema de companhias livres dos EUA é infalível e o maior sistema no mundo.
38. Todos acreditam que esta cerveja é simplesmente a melhor. Então ela deve ser a melhor.
39. Devemos nos opor a isto, já que é não estadunidense.
40. Praticamente todo viciado em heroína primeiro experimenta maconha. Portanto, maconha causa o vício em heroína.

41. A maioria dos estudantes do colégio estão principalmente interessados com esportes, licor e sexo. Então isso é normal. Mas Duane está principalmente interessado com poesia. Então ele deve ser anormal e, portanto, doentio.
42. Cada uma das coisas em minha mochila é leve, então minha mochila carregada deve ser leve.
43. Você está errado em discordar de mim, porque o que eu disse é verdadeiro.
44. Todos acreditam que o democrata é o melhor candidato, então deve ser verdadeiro.
45. Devemos rejeitar as teorias genéticas de Mendel, já que ele era um monge e não poderia saber nada de ciência.
46. Toda vez que eu acampar, parece que chove. Eu vou acampar semana que vem. Então isso fará com que chova.
47. Não foi provado que cigarros são perigosos, então somente é razoável concluir que eles não são perigosos.
48. Em um comercial repleto de cenário soberbo, garotas atraentes e música suave: "Compre um Ford Mustang – é um super carro!"
49. Ateísmo é absurdo. Ateístas negam Deus porque eles não podem vê-lo. Mas quem foi que já viu um elétron também?
50. O Presidente George W. Bush esteve no cargo por muitos anos, e então a crise financeira ocorreu em 2008. Portanto, a crise ocorreu porque Bush estava no cargo.
51. Você apoia liberdade e o direito irrestrito de comprar armas?
52. Não sabemos como as primeiras formas de energia emergiram por causas naturais a partir da sopa química primitiva que cobria a terra. Então devemos assumir que elas não emergiram por causas naturais; então elas devem ter tido uma origem divina.
53. Já que nenhum átomo nesta pedra é verde ou pesado, esta pedra não pode ser pesada e verde.
54. Este carro não pode ser bom, já que ele foi fabricado em Detroit.
55. Todos os médicos são homens com diploma em medicina. Mas nenhuma mulher é homem com diploma em medicina. Portanto, nenhuma mulher é médico.
56. Se você não ficar quieto sobre nossas práticas bancárias desonestas, você está apto a perder seu emprego.
57. Um gato preto cruzou meu caminho, e mais tarde eu reprovei em meu teste de lógica. Isso prova que gatos pretos trazem má sorte.
58. Ou você respeita e concorda com seu professor, ou você é insolente e não merece uma nota boa.
59. Apesar dos avisos de salva-vidas, minha namorada foi nadar sem nenhuma preocupação. Ela disse que ela não precisa se preocupar com tubarões comedores de homens.

60. Você contribuirá com nossa coleta contra a fome, ou você é insensível ao sofrimento de outras pessoas?

4.2b Outro exercício de falácia – também LogiCola R

1. Quando garantiremos a todas as pessoas deste país assistência de saúde que eles merecem?
2. Quando compreenderemos que o governo não pode pagar por uma assistência de saúde universal?
3. A carta de recomendação do professor diz: "Eu não posso louvar os hábitos de estudo em demasia".
4. Ninguém provou que humanos estão causando aquecimento global; então devemos assumir que o aquecimento da Terra tem causas puramente naturais.
5. Muçulmanos são pacíficos, cristãos são terroristas.
6. Nunca tive problemas com dor de cabeça antes de estudar lógica. Portanto, estudar lógica deve ser a causa de minhas dores de cabeça.
7. As ideias deste candidato são realmente assustadoras; elas não o fazem ter medo? Eu temo o que poderia acontecer a nosso país se este candidato for eleito.
8. Charles Darwin, que elaborou a teoria da evolução, presumivelmente pensava que seu pai era um macaco.
9. Você me pergunta por que depositei os fundos da empresa em conta de banco pessoal. Mas por que você está duvidando tanto de minha integridade? Você não acredita que devemos todos ser mais confiantes.
10. Especialistas militares estadunidenses demonstraram na primeira década do século 21 que o Iraque estava desenvolvendo armas de destruição em massa; então isso deve ser verdade.
11. Se todas as pessoas em um grupo trabalham para maximizar seu interesse individual, então o grupo está trabalhando efetivamente para maximizar seu próprio interesse.
12. A elite da mídia liberal fez de novo! Esses idiotas estão aí para atacar aqueles dentre nós que têm valores pró – EUA sólidos.
13. Minha mãe exige que eu limpe tudo depois que faço *waffles*. Ela é uma paranoica da limpeza incrível! Ela quer que eu devote toda minha vida para manter sua cozinha limpa!
14. A teologia da libertação obteve alguns de seus conceitos (como estruturas sociais opressivas) de marxistas ateus, e portanto esses conceitos devem ser rejeitados.
15. Esta barraca é muito leve, portanto esta é a que você deve comprar.
16. Todos sabem que não há ouro no Grand Canyon.

17. Os democratas querem aumentar as taxas de impostos para os ricos e abaixá-las para a classe média. Isso é parte de seu plano para mover o país rumo ao socialismo.
18. Ninguém deu evidências conclusivas mostrando que alienígenas vindos de fora de nosso planeta não pousaram perto de Roswell em 1947. Então devemos acreditar nas testemunhas que dizem terem encontrado esses alienígenas.
19. Você tem que votar em mim, pois eu vou diminuir seus impostos.
20. Humanos são "limitados"; por isso, pelo menos para a maioria, eles acreditam em Deus. Portanto, crença em Deus é racional.
21. Humanos são "limitados"; por isso, pelo menos para a maioria, eles acreditam em deus. Portanto, crença em Deus é irracional.
22. A segunda questão do teste me pediu para descrever a abordagem de Aristóteles a ética. Mas como não sabia nada sobre isso, descrevi a abordagem de Platão.
23. Estas pessoas terríveis da cidade votam nos Democratas; então, nós pessoas do campo devemos votar nos Republicanos.
24. Se você não quer sofrer um acidente desafortunado, é melhor você achar meu cliente inocente.
25. Deveríamos ou tomar a Bíblia inteira literalmente ou então nada literalmente.
26. Homens são lógicos, mulheres emocionais.
27. Já que não há nenhuma boa evidência de que existe vida inteligente em outras partes do universo, é somente razoável concluir que não existe tal vida.
28. Já que Martin Heidegger desenvolveu muitas de suas ideias quando ele era um defensor do nazismo na Alemanha, deveríamos desconsiderar suas ideias.
29. Harry Gensler, autor de *Introdução à lógica* pela Paulus, calça sandálias com meias e diz que isso está na moda; então assim deve ser.
30. Não deveríamos escutar quando este republicano argumenta sobre diminuição de impostos para os ricos; afinal, sua família era muito rica.
31. Se você não comprar algum Girl Scout Cookies, contarei a todo mundo quão mesquinho você é.
32. Meu jogador de tênis russo favorito disse que câmeras Canon são as melhores; então eu planejo comprar uma.
33. Onde você escondeu o corpo de sua vítima assassinada?
34. Eu li na internet que aquecimento global é uma piada; então isso deve ser verdade.
35. Colar nas provas não pode ser errado; afinal, todos o fazem.

36. Os republicanos dizem que eles são contra "governo grande". Mas o que eles realmente querem é eliminar todo serviço social para aqueles em necessidade, para que os ricos se tornem mais ricos ainda.
37. Na noite passada, atirei em um assaltante com os meus pijamas. Não sei como ele entrou em meus pijamas.
38. Você vai admitir que você está errado?
39. Veja todas as coisas ruins que aconteceram em nosso país enquanto meu oponente estava em ofício! Se voce não quiser eleger um oficial que trará tais coisas ruins, então você deverá votar contra meu oponente.
40. Tudo no universo tem uma causa; então o universo também tem uma causa.
41. Se você precisar de outra referência para minha honestidade, eu posso conseguir Mariana Smith para responder por mim. Oh, você nunca ouviu falar de Mariana Smith? Bom, eu posso responder por ela.
42. Eu instalei o LogiCola em meu computador, e duas semanas mais tarde meu disco rígido falhou. A culpa deve ser do LogiCola.
43. Então, você pergunta, qual das minhas promessas de campanha terá que esperar se não tivermos fundos suficientes para satisfazer todas elas? Ao invés de responder, eu gostaria de ressaltar o que realmente perturba as pessoas deste país, a saber, por que a administração atual é tão desonesta.
44. Ou você é a favor dos republicanos ou você não é patriota.
45. Eu tinha ideias tolas e imaturas como as suas quando eu tinha a sua idade.
46. Romanos antigos a cristãos: "Se você recusar renunciar sua fé e cultuar os deuses de Roma, nós o entregaremos aos leões".
47. Todos os lógicos são calculadores privados de emoção.
48. Quando Harry Gensler assou sua primeira bandeja de biscoitos, ele utilizou ingredientes muito bons. Portanto, os biscoitos que ele assou são muito bons.
49. Não deveríamos escutar quando este democrata argumenta a favor de diminuição de impostos para os pobres; afinal, sua família era muito pobre.
50. Deus deve ter criado o mundo, já que com certeza *alguém* deve tê-lo criado.
51. A maioria dos estadunidenses apoiaram a invasão do Iraque executada pelo presidente George W. Bush, então esta invasão deve ter sido uma coisa boa.
52. Você deveria fazer o curso de lógica de Gensler, porque ele tem um grande senso de humor.

53. Se você não fosse estúpido, você concordaria comigo.
54. A um membro junior do congresso: "Se você não votar para isto, Bill, você nunca será apontado para nenhum comitê importante.
55. Por que meu oponente quer levar o país ao socialismo?
56. Já que cada célula no organismo humano é incapaz de pensar, então o próprio organismo humano é incapaz de pensar.
57. O Volkswagen foi primeiro desenvolvido pelos nazistas, então deve ser um carro ruim.
58. Estas pessoas cruéis do campo apoiam esta ideia; então nós pessoas da cidade devemos estar contra ela.
59. Dr. Jones, você não pode provar que eu não surgi independentemente com o mesmo ensaio que aparece palavra por palavra na Internet. Então você deve assumir que eu sou inocente de plágio.
60. O livro de lógica de Gensler é o melhor. Minha prova é que o livro diz isso dentro dele, na página 88.

4.3 Inconsistência

Inconsistência é a falácia mais relevante – é o mais importante erro de pensamento que possui um caráter enganador. Estudantes escrevendo sobre questões filosóficas pela primeira vez frequentemente expressam visões inconsistentes; este exemplo é típico:

> Já que moralidade é relativa a cultura, nenhum dever impera universalmente. O que é certo em uma cultura é errado em outra. Deveres universais são um mito. Relativismo deve fazer de nós tolerantes com respeito aos outros; não podemos dizer que estamos certos e que eles estão errados. Então todo mundo deve respeitar os valores dos outros.[3]

Aqui o primeiro enunciado é incompatível com o último:

1. Nenhum dever impera universalmente.
2. Todo mundo deve respeitar os valores dos outros.

Se *todos* devem respeitar os valores dos outros, então alguns deveres imperam universalmente. E se *nenhum* dever impera universalmente, então o dever de respeitar os outros também não. Essa inconsistência não é trivial; ela é profunda. As visões não examinadas que utilizamos para guiar nossas vidas são com frequência radicalmente incoerentes; colocar essas visões em palavras frequentemente faz

[3] Veja meu *Ethics: A contemporary Introduction*, 2ª ed. (New York: Routledge, 2011), Capítulo 2.

surgir sua incoerência. O filósofo grego antigo Sócrates era adepto de mostrar às pessoas quão difícil é ter crenças consistentes nas questões mais profundas da vida.

Inconsistência é comum também em outras áreas. Alguém se candidatando a algum cargo político pode um dia falar com ambientalistas e com industriais no dia seguinte. A cada grupo deve-se dizer exatamente o que ele quer ouvir. Ao primeiro grupo é dito: "Eu vou apoiar padrões de qualidade do ar mais exigentes"; ao segundo é dito: "Eu vou apoiar padrões de qualidade do ar menos exigentes". Podemos estar certos de que o político, se eleito, violará uma das promessas.

Com frequência não estamos conscientes de nossas incosistências. Por exemplo, alguém pode acreditar nestas três:

1. Deus é bom.
2. A predestinação é verdadeira. (Deus causa imediatamente tudo que acontece.)
3. Deus condena pecadores à punição eterna.

Estas três crenças não são incosistentes entre si. Mas o crente pode ter outras crenças que, quando adicionadas a essas três, gerariam um conjunto inconsistente:

4. Se a predestinação é verdadeira, então Deus é a causa de nossos pecados.
5. Se Deus é a causa de nossos pecados, contudo, condena pecadores à punição eterna, então Deus não é bom.

Esse conjunto de cinco crenças é inconsistente. Crença 2 e 4 implica "Deus é a causa de nossos pecados". Isso, com 3 e 5, implica "Deus não é bom" – o que contradiz 1. Então as cinco crenças não podem ser todas juntas verdadeiras. Alguém que acredita em todas as cinco não deve estar consciente da inconsistência; as crenças podem não ter vindo juntas à consciência da pessoa.

Inconsistência é um sinal de que nosso sistema de crenças é falho e que precisamos mudar algo. A lógica pode nos dizer que nosso sistema de crenças é inconsistente. Mas ela não pode nos dizer como reordenar nossas crenças para reconquistar a consistência; isso cabe a nós.

Controvérsias frequentemente surgem quando um conjunto de enunciados individualmente plausíveis não podem ser consistentemente combinados. Considere este grupo de enunciados.

F = Algumas ações humanas são livres.
D = Toda ação humana é determinada.
I = Nenhuma ação determinada é livre.

Mesmo que cada declaração por si mesma seja plausível, o conjunto é inconsistente. Se tomamos quaisquer dois enunciados como premissas, podemos inferir a negação do terceiro. *Deterministas rigorosos* tomam D (determinismo) e I (que determinismo é incompatível com livre-arbítrio) como premissas; eles concluem não-F (que não temos livre-arbítrio):

Toda ação humana é determinada.	D
Nenhuma ação determinada é livre.	I
∴ Nenhuma ação humana é livre.	∴ Não-F

Indeterministas tomam F (livre-arbítrio) e I (que determinismo é incompatível com livre-arbítrio) como premissas. Eles concluem não-D (a falsidade de determinismo):

Algumas ações humanas são livres.	F
Nenhuma ação determinada é livre.	I
∴ Algumas ações humanas não são determinadas.	∴ Não-D

Deterministas brandos tomam F (livre-arbítrio) e D (determinismo) como premissas. Eles concluem não-I (que determinismo não é incompatível com livre-arbítrio):

Algumas ações humanas são livres.	F
Toda ação humana é determinada.	D
∴ Algumas ações determinadas são livres.	∴ Não-I

Cada um dos três argumentos possui premissas plausíveis. Todos os três argumentos são válidos, mas no máximo apenas um deles pode ter premissas verdadeiras.

Os três argumentos se relacionam de uma maneira muito interessante. Cada argumento é uma "inversão" dos outros dois. Um argumento é uma "inversão" de outro argumento se cada um resulta do outro mudando a negação de uma premissa com a negação da conclusão. Um exemplo:

Determinismo rigoroso	*Indeterminismo*
D	F
I	I
∴ Não-F	∴ Não-D

Como você verá a partir dos exercícios, muitas disputas filosóficas clássicas envolvem argumentos invertidos. Em cada disputa, temos um

conjunto de enunciados individualmente plausíveis que não podem ser consistentemente combinados.

Um único enunciado pode ser inconsistente consigo mesmo. O caso mais interessante é o de **enunciado autocontraditório** – um enunciado que faz uma declaração tão ampla que acaba por negar a si mesmo. Suponha que eu diga isto:

Tudo o que digo a você é falso.

Pode isso ser verdadeiro? Não, se eu o digo para você; então isso há de ser falso. O enunciado refuta a si mesmo. Aqui outro exemplo:

Eu sei que não existe conhecimento humano.

Isso não pode ser verdadeiro. Se for verdadeiro, então existiria algum conhecimento humano – consequentemente refutando a declaração. Uma declaração que se autorrefuta começa frequentemente como um aparentemente grande e audacioso *insight*. As bolhas estouram quando vemos que ela destrói a si mesma.

A consistência relaciona crenças éticas a ações em uma maneira especial. Suponha que eu acredite que um homem está sangrando. Esta crença não me compromete, sob risco de inconsistência, a nenhum ato específico; a maneira pela qual eu vivo não pode ser inconsistente com essa crença (tomada por si mesma). Mas suponha que eu acredite que eu *tenha* que chamar um médico. Essa crença ética me compromete, sob risco de inconsistência, a agir. Se eu não chamar o médico, então a maneira pela qual eu vivo é inconsistente com minha crença. A consistência requer uma harmonia entre nossas crenças éticas e como vivemos.

Muitos argumentos inconsistentes em ética dependem do princípio de universalizabilidade, que é um dos poucos princípios com o qual quase todos os filósofos concordam. Segue uma formulação do princípio:

> *Universalizabilidade*: qualquer coisa que seja correta (errada, boa, má etc.) em um caso também será correta (errada, boa, má etc.) em qualquer caso exatamente ou relevantemente similar, indiferentemente dos indivíduos envolvidos.

A seguir um exemplo adaptado a partir da parábola do bom samaritano (Lucas 10,30-35). Suponha que, enquanto eu esteja correndo, veja um homem que apanhou, foi assaltado e deixado à morte. Devo eu ajudá-lo, talvez fazendo um telefonema? Penso em desculpas para não dever fazê-lo. Eu estou ocupado, não quero me envolver, e assim por diante. Digo a mim mesmo: "Seria certo para mim não ajudá-lo". Mas então imagino uma situação exatamente inversa. Imagino a mim em seu lugar; eu fui a pessoa que apanhou, foi roubada e deixada à morte. E

eu o imagino estando em meu lugar; ele está correndo, me vê em meu estado deplorável, e tem as mesmas desculpas. Eu me pergunto: "Seria certo este homem não me ajudar nessa situação? Certamente não!" Mas então eu estou sendo inconsistente. O que é certo para eu fazer a outro tem que ser certo para o outro fazer a mim em uma situação exatamete inversa.[4]

4.3a Exercícios

Construa um argumento invertido a partir dos três enunciados incompatíveis na caixa. Inclua o enunciado C como uma premissa de seu argumento.

A. Não existem deveres universais. B. Todos devem respeitar a dignidade de outros. C. Se todos devem respeitar a dignidade de outros, então existem deveres universais.	Todos devem respeitar a dignidade de outros. Se todos devem respeitar a dignidade de outros, então existem deveres universais. ∴ Existem deveres universais.

1. Construa um argumento invertido baseado nos três enunciados dessa primeira caixa. De novo, inclua o enunciado C como uma premissa de seu argumento.
2. Construa um argumento invertido baseado nos quatro enunciados incompatíveis desta segunda caixa. Inclua o enunciado A como uma premissa de seu argumento.

> A. Se temos conhecimento ético, então ou verdades éticas são passíveis de serem provadas ou existem verdades éticas autoevidentes.
> B. Temos conhecimento ético.
> C. Verdades éticas não são passíveis de serem provadas.
> D. Não existem verdades éticas autoevidentes.

3. Seguindo as direções em 2, construa um segundo argumento invertido.
4. Seguindo as direções em 2, construa um terceiro argumento invertido.
5. Construa um argumento invertido baseado nos três enunciados incompatíveis desta terceira caixa.

[4] Para mais sobre inconsistência em ética, veja Capítulos 13 e 14 deste livro – e capítulos 7 a 9 de meu *Ethics: A contemporary introduction*, 2nd ed. (New York: Routledge, 2011).

A. Todo conceito humano é proveniente de experiência sensória.
B. O conceito de validade lógica é um conceito humano.
C. O conceito de validade lógica não é proveniente de experiência sensória.

6. Seguindo as direções em 5, construa um segundo argumento invertido.
7. Seguindo as direções em 5, construa um terceiro argumento invertido.
8. Se um argumento é válido, então seu invertido é também necessariamente válido? Argumente em favor da correção de sua resposta.

Os próximos sete exemplos são enunciados que se autorrefutam. Explique como cada um deles se autorrefuta.

9. Nenhum enunciado é verdadeiro.
10. Toda regra tem uma exceção.
11. Uma pessoa não deve aceitar enunciados que não foram provados.
12. Qualquer enunciado cuja verdade ou falsidade não pode ser decidida por meio de experimentos científicos não possui significado.
13. Não existe essa coisa de algo ser "verdadeiro". Existem apenas opiniões, cada uma sendo "verdadeira para" a pessoa que a sustenta, nenhuma sendo apenas "verdadeira".
14. Podemos conhecer somente o que foi provado utilizando ciência experimental. Eu sei disso.
15. É impossível expressar verdade em conceitos humanos.

4.4 Construindo argumentos

Este livro apresenta diversas ferramentas lógicas; elas podem ajudar a transformar pensamento desordenado em raciocínio claro. Você deve utilizar essas ferramentas onde for apropriado em sua leitura e escrita.

Imagine que seu professor em ética de negócios dê a você esta tarefa:

> Suponha que você trabalhe para uma pequena empresa em dificuldade chamada Mushy Software. Você pode conseguir um contrato lucrativo para sua empresa, mas somente dando propina a um oficial da Enormity Incorporated. Seria correto você oferecer propina? Escreva um artigo tomando uma posição. Dê uma clara argumentação explicando as razões por detrás de sua resposta.

Muitos de seus colegas estudantes provavelmente não sabem nem mesmo o que é argumento. Mas você estudou lógica; você sabe que um argumento é um conjunto de enunciados dividido em premissas e uma

conclusão. A tarefa pede para que você construa um argumento válido segundo estas linhas:

[Insira premissa plausível]
[Insira premissa plausível]
∴ oferecer propina é/não é correto.

Fraseie seu argumento o mais claro e simples possível, e esteja certo de que ele é válido em algum sistema lógico aceitável. Após rascunhar vários argumentos, você pode chegar a isto (o qual é válido em silogística e lógica quantificacional):

Nenhum ato desonesto é correto.
Oferecer propina é um ato desonesto.
∴ Oferecer propina não é correto.

Quando você propõe um argumento, é sábio perguntar como um oponente poderia objetá-lo. Enquanto a forma aqui é claramente válida, pode haver alguma dificuldade com as premissas. Como pode um oponente atacar as premissas?

Uma forma de atacar uma declaração universal é encontrar um contraexemplo.

Contraexemplo

Para refutar "todo A é B", encontre algo que seja A, mas que não seja B.
Para refutar "nenhum A é B", encontre algo que seja A e que também seja B.

Premissa 1 diz "Nenhum ato desonesto é correto". Você poderia refutar isso encontrando uma ação desonesta e também correta. Você pode pensar em tal ação? Imagine um caso em que a única maneira de prover comida a sua família faminta é roubando. Presumivelmente, roubar aqui é desonesto, mas também correto:

Esse ato de roubar é um ato desonesto.
Esse ato de roubar é correto
∴ Algum ato desonesto é correto.

Isso é válido em silogística e em lógica quantificacional. Então, se as premissas aqui são verdadeiras, então a premissa 1 de nosso argumento original é falsa.

Modus tollens fornece outra maneira simples de atacar uma declaração:

Modus tollens

Para refutar a declaração A, encontre uma declaração B claramente falsa implicada por A. Então argumente como à direita:	Se A então B. Não-B. ∴ Não-A

Aqui você tentaria encontrar uma declaração claramente falsa que uma das premissas implique. Este argumento parece funcionar:

> Se nenhum ato desonesto é correto, então não seria correto roubar comida para sua família faminta quando isso é necessário para que ela não morra de fome.
> Seria correto roubar comida para sua família faminta quando isso é necessário para que ela não morra de fome.
> ∴ Algum ato desonesto é correto.

Isso é válido em lógica proposicional. Se as premissas são verdadeiras, então a premissa 1 do seu argumento original é falsa. Essa objeção *modus tollens* é similar em conteúdo à objeção contraexemplo, mas fraseada diferentemente.

Como podemos responder à objeção? Você tem três opções:

- *Contra-ataque*: Ataque o argumento contra sua premissa.
- *Reformule*: Refraseie suas premissas originais para que elas evitem a objeção, mas ainda levem à conclusão.
- *Mude de estratégia*: Jogue fora seu argumento e tente outra abordagem.

Na opção de *contra-ataque*, você sustentaria que os argumentos contra sua premissa ou são inválidos ou possuem premissas falsas. Aqui você pode declarar que roubar é errado nesse caso hipotético. Isto seria pegar o touro pelos chifres – tomar uma posição que parece ir contra o senso comum para defender sua teoria. Aqui você declararia que é errado roubar para impedir que sua família morra de fome; esse é um touro difícil de segurar.

Na opção de *reformular*, você refrasearia a premissa 1 para evitar a objeção, mas ainda levar à conclusão. Você pode adicionar a qualificação em itálico:

> Nenhum ato desonesto *que não seja necessário para evitar desastre* é correto.

Você teria que explicar aqui o que "evitar desastre" significa e você teria que acrescentar outra premissa que diz "Oferecer propina não é necessário para evitar desastre". Então você procuraria outras objeções ao argumento revisado.

Na opção de *mudar de estratégia*, você jogaria fora seu argumento original e tentaria outra abordagem. Você pode, por exemplo, argumentar que oferecer propina é correto (ou errado) porque é legal (ou ilegal), ou respeita (ou viola) o interesse próprio do agente, ou maximiza (ou não) o interesse a longo termo de todos afetados pela ação. Então, de novo, você tem que perguntar se existem objeções a seu argumento.

Enquanto você refina seu raciocínio, é útil imaginar um pequeno debate. Primeiro apresente o argumento a si mesmo. Então pretenda ser seu oponente e tente atacar esse argumento. Você pode mesmo incentivar seus amigos a apresentar objeções; isso é o que filósofos profissionais fazem. Então se imagine tentando replicar a seu oponente. Então pretenda ser seu oponente e tente atacar sua réplica. Repita o processo até que você esteja contente com a posição que você está defendendo e a argumentação por detrás dela.

4.4a Exercício

Dê um argumento válido com premissas plausíveis pró ou contra estes enunciados. Para esse exercício, não é necessário que você acredite nas premissas, mas você tem que vê-las como plausíveis. Não se esqueça do que você aprendeu no capítulo 3 ("Significado e Definição") sobre a necessidade de compreender o que um enunciado significa antes que você o defenda ou o ataque.

Qualquer ato é bom se e somente se ele está conforme o próprio do agente. (Isso é chamado *egoísmo ético*.)	Se egoísmo ético é verdadeiro, então seria correto para Jones torturá-lo e matá-lo se isso estivesse conforme o próprio interesse de Jones. Não seria correto para Jones torturá-lo e matá-lo se isso estivesse conforme o próprio interesse de Jones. ∴ Egoísmo ético não é verdadeiro.

1. Oferecer propina está conforme o próprio interesse do agente.
2. Todo ato é correto se e somente se ele é legal.
3. Todo ato que maximiza boas consequências é correto.
4. Oferecer propina maximiza o interesse a longo termo de todos os envolvidos.
5. Oferecer propina é um ato desonesto.
6. Algumas ações erradas são erros cometidos de boa-fé.
7. Nenhum ato cometido de boa-fé é censurável.
8. Todo ato socialmente útil é correto.
9. Nenhum ato de punir o inocente é correto.
10. A crença de que existe um Deus é desnecessária para explicar nossas experiências.

11. Toda crença desnecessária para explicar nossa experiência deve ser rejeitada.
12. Toda crença que traz benefícios à vida prática é pragmaticamente justificável.
13. A ideia de um círculo perfeito é um conceito humano.
14. A ideia de um círculo perfeito não deriva de experiência sensória.
15. Toda ideia ganha em nossa existência terrena deriva de experiência sensória.

[Tomei diversos exemplos da seção 2.3a. Os exercícios neste livro com argumentos em português são uma fonte rica de mais problemas para esse exercício.]

4.5 Analisando argumentos

Para se tornar melhor em analisar argumentos, adquira o hábito de esboçar uma versão formal de argumentos que você lê ou escuta. Com frequência os argumentos serão tão simples quanto um *modus tollens* ("Se A então B, não-B, então não-A"); mas às vezes eles serão mais complicados. É importante escutar e ler cuidadosamente, com o objetivo de alcançar o coração do argumento.

Aqui estão quatro passos que você pode achar útil para analisar argumentos em coisas que você lê. Os passos são especialmente úteis quando você lê um ensaio sobre o raciocínio de um autor; mas você também pode utilizá-los para criticar sua própria escrita. Os passos assumem que a passagem contenha raciocínio (e não somente descrições).

1. *Formule o argumento em português.* Identifique e escreva as premissas e a conclusão. Tente chegar a um argumento válido expresso da forma mais clara e direta possível. Utilize o *princípio de caridade*: interprete um raciocínio não claro de maneira a dar-lhe o melhor argumento. Forneça premissas implícitas onde necessário, e fraseie ideias similares com palavras similares. Esse passo pode ser difícil se o argumento do autor não for claro.
2. *Traduza em algum sistema lógico e teste a validade.* Se o argumento for inválido, você deverá retornar ao passo 1 e tentar uma formulação diferente. Se você não puder chegar a um argumento válido, você poderá pular os próximos dois passos.
3. *Identifique dificuldades.* Coloque uma estrela nas premissas controversas. Sublinhe termos obscuros ou ambíguos; explique o que você acredita que o autor quer dizer por meio desses termos.
4. *Avalie as premissas.* Tente decidir se as premissas são verdadeiras. Busque por falácias informais, especialmente circularidade e ambi-

guidade. Dê outros argumentos (seu próprio ou do autor) pró ou contra as premissas.

Vamos tentar isso com uma famosa passagem de David Hume:

> Como a moral, portanto, tem uma influência nas ações e afecções, segue-se que não pode ser derivada a partir da razão; e isso porque razão por si mesma, como já provamos, não pode nunca ter esse tipo de influência. A moral desperta paixões, e produz ou previne ações. A razão, por si mesma, é totalmente impotente quanto a esse aspecto. As regras da moralidade, portanto, não são conclusões de nossa razão. Ninguém, eu acredito, negará a legitimidade dessa inferência; tampouco existem outros meios de evitá-la, a não ser negando esse princípio, no qual é fundamentado. Enquanto for permitido que a razão não tem influência em nossas paixões e ações, é em vão pretender que a moralidade é descoberta somente por uma dedução da razão. Um princípio ativo nunca pode ser fundamentado em um inativo....[5]

Primeiramente leia a passagem diversas vezes. Foque no raciocínio e tente colocá-lo em palavras; normalmente são necessárias diversas tentativas para alcançar um argumento claro. Aqui nosso argumento pode parecer com isto:

Todo juízo moral influencia nossas ações e sentimentos.
Nada proveniente da razão influencia nossas ações e sentimentos.
∴ Nenhum juízo moral é proveniente da razão.

Depois traduza em algum sistema lógico e teste a validade. Aqui poderíamos tanto utilizar silogística ou lógica quantificacional:

todo M é I	$(x)(Mx \supset Ix)$
nenhum R é I	$\sim(\exists x)(Rx \cdot Ix)$
∴ nenhum M é R	$\therefore \sim(\exists x)(Mx \cdot Rx)$

O argumento se mostra válido em ambos os casos.

Depois identifique dificuldades. Estrele premissas controversas e sublinhe termos ambíguos ou obscuros:

* Todo juízo moral influencia nossas ações e sentimentos.
* Nada proveniente da razão influencia nossas ações e sentimentos.
∴ Nenhum juízo moral é proveniente da razão.

Tente descobrir o que Hume quis dizer por essas palavras sublinhadas. Por "razão", Hume parece querer significar "a descoberta

[5] David Hume, *A treatise of Human Nature* (Oxford: Clarendon Press, 1888), página 457 (Livro III, Parte I, Seção I).

de veracidade ou falsidade". Então podemos refrasear seu argumento como segue:

* Todo juízo moral influencia nossas ações e sentimentos.
* Nenhuma descoberta de verdade ou falsidade influencia nossas ações e sentimentos.
∴ Nenhum juízo moral é uma descoberta de verdade ou falsidade.

"Influencia" também é ardiloso. "X influencia Y" poderia ter um dos dois significados.

"X *independentemente de nossos desejos* influencia Y."

"X *quando combinado com nossos desejos* influencia Y."

Por fim, avalie as premissas. Já que "influencia" possui dois sentidos, temos que avaliar as premissas utilizando cada sentido. Tomando "influencia" no primeiro sentido, a premissa 1 significa:

Todo juízo moral, *independentemente de nossos desejos*, influencia nossas ações e sentimentos.

Isso parece falso, já que existem pessoas que aceitam juízos morais, mas não têm desejo ou motivação para segui-los; as ações e sentimentos de tal pessoa, portanto, não seriam influenciados por esses juízos morais. Tomando "influencia" no segundo sentido, a premissa 2 significa:

Nenhuma descoberta de verdade ou falsidade, *quando combinada com nossos desejos*, influencia nossas ações e sentimentos.

Isso também parece falso. A descoberta da verdade de que esta chama queimaria nosso dedo, combinada com o nosso desejo de não nos queimarmos, com certeza influencia nossas ações e desejos. O argumento de Hume é plausível porque "influencia" é ambíguo. Dependendo de como tomarmos esse termo, uma premissa ou outra se torna falsa ou duvidosa. Então o argumento de Hume é falho.

Aqui combinamos técnicas formais com informais (juízos de senso comum, definições e a falácia da ambiguidade). Nós as utilizamos para formular e criticar um argumento sobre os fundamentos da ética. Nossa crítica, certamente, pode não ser a última. Um defensor de Hume pode atacar as premissas de nosso argumento contra Hume, sugerir outra leitura do argumento, ou refrasear as premissas para evitar nossa crítica. Mas nossas críticas, se clara e logicamente expressas, ajudarão a discussão

a avançar. Em seu melhor, discussões filosóficas envolvem raciocinar com ideias claras e de maneira lógica.

É importante ser justo quando criticamos o raciocínio de outros. Tal criticismo pode ser parte de uma busca comum pela verdade; não devemos deixá-la cair em uma tentativa vã de marcar pontos. Ao apreender o raciocínio de outros, devemos seguir o mesmo padrão de honestidade que queremos que outros sigam em sua apreensão do *nosso* raciocínio. Distorções e outras falácias estão abaixo da dignidade de seres, tal como nós, capazes de raciocinar.

Capítulo 5

RACIOCÍNIO INDUTIVO

Muitos de nossos raciocínios do dia a dia lidam com probabilidades. Observamos padrões e concluímos que, baseado nesses, tal ou tal crença é *provavelmente* verdadeira. Isso é raciocínio indutivo.

5.1 O silogismo estatístico

A Appalachian Trail (AT), uma trilha da Geórgia até Maine no leste dos EUA, tem uma série de abrigos. Suponha que nós caminhamos no AT e planejamos passar a noite no abrigo Rocky Gap. Gostaríamos de saber de antemão se há água (uma fonte ou fluxo) por perto. Se soubéssemos que *todo* abrigo no AT tem água, ou que *nenhum* tem, poderíamos raciocinar *dedutivamente*:

Todo abrigo no AT tem água.
Rocky Gap é um abrigo no AT.
∴ Rocky Gap tem água.

Nenhum abrigo no AT tem água.
Rocky Gap é um abrigo no AT.
∴ Rocky Gap não tem água.

Ambos são dedutivamente válidos. Ambos têm uma conexão estreita entre as premissas e a conclusão; se as premissas são verdadeiras, a conclusão *há* de ser verdadeira. Validade dedutiva é uma questão de tudo ou nada. Argumentos dedutivos não podem ser "meio válidos", nem pode haver um "mais válido" que outro.

De fato, a maioria dos abrigos tem água, mas poucos não têm. Dos abrigos que visitei, aproximadamente 90 por cento (dependendo da estação e da precipitação de chuva) tinham água. Se soubéssemos que 90 por cento têm água, poderíamos raciocinar *indutivamente*:

90 por cento dos abrigos em AT têm água.
Rocky Gap é um abrigo em AT.
Isso é tudo que sabemos sobre a questão.
∴ Provavelmente Rocky Gap tem água.

Esse é um argumento indutivo forte. Relativa às premissas, a conclusão é uma boa aposta. Mas é parcialmente uma adivinhação; poderia se verificar falso, mesmo que as premissas sejam todas verdadeiras.

A premissa "Isso é tudo que sabemos sobre a questão" significa "não temos mais informações que influenciam a probabilidade da conclusão". Suponha que nós encontramos um mochileiro com sede reclamando que a água em Rocky Gap secou; isso mudaria a probabilidade da conclusão. A premissa declara que não temos esse tipo de informação adicional.

Duas características separam argumento indutivo de argumento dedutivo. (1) Argumentos indutivos variam em quão forte as premissas apoiam a conclusão. A premissa "99 por cento dos abrigos em AT têm água" apoia a conclusão de maneira mais forte do que "60 por cento dos abrigos em AT têm água". Temos sombras de cinza aqui – não o preto e branco da validade/invalidade dedutiva. (2) Mesmo um argumento indutivo forte tem apenas uma fraca conexão entre premissas e conclusão. As premissas fazem a conclusão no máximo somente altamente provável; as premissas podem ser verdadeiras enquanto a conclusão é falsa. Raciocínio indutivo é uma forma de adivinhar baseada em reconhecer e estender padrões conhecidos e semelhanças.

Deixe-me adicionar algo. Um **argumento dedutivo** declara que é *logicamente necessário* que, se as premissas são todas verdadeiras, então também o é a conclusão. Um **argumento indutivo** declara que é *provável* (mas não logicamente necessário) que, se as premissas são todas verdadeiras, então também o é a conclusão. Enquanto este livro é principalmente sobre argumento dedutivo, este capítulo foca nos indutivos.

Se refinarmos nossa conclusão para especificar uma probabilidade numérica, obteremos a forma clássica de **silogismo estatístico**:

Silogismo estatístico

N por cento de A's são B's.
X é um A.
Isso é tudo que sabemos sobre a questão.
∴ É N por cento provável que X seja B.

90 por cento dos abrigos em AT têm água.
Rocky Gap é abrigo em AT.
Isso é tudo que sabemos sobre a questão.
∴ *É 90 por cento provável que* Rocky Gap tenha água.

A seguir outro exemplo:

50 por cento dos lances de moeda resultam cara.
Isso é um lance de moeda.
Isso é tudo que sabemos sobre a questão.
∴ É 50 por cento provável que este lance resulte cara.

Suponha que tudo o que sabemos que afeta a probabilidade do lance resultar cara é que 50 por cento dos lances de moedas resultam cara. Isso vale se ainda não tivermos lançado a moeda, ou se nós a lançamos, mas ainda não sabemos qual é o resultado. A questão é diferente se sabemos como ela caiu. Então não é mais simplesmente 50 por cento provável para nós que seja cara; ao invés, nós sabemos que é cara ou que é coroa.

Silogismos estatísticos aplicam-se de maneira mais limpa se sabemos um pouco sobre o assunto. Suponha que nós sabemos estas duas coisas sobre a equipe de futebol do Michigan:

1. É um *first down* – e Michigan corre 70 por cento do tempo em *first down*.
2. Michigan está atrás – e passa 70 por cento do tempo quando está atrás.

Relativamente a 1, Michigan provavelmente correrá. Relativamente a 2, Michigan provavelmente passará. Mas não é claro o que Michigan provavelmente irá fazer relativamente a 1 e 2. Torna-se pior se acrescentarmos fatos sobre o placar, tempo restante e a formação ofensiva. Cada fato por si mesmo pode levar a uma conclusão clara sobre o que o Michigan provavelmente fará; mas a combinação "enlameia" a questão. Muita informação pode nos confundir quando aplicamos silogismos estatíscos.

O capítulo 1 distinguiu argumentos dedutivos *válidos* de *corretos*. *Válido* afirma uma relação correta entre premissas e conclusão, mas não diz nada sobre a veracidade das premissas; correto inclui ambos "válido" e "tem premissas verdadeiras". É conveniente ter termos similares para argumentos indutivos. Vamos dizer que um argumento é indutivamente *forte* se a conclusão provável é relativa às premissas. E vamos dizer que um argumento é indutivamente *confiável* se é forte e tem premissas verdadeiras. Aqui um quadro:

	Dedutivamente	Indutivamente
Conexão premissa/conclusão correta →	*válido*	*forte*
Isso mais premissas verdadeiras →	*correto*	*confiável*

Aqui um argumento indutivo muito forte que não é confiável:

Michigan perde 99 por cento das vezes que joga.
Michigan está jogando hoje.
Isso é tudo que sabemos sobre a questão.
∴ Provavelmente Michigan perderá hoje.

Isso é muito forte, pois, em relação às premissas, a conclusão é muito provável. Mas o argumento não é confiável, já que a premissa 1 é falsa.

Veremos que muito da lógica indutiva é controversa e difícil de reduzir a princípios claros e limpos.

5.2 Cálculos de probabilidade

Algumas vezes nós podemos calcular probabilidade mais precisamente. A experiência mostra que moedas tendem a cair cara metade das vezes e coroa a outra metade; então cada moeda tem 50 por cento de chance de dar cara e 50 por cento de chance de dar coroa. Suponha que nós lancemos duas moedas. Existem quatro combinações possíveis de caras (H) e coroas (T) para as duas moedas:

HH HT TH TT

Cada caso é igualmente provável. Então nossa chance de obter duas caras é de 25 por cento (.25 ou ¼), já que, a partir de 4 casos, ela ocorre 1 vez. A seguir a regra (onde "prob" abrevia "a probabilidade" e "casos favoráveis" são os casos em que A é verdadeiro):

Essa regra vale se todo caso é igualmente provável:

$$\text{Prob de A} = \frac{\text{o número de casos favoráveis}}{\text{o número total de casos}}$$

Nossa chance de obter pelo menos uma cara é 75 por cento (.75 ou ¾), já que ela ocorre em três dos quatro casos.

Com relação à probabilidade ou às chances, a razão diz respeito a casos favoráveis e desfavoráveis ("casos desfavoráveis" são os casos em que A é falso). As chances estão a nosso favor se o número de casos favoráveis é maior (então sua probabilidade é maior que 50 por cento):

$$\text{As chances } \textit{em favor de } \text{A} = \frac{\text{o número de casos favoráveis}}{\text{o número de casos desfavoráveis}}$$

Então as chances são de 3 para 1 em favor de obter pelo menos uma cara – já que ela ocorre em 3 casos e falha em apenas 1 caso. As chances são contra você se o número de casos desfavoráveis é maior (então sua probabilidade é menor que 50 por cento):

$$\text{As chances } \textit{contra } \text{A} = \frac{\text{o número de casos desfavoráveis}}{\text{o número de casos favoráveis}}$$

Chances são normalmente dadas em números inteiros, com o número maior primeiro. Não diríamos "as chances são 1 para 3 *em favor* de obter duas caras"; ao invés, colocamos o número maior primeiro e dizemos "as chances são 3 para 1 *contra* obter duas caras". A seguir exemplos de como converter chances em probabilidade (e vice-versa):

As chances de que ganhemos são iguais (1 para 1)	=	A probabilidade de nossa vitória é de 50 por cento.
As chances são de 7 para 5 em favor de nossa vitória	=	A probabilidade de nossa vitória é 7/12 (7 casos favoráveis do total de 12 casos, ou 58,3 por cento).
As chances são de 7 para 5 contra nossa vitória	=	A probabilidade de nossa vitória é 5/12 (5 casos favoráveis do total de 12 casos, ou 41,7).
A probabilidade de nossa vitória é de 70 por cento	=	As chances são 7 para 3 em favor de nossa vitória (70 por cento favoravel para 30 por cento desfavorável).
A probabilidade de nossa vitória é de 30 por cento	=	As chances são 7 para 3 contra nossa vitória (70 por cento favorável para 30 por cento desfavorável).

Aprenderemos agora algumas regras para calcular probabilidades. As primeiras duas regras são sobre verdades necessárias e contradições:

Se A é uma verdade necessária: Prob de A = 100 por cento.	Se A é uma contradição: Prob de A = 0 por cento.

Nossa chance de uma moeda específica ser *ou cara ou não cara* é 100 por cento. E nossa chance dela ser *tanto cara e não cara* (ao mesmo tempo) é 0 por cento.

Esta próxima regra relaciona a probabilidade do acontecimento de um dado evento à probabilidade de não acontecimento desse mesmo evento:

> Prob de não-A = 100 por cento – prob de A.

Então, se nossa chance de obter duas caras é 25 por cento, então nossa chance de *não* obter duas caras é 75 por cento (100 por cento – 25 por cento).

A próxima regra diz respeito a eventos que são independentes um do outro, no sentido de que a ocorrência de um não implica na ocorrência do outro mais ou menos provável (a primeira moeda sendo

cara, por exemplo, não faz com que seja mais ou menos provável que a segunda moeda seja cara):

> Se A e B são independentes:
> Prob de (A e B) = prob de A • prob de B.

Probabilidades multiplicam com E. Então nossa chance de obter duas caras (25 por cento) *e então* obter duas caras de novo (25 por cento) é 6,25 por cento (25 por cento • 25 por cento).

Essa próxima regra vale para eventos que são mutuamente exclusivos, no sentido que eles não podem ocorrer juntos:

> Se A e B são mutuamente exclusivos:
> Prob de (A ou B) = prob de A + prob de B.

Probabilidades somam com OU. Não pode acontecer de obtermos duas caras e também (no mesmo lance de duas moedas) obtermos duas coroas. A probabilidade de ambos os eventos é de 25 por cento. Então a probabilidade de um *ou* outro acontecer (obter duas caras *ou* duas coroas) é de 50 por cento (25 por cento + 25 por cento). Quando os dois eventos não são mutuamente exclusivos, temos que seguir esta lei mais complexa:

> Isto vale mesmo se A e B não são mutuamente exclusivos:
> Prob de (A ou B) = prob de A + prob de B − prob de (A e B).

Suponha que calculamos a probabilidade de obter pelo menos uma cara quando nós lançamos duas moedas. Moeda 1 ser cara e moeda 2 ser cara não são eventos mutuamente exclusivos, já que ambos podem acontecer juntos; então temos que aplicar a regra mais complexa. A chance da moeda 1 ser cara *ou* da moeda 2 ser cara = a chance da moeda 1 ser cara (50 por cento) + da moeda 2 ser cara (50 por cento) − a chance da moeda 1 e da moeda 2 serem cara (25 por cento). Então nossa chance de obter pelo menos uma cara é de 75 por cento (50 por cento + 50 por cento − 25 por cento). Se A e B são mutuamente exclusivos, então a probabilidade de (A e B) = 0; então a regra mais simples dá o mesmo resultado que a regra mais complexa.

Suponha que lancemos dois dados. Existem seis possibilidades igualmente prováveis para cada dado. A seguir todas as combinações e resultados totais:

		1	2	3	4	5	6	← segundo dado
	1	2	3	4	5	6	7	
	2	3	4	5	6	7	8	
primeiro dado	3	4	5	6	7	8	9	
	4	5	6	7	8	9	10	
	5	6	7	8	9	10	11	
	6	7	8	9	10	11	12	

Existem 36 combinações possíveis; cada uma com a mesma probabilidade de 1/36. A chance de obter um 12 é de 1/36, já que nós obtemos um 12 somente em 1 dos 36 casos; a chance de obter um 11 é de 1/18 (2/36) – uma vez que nós obtemos um 11 em 2 de 36 casos; de maneira similar, nós temos 1/6 (6/36) chance de obter um 10 ou um número maior e uma chance de 5/6 (30/36) de obter um 9 ou um número menor.

Cartas fornecem um outro exemplo. Quais nossas chances de obter 2 ases quando tiramos duas cartas de um jogo de cartas padrão de 52 cartas? Podemos pensar que, já que 1/13 das cartas são ases, nossa chance de obter dois ases é 1/169 (1/13 • 1/13). Mas isto está errado. Nossa chance de obter um ás na primeira é 1/13, já que, dentre as 52 cartas, existem 4 ases, e 4/52 = 1/13. Mas se obtemos um ás em nossa primeira tentativa, então restam apenas 3 ases em 51 cartas. Então nossa chance de obter um segundo ás é 1/17 (3/51). Portanto, nossa chance de obter dois ases quando tiramos 2 cartas de um jogo padrão de 52 cartas é 1/221 (1/13 • 1/17), ou em torno de 0,45 por cento.

Neste caso, os eventos não são independentes. Obter um ás na primeira carta reduz o número de ases restantes e diminui nossa chance de tirarmos um ás para a segunda carta. Isso é diferente das moedas, onde obter cara em um lance não afeta nossa chance de obter cara no próximo lance. Se eventos A e B não são independentes, precisamos da seguinte regra para determinar probabilidade da conjunção (A e B):

> Isto vale mesmo se A e B não são independentes:
> Prob de (A e B) = Prob A • (prob de B após a ocorrência de A).

Isso reflete o raciocínio que utilizamos para calcular nossa chance de obter 2 ases de um jogo de 52 cartas. Quais nossas chances se utilizamos um jogo duplo de 104 cartas? Nossa chance de obter um primeiro ás é ainda 1/13 (já que há 8 ases dentre as 104 cartas, e 8/104 = 1/13). Depois que obtemos um primeiro ás, há 7 ases nas 103 cartas restantes. Nossa chance de obter um segundo as é = 7/103. Então a probabilidade de obter um primeiro ás e depois um segundo ás = 1/13 (a probabilidade do primeiro ás) • 7/103 (a probabilidade do segundo ás). Isso resulta em 7/1339 (1/13 • 7/103), ou 0,52 por cento. Então nossa chance de obter

dois áses quando tiramos duas cartas de um jogo duplo de 104 cartas é em torno de 0,52 por cento. Temos mais chance com o jogo duplo (0,52 ao invés de 0,45).

As chances de aposta matematicamente justas estão em proporção reversa à probabilidade. Suponha que apostamos em se vamos tirar 2 áses, ao tirar 2 cartas de um jogo padrão de 52 cartas. A chance de obter 2 áses é de 1/221, então a chances são 220 para 1 contra nós. Se apostamos $1, deveríamos obter $220 caso ganhemos. Se jogamos por um longo tempo sob tais chances de aposta, nossos ganhos e perdas provavelmente serão aproximadamente iguais na prática; certamente, os cassinos levam sua parte; então, caso ganhemos, obtemos menos do que ganhos matematicamente justos. Se jogamos por um longo tempo sob tais chances, provavelmente perderemos e o cassino ganhará. É por isso que os cassinos de Las Vegas parecem como palácios de imperadores.

5.2a Exercício – também LogiCola P (P,O & C)

Trabalhe os seguintes problemas. Uma calculadora é útil para alguns deles.

Você está jogando *blackjack* e sua primeira carta é um ás. Quais suas chance de obter uma carta de valor 10 (um 10, valete, dama ou rei) como próxima carta? Você está utilizando um jogo padrão de 52 cartas.	Existem 16 cartas como essas (um 10, J, Q, K para cada naipe) de 51 cartas restantes. Então sua chance é 16/51 (em torno de 31,4 por cento).

1. Qual seria a resposta para o problema exemplo com um conjunto duplo de 104 cartas?
2. Suponha que os Cubs e os Mets jogam *baseball* hoje. Há 60 por cento de chance de que irá chover, o que cancelaria o jogo. Se os times jogarem, os Cubs têm 20 por cento de chance de ganhar. Qual chance os Cubs têm de vencer hoje?
3. Você está lançando moedas. Você obteve 5 caras seguidas utilizando uma moeda justa. Qual a probabilidade agora de que a próxima moeda será cara?
4. Você está a ponto de lançar 6 moedas. Qual a probabilidade de que todas serão cara?
5. Suponha que exista 80 por cento de chance de que o vencedor do jogo entre Michigan e Ohio irá ao Rose Bowl, 60 por cento de chance que o Michigan vencerá Ohio, e 30 por cento de chance de que Michigan vencerá o Rose Bowl caso ele vá. Qual a probabilidade de que o Michigan vencerá o Rose Bowl?

6. Suponha que você aposte $10 em que o Michigan vencerá o Rose Bowl. Assumindo as probabilidades do último exemplo e chances de aposta matematicamente justas, quanto dinheiro você ganhará caso o Michigan vença?
7. Você está jogando *black-jack* e obteve um ás como primeira carta. Você sabe que as cartas utilizadas na única mão prévia foram um 5, um 6, dois 7 e dois 9, e que todas essa estão na pilha de descarte. Quais suas chance de obter uma carta de valor 10 (um 10, valete, dama ou rei) como próxima carta? Você está utilizando um jogo padrão de 52 cartas.
8. Qual seria a resposta ao último problema com um conjunto duplo de 104 cartas?
9. Você está lançando um par de dados. Sua irmã aposta com você a valores iguais o mesmo valor de que você obterá um número ímpar (somando ambos). Ela está querendo levar vantagem?
10. Sua irmã está lançando um par de dados. Ela diz: "Eu aposto que vou obter um número divisível por três". Quais são as chances de aposta matematicamente justas?
11. A você são dadas cinco cartas: dois 3, um 4, um 6 e um 7. Se você obtiver outra carta, qual a probabilidade de que ela será um 5? Qual a probabilidade de que ela será um 3?
12. Você está em um cassino em Las Vegas e passa por um caça-níquel de $1 que diz "Ganhe $2,000!" Assuma que essa é a única maneira que você pode ganhar e que ela fornece chances de aposta matematicamente justa ou pior. Quais suas chances de ganhar se você deposita $1?
13. Qual a probabilidade antecedente de que seus pais tenham seus aniversários no mesmo dia do ano? (Ignore complicações quanto a anos bissextos.)
14. Nosso time de futebol, Michigan, está a dois pontos atrás e restam alguns segundos. O *kicker* pode tentar um *field goal* longo, o que ganharia o jogo. A probabilidade de acertar o chute a gol é de 30 por cento. Ou poderíamos tentar fazer um *first down* e então chutar de uma distância menor. A probabilidade de fazer um *first down* é de 70 por cento e de 50 por cento de acertar o *field goal* mais curto se fazemos o *first down*. Qual das alternativas nos dá melhores chances de marcar o *field goal*?
15. Nosso time, Michigan, está 2 pontos à frente com um minuto restante. Ohio vai buscá-los no quarto *down*. A probabilidade de eles passarem é de 60 por cento, e de 40 por cento de eles correrem. Podemos defender o passe ou defender a corrida. Se defendemos o passe, então temos 70 por cento de chance de parar um passe, mas

apenas 40 por cento de chance de parar uma corrida. Se defendemos a corrida, então temos 80 por cento de chance de parar a corrida, mas apenas 50 por cento de chance de parar um passe. O que devemos fazer?

5.3 Questões filosóficas

Consideraremos agora quatro questões filosóficas sobre probabilidade. Filósofos discordam de como responder a estas perguntas:

1. As leis científicas fundamentais que governam o universo são *determinísticas* ou *probabilísticas* na natureza?

Alguns filósofos argumentam que toda lei científica fundamental é *determinística*. Falamos de probabilidade somente porque a nós falta conhecimento. Suponha que conhecêssemos todas as leis da natureza e o estado completo do mundo em um dado momento, e pudéssemos aplicar esse conhecimento. Então poderíamos infalivelmente predizer se a moeda resultará em cara, se irá chover em três dias a partir de hoje, e quem vencerá a copa do mundo em 30 anos. Essa é a tese do determinismo.

Outros filósofos dizem que alguma ou toda lei fundamental que governa nosso mundo é *probabilística*. Tais leis não dizem que sob dadas condições um resultado deve ocorrer, mas que sob essas condições um resultado *provavelmente* ocorra. As leis probabilísticas da física quântica mostram que o mundo é um jogo de dados.

Já que a evidência empírica é inconclusiva, é difícil estar certo de que lado está correto. Hoje a física abrange leis probabilísticas, mas pode um dia retornar a leis determinísticas. A questão é complicada pela controvérsia sobre se determinismo é uma questão empírica ou *a priori* (Seção 3.7); alguns acreditam que a razão (não a experiência) nos dá certeza de que o mundo é determinístico.

2. O que "provável" significa? E pode uma probabilidade numérica relativa a uma dada evidência ser atribuída a todo enunciado?

Filósofos distinguem vários sentidos de "provável". "A *probabilidade* de obter cara é de 50 por cento" pode ser tomada em pelo menos quatro maneiras:

- *Razão de frequências observadas*: observamos que moedas dão cara em torno de metade das vezes.
- *Razão de possibilidades abstratas*: cara é uma das duas igualmente prováveis possibilidades abstratas.
- *Mensuração de confiança atual*: nossa confiança de que o lance resultará cara é a mesma de que o lance não resultará cara.

- *Mensuração de confiança racional*: é racional ter a mesma confiança em que o lance resultará cara como em não resultar cara.

Utilizamos uma *razão de frequências observadas* para calcular a probabilidade de encontrar água no abrigo Rocky Gap. E utilizamos uma *razão de possibilidades abstratas* para calcular a probabilidde de tirar dois áses. Então às vezes essas abordagens de razão podem fornecer probabilidades numéricas. Mas às vezes elas não podem. Nenhuma dessas abordagens de razão fornece uma probabilidade numérica a "Michigan correrá" relativa a informação sobre filosofia grega antiga – ou relativa a essa combinação:

1. É *first down* – e o Michigan corre 70 por cento das vezes em *first down*.
2. O Michigan está atrás – e faz um passe 70 por cento do tempo em que está atrás.

Somente em casos especiais a abordagem de razões fornece probabilidades numéricas.

A *mensuração de confiança atual* às vezes implica probabilidades numéricas. Considere estes enunciados:

"Existe vida em outras galáxias."
"Michigan vencerá Ohio neste ano."
"Deus existe."

Se você considera chances 1-para-1 de aposta em alguma dessas como sendo justo, então sua confiança no enunciado é de 50 por cento. Mas você pode não querer comprometer-se com tais chances. Talvez você não possa dizer se sua confiança no enunciado é maior ou menor do que sua confiança de que um lance de moeda resultará cara. Então nós não podemos atribuir números à sua confiança atual. A *visão de razão racional* também teria problemas em atribuir probabilidade numérica a esses casos.

Alguns duvidam se probabilidade enquanto confiança racional satisfaz as regras padrão de probabilidade da última seção. Essas regras dizem que enunciados necessários sempre têm uma probabilidade de 100 por cento. Mas considere uma fórmula de lógica proposicional complexa que seja uma verdade necessária, mesmo que sua evidência sugira que ela não seja; talvez seu professor de lógica normalmente confiável lhe diga que esta não é uma verdade necessária – ou talvez por erro você obtém uma linha da tabela de verdade falsa (veja Seção 6.6). Relativo a seus dados, parece racional não colocar 100 por cento de confiança nessa fórmula (embora ela de fato seja uma verdade necessária). Então a teoria de probabilidade está errada?

A teoria de probabilidade é idealizada ao invés de errada. Ela descreve a confiança que um pensador ideal teria, baseda em uma análise ideal de dados; um pensador ideal sempre reconheceria verdades necessárias e colocaria 100 por cento de confiança nelas. Então temos que ser cuidadosos ao aplicar teoria de probabilidade a crenças de seres humanos não ideais; devemos ser como físicos que dão equações simples a corpos sem atrito e então levar em conta a idealização quando aplicar as equações a casos reais.

Probabilidade como *confiança real* definitivamente pode violar as regras da probabilidade. Muitos calculariam a probabilidade de tirar dois áses de um jogo de 52 ou 104 cartas como 1/169 (1/13 • 1/13); então eles considerariam 168-para-1 chances de aposta como justo. Mas as regras de probabilidade dizem que isso é errado (Seção 5.2).

3. Como a probabilidade se relaciona ao modo como pessoas idealmente racionais *acreditam*?

Em uma visão, uma pessoa idealmente racional acreditaria em todos e somente naqueles enunciados que são mais de 50 por cento prováveis relativos aos dados da pessoa. Mas essa visão tem implicações estranhas. Suponha que Áustria, Brasil e China cada um tem 33 1/3 por cento de chances de ganhar a copa do mundo. Então cada um destes três é 66 2/3 por cento provável:

"Áustria não vencerá a copa do mundo, mas Brasil ou China irá."
"Brasil não vencerá a copa do mundo, mas Áustria ou China irá."
"China não vencerá a copa do mundo, mas Áustria ou Brasil irá."

Na visão descrita, uma pessoa idealmente racional acreditaria em todos os três enunciados. Mas isso é besteira, somente uma pessoa muito confusa poderia fazer isso.

A visão tem outros problemas. Por que adotar uma figura de 50 por cento? Por que uma pessoa idealmente racional não acreditaria em todo e somente aqueles enunciados que são pelo menos 60 por cento (ou 75 por cento ou 90 por cento) prováveis? Existem maiores problemas se às vezes (ou usualmente) não há nenhuma maneira de desenvolver probabilidades numéricas.

Essa perspectiva dá um ideal de selecionar todas as crenças de uma maneira que ela é livre de fatores subjetivos (como sentimentos e interesses práticos). Alguns acham esse ideal atrativo. Pragmatistas a acham repulsiva. Eles acreditam em seguir fatores subjetivos em questões que nosso intelecto não pode decidir. Eles acreditam que probabilidade numérica não se aplica às questões mais profundas da vida (como livre-arbítrio, Deus, ou princípios morais básicos).

4. Como a probabilidade se relaciona ao modo como pessoas idealmente racionais *agem*?

Numa certa perspectiva, uma pessoa idealmente racional age para maximizar o **ganho esperado**. Ao trabalhar o que fazer, tal pessoa listaria as possíveis ações alternativas (A, B, C, ...) e então consideraria os possíveis resultados (A1, A2, A3, ...) de cada ação. O ganho ou perda de cada resultado seria multiplicado pela probabilidade desse resultado ocorrer; a adição desses fatores fornece o ganho esperado da ação. Então o ganho esperado de uma ação é a soma da probabilidade-vezes-ganho de seus vários possíveis resultados. Uma pessoa idealmente racional, nessa perspectiva, sempre faria o que possui o maior ganho esperado; isso implica ir em direção à menor perda esperada quando toda alternativa perde.

O que é "ganho" aqui? É prazer ou satisfação de desejo – para a própria pessoa ou para o grupo desta pessoa ou para todos afetados pela ação? Ou é ganho financeiro – para a própria pessoa ou para a empresa de alguém? Para manter coisas concretas, vamos focar em uma versão econômica da teoria. Vamos considerar a visão de que apostadores idealmente racionais agiriam sempre para maximizar seu ganho financeiro esperado.

Imagine que você é tal "apostador idealmente racional". Você encontra um jogo de dados que paga $3.536 em uma aposta de $100 se você obtiver 12. Você desenvolveria a decisão de jogar ou não jogar (alternativas J e N) da seguinte maneira:

J. JOGAR. Existem dois resultados possíveis: J1 (eu ganho) e J2 (eu perco). J1 é 1/36 provável e ganha $3.536; J1 vale (1/36 • $3.536) ou $98,22. J2 é 35/36 provável e perde $100; J2 vale (35/36 • $100), ou -$97,22. o ganho esperado da alternativa J é ($98,22 – 97,22), ou $1.
N. NÃO JOGAR. Nessa alternativa não ganharei nem perderei nada. O ganho esperado da alternativa N é (100 por cento • $0), ou $0.

Então você deveria jogar – a não ser que você tenha encontrado outro jogo com uma maior espectativa de ganho. Se você jogar esse jogo de dados apenas uma vez, você estaria 97 por cento sujeito a perder dinheiro. Mas o ganho ocasional é maior; você ganharia em torno de um milhão de dólares se você jogasse um milhão de vezes.

Um "apostador idealmente racional" apostaria se as chances fossem favoráveis, mas não caso contrário. Uma vez que os cassinos de Las Vegas levam sua parte, suas chances são contra o apostador individual; então um apostador idealmente racional não apostaria nesses lugares. Mas as pessoas têm outros interesses além de dinheiro; para muitos, apostar é muita diversão, e eles desejam pagar pela diversão.

Alguns cuja única preocupação é dinheiro se recusam a apostar mesmo se as chances são a seu favor. Sua preocupação pode ser ter dinheiro *suficiente*. Eles podem melhor satisfazer isso sendo precavidos; eles não querem arriscar o que eles têm para ganhar mais. Poucas pessoas colocariam em perigo suas economias pela chance 1-em-900 de ganhar uma fortuna 1000 vezes maior.

Outro problema com "maximizar ganhos esperados" é que é frequentemente difícil ou impossível fornecer probabilidades numéricas objetivas (exceto em casos que envolvam coisas como dados e cartas). Como podemos multiplicar probabilidade por ganho a não ser que possamos expressá-los em números?

Esse imperativo de "maximizar ganhos esperados" enfrenta então graves dificuldades se tomado como um guia geral para a vida. Mas ele pode às vezes ser útil como um guia aproximado. Algumas vezes é útil desenvolver o ganho esperado de diversas alternativas, talvez supor as probabilidades e ganhos envolvidos.

Certa vez tive duas alternativas em escolher um voo para uma viagem de caminhada:

Bilhete A custa $250 e me permite mudar minha data de retorno.

Bilhete B custa $200 e tem uma taxa de $125 se eu mudar minha data de retorno.

Que bilhete é um melhor negócio para mim? Intuitivamente, A é melhor se uma mudança é provável, enquanto B seria melhor se uma mudança for improvável. Mas podemos ser mais precisos do que isso. Que x represente a probabilidade de eu mudar meu retorno. Então:

Custo esperado de A = $250.

Custo esperado de B = $200 + ($125 • x).

Um pouco de álgebra mostra que o custo esperado é idêntico se x é 40 por cento. Então A é melhor se uma mudança for maior do que 40 por cento, enquanto B é melhor se uma mudança for menos provável que isso. A probabilidade atual de eu ter que mudar o retorno era claramente menor que 40 por cento; julgando a partir de meu passado, era em torno de 10 por cento. Portanto, o bilhete B minimiza meu custo esperado. Então comprei o bilhete B.

Em alguns casos, no entanto, pode ser mais racional escolher A. Talvez eu tenha $250, mas eu não tenho os $325 que a opção B pode me custar; então eu estaria em um grande problema se eu tivesse que mudar a data de retorno. Pode então ser mais racional seguir o princípio "melhor a salvo do que arrepender-se" e escolher A.

5.3a Exercício – também LogiCola P (G, D & V)

Suponha que você decida acreditar em todo, e somente, enunciado que é mais provável do que não. Você está lançando três moedas; em qual dos seis seguintes enunciados você acreditaria?

Ou a primeira moeda será cara, ou todas as três serão coroa.

Você acreditaria nisso, já que ocorre em 5 dos 8 casos:	HHH HHT HTH HTT	THH THT TTH TTT

1. Eu obterei três caras.
2. Eu obterei pelo menos uma coroa.
3. Eu obterei duas caras e uma coroa.
4. Eu obterei duas caras e uma coroa, ou duas coroas e um cara.
5. A primeira moeda será cara.

Para os problemas de 6 a 10, suponha que você decide fazer em todo caso qualquer coisa que maximize seu ganho esperado financeiro.

6. Você está decidindo entre manter suas economias de vida em um banco (que paga seguro 10 por cento) ou investir em Mushy Software. Se você investir em Mushy, você terá uma chance de 99 por cento de perder tudo e uma chance de 1 por cento em multiplicar seu investimento em 120 neste ano. O que você deve fazer?
7. Você está decidindo se faz um seguro hospitalar. Existe uma chance de 1 por cento ao ano de que você fará uma visita hospitalar de $10.000 (ignore outras hospitalizações); o seguro cobriria tudo. Qual o máximo que você concordaria em pagar por ano por este seguro para atingir um equilíbrio aproximado?
8. Você está dirigindo uma empresa que oferece seguro hospitalar. Existe uma chance de 1 por cento ao ano de que um cliente faça uma visita hospitalar de $10.000 (ignore outras hospitalizações); o seguro cobriria tudo. Qual o mínimo que você poderia cobrar por ano para esse seguro atingir um equilíbrio aproximado?
9. Você está decidindo se investe em Mushy Software ou em Enormity Incorporated. As ações de Mushy têm uma probabilidade de 30 por cento de ganhar 80 por cento, e uma probabilidade de 70 por cento de perder 20 por cento. As ações da Enormity têm uma probabilidade de 100 por cento de ganhar 11 por cento. Em qual você deveria investir?
10. Você está decidindo comprar um computador da Cut-Rate ou Enormity. A performance de ambos os modelos é idêntica. Existe uma probabilidade de 60 por cento de que ambas as máquinas necessitarão de reparos durante o período que você as mantém. O modelo

da Cut-Rate custa $600, mas será uma perda total (o que requer a compra de outro computador por $600), caso haja necessidade de repará-lo. O modelo da Enormity Incorporated custa $900, mas oferece reparos gratuitos. Qual você deveria comprar?

5.4 Raciocinando a partir de amostras

Lembre-se de nosso silogismo estatístico sobre Appalachian Trail:

> 90 por cento dos abrigos em AT têm água.
> Rocky Gap é um abrigo em AT.
> Isso é tudo que sabemos sobre a questão.
> ∴ Provavelmente Rocky Gap tem água.

A premissa 1 diz que 90 por cento dos abrigos têm água. Posso saber disso porque chequei os 300 abrigos e descobri que em 270 deles tinha água. Mas é mais provável que eu baseie minha declaração em raciocínio indutivo. Em minhas caminhadas em AT, observei uma grande número de abrigos; em torno de 90 por cento deles tinha água. Concluí que provavelmente aproximadamente 90 por cento de *todos* os abrigos (incluindo os não observados) têm água:

Silogismo a partir de projeção amostral
N por cento dos A's examinados são B's. Um grande e variado número de A's foram examinados. ∴ Provavelmente aproximadamente N por cento de todos os A's são B's.

> 90 por cento dos abrigos de AT examinados têm água.
> Um grande e variado número de abrigos de AT foram examinados.
> ∴ Provavelmente aproximadamente 90 por cento de todos os abrigos de AT têm água.

O raciocínio a partir de projeção amostral pressupõe que um grande e variado número de amostras provavelmente nos dá uma boa ideia do todo. A força de tal raciocínio depende de: (1) *tamanho* da amostra; (2) *variedade* da amostra; e (3) *prudência* da conclusão.

1. Se tudo o mais permanece, uma *amostra maior* nos dá um argumento mais forte. Uma projeção baseada em uma amostra pequena (dez abrigos, por exemplo) seria fraca. Minha amostra inclui cerca de 150 abrigos.

2. Se tudo o mais permanece, uma *amostra mais variada* dá um argumento mais forte. Uma amostra é *variada* à medida que ela representa proporcionalmente a diversidade do todo. Abrigos em AT diferem. Alguns estão em altos cumes, outros estão em vales. Alguns estão na trilha principal, outros estão em trilhas secundárias. Alguns estão em

áreas selvagens, outros em áreas rurais. Nossa amostra é variada à medida que ela reflete essa variedade.

Teríamos um argumento mais fraco se examinássemos apenas a dúzia de abrigos na Geórgia. Essa amostra é pequena, tem pouca variedade, e cobre apenas uma parte da trilha; mas a amostra pobre pode ser a única coisa que temos em mão. Informações de fundo podem nos ajudar a criticar uma amostra. Suponha que checamos apenas abrigos em AT que estão localizados em topos de montanhas ou em cumes. Se soubéssemos que água tende a ser escassa em tais lugares, julgaríamos essa mostra como sendo tendenciosa.

3. Se tudo o mais permanece, teremos um argumento mais forte se tivermos uma *conclusão mais precavida*. Temos uma razão mais forte para pensar que a proporção de abrigos com água é "entre 85 e 90 por cento" do que pensar que é "entre 89 e 91 por cento". Nosso argumento original diz "aproximadamente 90 por cento". Isso é vago; dependendo de nossos propósitos, isso pode ser muito vago.

Suponha que nosso argumento a partir de projeção amostral é forte e possui todas as premissas verdadeiras. Então é provável que aproximadamente 90 por cento dos abrigos tenham água. Mas a conclusão é somente uma adivinhação racional; ela poderia estar longe de estar certa. Pode mesmo acontecer que todo abrigo que não verificamos é seco. Raciocínio indutivo traz riscos.

A seguir, outro exemplo de argumento a partir de projeção amostral:

> 52 por cento dos eleitores que checamos preferem os Democratas.
> Um grande e variado grupo de eleitores foi checado.
> ∴ Provavelmente aproximadamente 52 por cento de todos os eleitores preferem os Democratas.

De novo, nosso argumento é mais forte se nós temos uma amostra maior e mais variada e uma conclusão mais precavida. Uma amostra de 500 a 1000 pessoas supostamente acarreta uma margem de erro de aproximadamente menos de 5 por cento; devemos então construir nossa conclusão como "Provavelmente entre 57 por cento e 47 por cento de todos os eleitores preferem os Democratas". Para obter uma amostra variada, nós devemos selecionar pessoas utilizando um processo aleatório que dá a todos igual chance de ser incluído. Também devemos tentar fazer com que nossa amostra represente proporcionalmente grupos (como fazendeiros e idosos) que tendem a votar de uma maneira similar. Devemos redigir e fazer a pesquisa de maneira justa e não intimidar pessoas a dar certa resposta. E devemos ser claros se estamos checando eleitores registrados ou possíveis eleitores.

Um argumento a partir de projeção amostral termina da maneira que um silogismo estatístico começa – com "N por cento de todo A é B". É natural conectar os dois:

90 por cento dos abrigos em AT examinados têm água.
Um grande e variado grupo de abrigos em AT foi examinado.
∴ Provavelmente aproximadamente 90 por cento de todos os abrigos em AT têm água.
Rocky Gap é um abrigo em AT.
Isso é tudo que sabemos sobre a questão.
∴ É aproximadamente 90 por cento provável que tenha água em Rocky Gap.

Outras variações são possíveis. Devemos utilizar "todo" em vez de uma porcentagem:

Todo gato examinado ronrona.
Um grande e variado grupo de gatos foi examinado.
∴ Provavelmente todo gato ronrona.

Essa conclusão faz uma declaração forte, já que um único gato que não ronrone a faria falsa; isso faz com que o argumento seja mais arriscado e fraco. Podemos expandir o argumento para delinear uma conclusão sobre um gato específico:

Todo gato examinado ronrona.
Um grande e variado grupo de gatos foio examinado.
∴ Provavelmente todo gato ronrona.
Sócrates é um gato.
∴ Provavelmente Sócrates ronrona.

Portanto, argumentos a partir de projeção amostral podem ter diversas formas.

5.4a Exercício

Avalie os seguintes argumentos indutivos.

Depois de contactar 2 milhões de eleitores utilizando listas de telefone, concluímos que Landon vencerá de maneira esmagadora Roosevelt em 1936 para a presidência dos EUA. (Essa foi uma previsão real.)	A amostra era tendenciosa. Aqueles que podiam custear telefones durante a Depressão tendiam a ser ricos e Republicanos. Roosevelt venceu facilmente.

1. Examinei aleatoriamente 200 estudantes na faculdade de direito da Universidade Loyola de Chicago e descobri que 15 por cento nasceram em Chicago. Então provavelmente 15 por cento de todos os estudante da Loyola nasceram em Chicago.
2. Examinei todo estudante da Loyola cujo número social termina em 3 e descobri que exatamente 78,4 por cento deles nasceram em Chicago. Então provavelmente 78,4 por cento de todos os estudantes da Loyola nasceram em Chicago.
3. Italianos são geralmente gordos e preguiçosos. Como eu sei? Bem, quando eu visitei Roma por um final de semana no ano passado, todos os empregados do hotel eram gordos e preguiçosos – todos os seis.
4. Encontro muitas pessoas em minhas atividades diárias; a grande maioria delas têm intenção de votar para o Democrata. Então o Democrata provavelmente ganhará.
5. O sol nasceu todos os dias desde que humanos podem lembrar. Então o sol irá provavelmente nascer amanhã. (Como podemos colocar esse argumento em forma padrão?)

Considere este argumento indutivo: "Lucy tirou A nos primeiros quatro testes de lógica, então provavelmente ela também tirará A no quinto teste de lógica". Os enunciados de 6 a 10 tornariam esse argumento mais forte ou mais fraco?

6. Lucy esteve doente durante as últimas semanas e esteve ausente da maioria das aulas.
7. Os primeiros quatro testes eram sobre lógica formal, enquanto o quinto é sobre lógica informal.
8. Lucy nunca tirou menos que A em sua vida.
9. Um estudante nesse curso escolhe descartar o menor dos cinco testes.
10. Lucy acabou de fazer seu teste de admissão na Escola de Direito.

Veremos uma versão dedutiva do argumento clássico da concepção para a existência de Deus na Seção 7.1b (problema 4). A versão indutiva seguinte do argumento tem uma forma de projeção amostral e é muito controversa. Avalie a veracidade das premissas e a força indutiva geral do argumento.

11. O universo é ordenado (como um relógio que segue leis complexas).
    A maioria das coisas ordenadas que examinamos tem projetistas inteligentes;
    Nós examinamos um grande e variado grupo de coisas ordenadas.
    Isso é tudo que sabemos sobre a questão.
    ∴ O universo provavelmente tem um projetista inteligente.

5.5 Raciocínio analógico

Suponha que você esteja explorando seu primeiro cassino em Las Vegas. O cassino é gigante e repleto de gente. O cassino tem caça-níqueis para *nickels, dimes, quarters* e *dólares*. Mesas de *blackjack* e *pôquer*. Uma grande roleta. Tem um bar e um *buffet* "coma à vontade" barato.

Você, então, vai ao seu segundo cassino em Las Vegas e percebe muito das mesmas coisas: o tamanho do cassino, a multidão, os caça-níqueis, as mesas de *blackjack* e *pôquer*. Você está com fome. Lembrando o que você viu em seu primeiro cassino, você conclui: "Aposto que este lugar possui um *buffet* 'coma à vontade' barato, tal como o primeiro cassino".

Esse é um argumento por analogia. O primeiro e o segundo cassinos são parecidos em muitas maneiras, então provavelmente eles sejam parecidos em alguma outra maneira:

A maioria das coisas verdadeiras no cassino 1 também são verdadeiras no cassino 2.
Cassino 1 tem *buffet* "coma à vontade" .
Isso é tudo que sabemos da questão.
∴ Provavelmente o cassino 2 também tem um *buffet* "coma à vontade" .

Aqui um exemplo mais proveitoso (sobre os abrigos em Appalachian Trail):

A maioria das coisas verdadeiras no primeiro abrigo em AT também são verdadeiras no segundo.
O primeiro abrigo em AT tinha um diário para visitantes.
Isso é tudo que sabemos sobre a questão.
∴ Provavelmente este segundo abrigo também terá um diário para visitantes.

Nós argumentamos que coisas similares em diversas maneiras são provavelmente similares em uma outra maneira.

Argumentos estatísticos e analógicos estão intimamente relacionados:

Estatístico	*Analógico*
A maioria dos grandes cassinos tem *buffet*. Circus Circus é um grande cassino. Isso é tudo que sabemos sobre isso. ∴ Provavelmente Circus Circus tem um *buffet*.	A maioria das coisas verdadeiras no cassino 1 são verdadeiras no cassino 2. Cassino 1 tem um *buffet*. Isso é tudo que sabemos sobre isso. ∴ Provavelmente o cassino 2 tem *buffet*.

A primeira repousa em nossa experiência de *muitos cassinos*, enquanto a segunda repousa em nossa experiência de *muitas características* que os dois cassinos têm em comum.

A seguir a forma geral do silogismo de analogia:

Silogismo de analogia

A maioria das coisas verdadeiras em X também são verdadeiras em Y.
X é A.
Isso é tudo que sabemos sobre a questão.
∴ Provavelmente Y é A.

A premissa 1 é grosseira. Na prática, não conotamos apenas similaridades; ao invés, buscamos por quão relevantes as similaridades são para a conclusão. Enquanto os dois cassinos eram semelhantes em diversas maneiras, eles também diferiam em algumas maneiras:

- O cassino 1 tem um nome cuja primeira letra é "S", enquanto o cassino 2 não.
- O cassino 1 tem um nome cuja segunda letra é "A", enquanto o cassino 2 não.
- O cassino 1 tem caça-níqueis de quarter na entrada, enquanto o cassino 2 tem caça-níqueis de dólar na entrada.

Esses fatores não são relevantes e não enfraquecem nosso argumento que o cassino 2 tem um *buffet*. Mas as seguintes diferenças enfraqueceriam o argumento:

- O cassino 1 é gigante, enquanto o cassino 2 é pequeno.
- O cassino 1 tem um bar, enquanto o cassino 2 não.
- O cassino 1 tem uma placa gigante anunciando um *buffet*, enquanto o cassino não tem tal placa.

Esses fatores fariam um *buffet* no cassino 2 menos provável.

Então não levamos em consideração apenas similaridades quando argumentamos por analogia; muitas similaridades são triviais e não têm importância. Ao invés, buscamos por similaridades *relevantes*. Mas como decidimos quais similaridades são relevantes? De algum modo apelamos a nossa informação de fundo sobre que coisas são mais prováveis de irem juntas. É difícil dar regras para esses casos – mesmo regras vagas.

Nossa formulação de "silogismo de analogia" é um esboço grosseiro de uma forma sutil de raciocinar. O raciocínio por analogia é indefinido e difícil de ser colocado em regras estritas.

5.5a Exercício – também LogiCola P (I)

Suponha que você esteja familiar com o livro de lógica de Gensler, mas não com outros. Sua amiga Sarah está cursando lógica e utiliza outro livro. Você pensa consigo mesmo "Meu livro versa sobre raciocínio analógico, e o livro de Sarah também". Quais destas informações tornariam esse argumento mais forte ou mais fraco – e por quê?

O curso de Sarah é um curso de graduação especializado em lógica modal quantificacional.	Isso enfraquece o argumento; tal curso provavelmente não discute raciocínio analógico. (Essa resposta pressupõe informação de fundo.)

1. O livro de Sarah tem uma cor diferente.
2. O livro de Sarah também tem capítulos sobre silogismos, lógica proposicional, lógica quantificacional, e significado e definições.
3. O curso de Sarah é ensinado por um membro do departamento de matemática.
4. O capítulo de Sarah sobre silogismos não utiliza o teste da estrela.
5. O livro de Sarah é abstrato e possui poucos exemplos da vida real.
6. O livro de Sarah não é publicado pela Routledge Press.
7. O livro de Sarah é inteiramente sobre lógica informal.
8. O livro de Sarah tem desenhos.
9. O livro de Sarah tem 100 páginas sobre raciocínio indutivo.
10. O livro de Sarah tem 10 páginas sobre raciocínio indutivo.

Suponha que seu amigo Tony em outra escola cursou ética que discutia utilitarianismo. Você fará um curso de ética no próximo semestre. Você pensa consigo mesmo: "O curso de Tony discute utilitarianismo, então meu curso provavelmente também irá". Quais destas informações tornariam esse argumento mais forte ou mais fraco – e por quê?

11. O professor de Tony foi transferido para sua escola e lecionará em seu curso também.
12. O curso de Tony era sobre ética médica, enquanto o seu é sobre teoria ética geral.
13. Ambos os cursos utilizam o mesmo livro.
14. O professor de Tony tem uma boa reputação, enquanto o seu não.
15. Seu professor é um marxista, enquanto o de Tony não.

5.6 Analogia e outras mentes

Estudaremos agora um exemplo filosófico clássico de raciocínio analógico. Isso nos ajudará a apreciar a natureza elusiva de tais argumentos.

Considere estas duas hipóteses:

Existem outros seres conscientes além de mim, outros seres com pensamentos internos e sentimentos.	Eu sou o único ser consciente. Outros humanos são como robôs sabiamente construídos; eles têm comportamento exterior, mas nenhum pensamento interno e sentimentos.

Todos aceitamos a primeira hipótese e rejeitamos a segunda. Como podemos justificar isso intelectualmente? Considere que eu possa sentir diretamente minha própria dor, mas não a dor de outros. Quando eu experiencio o *comportamento de dor* de outros, como eu sei que esse comportamento manifesta uma experiência interna de dor?

Uma abordagem apela a um argumento de analogia:

A maioria das coisas verdadeiras sobre mim também são verdadeiras sobre Jones. (Somos ambos semelhantes em comportamento geral, sistema nervoso, e assim por diante.)
Eu geralmente sinto dor quando demonstro comportamento exterior de dor.
Isso é tudo que sabemos sobre a questão.
∴ Provavelmente Jones também sente dor quando demonstra comportamento exterior de dor.

Por esse argumento, Jones e eu somos parecidos em muitos aspectos. Então provavelmente nós somos parecidos com respeitos a outras coisas – que ambos sentimos dor quando demonstramos comportamento de dor. Mas então haveria outros seres conscientes além de mim.

Aqui quatro maneiras de criticar esse argumento:

1. Jones e eu também diferimos em muitas maneiras. Estas diferenças, se relevantes, enfraqueceriam o argumento.

2. Já que eu não posso sentir diretamente a dor de Jones, eu não posso ter acesso direto à verdade da conclusão. Isso faz com que o argumento seja peculiar e pode enfraquecê-lo.

3. Eu tenho um argumento a partir de projeção amostral *contra* essa declaração de que existem outros seres conscientes além de mim:

   Todas as experiências conscientes que eu experienciei são minhas.
   Eu examinei um grande e variado grupo de experiências conscientes.
   ∴ Provavelmente *todas* experiências conscientes são minhas.

   A conclusão é outra maneira de dizer que eu sou o único ser consciente. Esse argumento é forte? Podemos desqualificar minha amostra como "não variada" sem já pressupor que outros seres conscientes

existam? Qualquer força que esse argumento possua desmerece a força do argumento analógico para outras mentes.

4. Já que o argumento analógico é enfraquecido por tais considerações, ele no máximo faz com que seja de *algum modo provável* a existência de outros seres conscientes. Mas normalmente nós tomamos essa crença como *solidamente fundamentada*.

Suponha que rejeitamos o argumento analógico. Então *por que* deveríamos acreditar nas mentes de outros? Talvez porque seja uma crença de senso comum que não foi refutada, e isso está em nosso interesse prático e emocional de aceitar. Ou talvez devido a uma regra especial de evidência, não baseada em analogia, de que experienciar comportamento de outros justifica crenças sobre o estado mental de outros. Ou talvez porque discurso sobre estados mentais seja realmente somente discurso sobre comportamento (então "ter dor" significa "mostrar comportamento de dor"). Ou talvez não haja resposta – e eu realmente não *sei* se existem outros seres conscientes além de mim.

O argumento analógico para outras mentes evidencia alguns problemas com indução. Filósofos raramente disputam se argumentos *dedutivos* têm uma conexão correta entre premissas e conclusão, em vez disso, eles disputam a veracidade das premissas. Mas argumentos *indutivos* são diferentes. Nesse caso, é frequentemente disputado se e em qual extensão as premissas, se verdadeiras, proveem boa razão para aceitar a conclusão. Os que gostam de coisas claras e limpas preferem o raciocínio dedutivo ao indutivo.

5.7 Métodos de Mill

John Stuart Mill, filósofo britânico do século XIX, formulou cinco métodos para chegar a crenças sobre causas e para se poder justificá-las. Estudaremos três de seus métodos. Sua ideia básica é que fatores que regularmente ocorrem juntos são provavelmente e causalmente relacionados.

Suponha que Alice, Bob, Carol e David estavam em uma festa. Alice e David ficaram doentes, e suspeita-se de infecção alimentar. Hambúrgueres, tortas e sorvetes foram servidos. Este quadro mostra quem comeu o que e quem ficou doente:

	Hambúrgueres	Torta	Sorvete	Doente
Alice	sim	sim	não	sim
Bob	não	não	sim	não
Carol	sim	não	não	não
David	não	sim	sim	sim

Para encontrar a causa da doença, buscaríamos por um fator que correlacione as respostas "sim" na coluna de "doente". Isso sugere que a torta causou a doença. Torta é a única coisa que todos e somente os que ficaram doentes comeram. Esse raciocínio reflete o método de concordância de Mill:

Concordância

A ocorreu mais de uma vez.
B é o único fator adicional que ocorreu se e somente A ocorreu.
∴ Provavelmente B causou A, ou A causou B.

A doença ocorreu mais de uma vez.
Comer torta é o único fator adicional que ocorreu se e somente se a doença ocorreu.
∴ Provavelmente comer torta causou a doença, ou a doença causou comer torta.

A segunda alternativa, de acordo com a qual doença causou o fato da torta ter sido comida (talvez por fazer surgir uma vontade especial?), é interessante, mas implausível. Então concluímos que a pessoa provavelmente adoeceu por ter comido torta.

O "provavelmente" é importante. Comer torta e ficar doente pode ter simplesmente acontecido juntos; talvez não haja conexão causal entre os dois. Alguns fatores que não estão em nossa tabela podem ter ocasionado a doença; talvez Alice e David tenham ficado doentes por caminhar na chuva. Ou talvez a doença de Alice e a de David tenham diferentes causas.

Tomamos como garantida uma suposição simplificada. Assumimos que os dois casos de doença tiveram a mesma causa e esta causa não apenas é um único fator na nossa lista, mas esse único fator sempre causou tal doença. Nossa investigação pode nos forçar a abandonar essa suposição e levar em consideração soluções mais complexas. Mas é bom tentar soluções simples antes e evitar as mais complexas enquanto podemos.

Podemos também concluir que comer hambúrgueres não deixa as pessoas doentes, já que Carol os comeu e não ficou doente. De maneira similar, comer sorvete não necessariamente deixa uma pessoa doente, já que Bob o comeu e não ficou doente. Vamos chamar esse tipo de raciocínio de "método de discordância":

Discordância

A ocorreu em algum caso.
B não ocorreu no mesmo caso.
∴ A não causa necessariamente B.

Comer sorvete ocorreu no caso de Bob.
Doença não ocorreu no caso de Bob.
∴ Comer sorvete não necessariamente causa doença.

Mill utilizava essa forma de raciocínio, mas não o incluía em seus cinco métodos.

Suponha que *dois* fatores – comer torta e comer hambúrgueres – ocorreram somente nos casos em que alguém ficou doente. Então o método de concordância não levaria a nenhuma conclusão definitiva sobre qual causou a doença. Para ter certeza de que foi a torta, devemos fazer um experimento. Tomamos duas pessoas, Eduardo e Frank, que são o mais parecidos possível em saúde e dieta. Damos a eles a mesma coisa para comer, exceto que damos torta a Eduardo e não a Frank. (Isto não é ético, mas gera um bom exemplo.) Então vemos o que acontece. Suponha que Eduardo fique doente, mas Frank não; então concluímos que a torta provavelmente causou a doença. Isso segue o método de diferença de Mill:

Diferença

A ocorreu no primeiro caso, mas não no segundo.
Os casos são idênticos, exceto que B também ocorre no primeiro caso, mas não no segundo.
∴ Provavelmente B é (ou é parte de) a causa de A, ou A é (ou é parte de) a causa de B.

A doença ocorreu no caso de Eduardo, mas não no de Frank.
Os casos são idênticos, exceto que comer torta ocorreu no caso de Eduardo, mas não no de Frank.
∴ Provavelmente comer torta é (ou é parte de) a causa da doença, ou a doença é (ou é parte de) a causa de comer torta.

Já que nós causamos Eduardo a comer torta, nós rejeitamos o segundo par de alternativas. Então provavelmente comer torta é (ou parte de) a causa da doença. A causa pode ser simplesmente comer torta (que continha um vírus). Ou a causa pode ser isso combinado com a condição física pobre da pessoa.

Outro experimento não ético ilustra o método de Mill de variação. Dessa vez encontramos quatro vítimas (George, Henry, Isabel e Jodi) e as alimentamos com quantidades diferentes de torta. Eles adoecem em diversos graus:

	Torta	Doente
George	Fatia minúscula	Levemente
Henry	Fatia pequena	Um pouco
Isabel	Fatia normal	Muito
Jodi	Duas fatias	Quer morrer

Concluímos que a torta provavelmente causou a doença. Isso segue o método de variação de Mill:

Variação

A muda de uma certa maneira se e somente se B muda de uma certa maneira.
∴ Provavelmente as mudanças de B causaram as mudanças de A, ou A causou B, ou algum C causou ambos.

A doença da pessoa foi maior se e somente se a pessoa comeu mais torta.
∴ Provavelmente comer torta causou a doença, ou a doença causou comer torta, ou algo diferente causou ambos, o comer e a doença.

As últimas duas alternativas são implausíveis. Então, concluímos que comer torta provavelmente causou a doença.

Os métodos de Mill frequentemente nos dão uma conclusão com diversas alternativas. Às vezes podemos eliminar uma alternativa devido à sequência temporal; a causa não pode acontecer depois do efeito. Suponha que concluímos isto:

Ou a preguiça durante os meses anteriores causou a nota baixa no exame final, ou a nota baixa no exame final causou a preguiça durante os meses anteriores.

Aqui rejeitaríamos a segunda alternativa.

Ao aplicar os métodos de Mill, devemos saber que "causa" pode significar ou "causa total" ou "causa parcial". Suponha que Jones levou um tiro e então morreu. Aplicando erroneamente o método de discordância, podemos concluir que levar um tiro não causou a morte, já que alguns que levam tiro não morrem. Mas a conclusão própria é que levar um tiro não causa necessariamente a morte. Nós também podemos concluir levar um tiro não foi a causa total da morte de Jones (mesmo que isso possa ser uma causa parcial). O que causou a morte de Jones não foi somente o tiro. O que causou a morte foi que ele levou um tiro de certa maneira (por exemplo, na cabeça), em certas circunstâncias (por exemplo, sem nenhuma ajuda médica disponível). Isso é a causa total; qualquer pessoa que leva um tiro exatamente dessa maneira nessas circunstâncias (incluindo a mesma condição física e mental) teria morrido. O método de discordância lida com causas totais, não causas parciais.

As ambiguidades da palavra "causa" são profundas. O "fator A causou o fator B" pode significar qualquer combinação destas:

A presença do fator A sempre (ou provavelmente) por si mesmo (ou em combinação com algum fator C) ocasionará diretamente (ou por meio de uma corrente causal adicional) a presença do fator B; ou a ausência do fator A ... ocasionará a ausência do fator B; ou ambos.

O sentido probabilístico é controverso. Suponha que o incidente de câncer de pulmão varia estreitamente com fumo excessivo, então fumantes inveterados são mais suscetíveis de ter câncer de pulmão. Poderia essa conexão probabilística ser suficiente para dizermos que fumar excessivamente é uma causa (parcial) de câncer de pulmão? Ou é errado utilizar "causa" a não ser que surja um fator C tal que fumar excessivamente combinado com fator C *sempre* causa câncer de pulmão? Pelo menos parte do debate sobre se existe uma "conexão causal" entre fumar excessivamente e câncer de pulmão é semântica. Faz sentido utilizar "causa" com conexões probabilísticas? Se podemos falar de roleta russa *causando* morte, então podemos falar de fumar excessivamente *causando* câncer de pulmão.

5.7a Exercício – também LogiCola P (M & B)

Delineie qualquer conclusão que você pode utilizando os métodos de Mill; suplemente os métodos de Mill por senso comum quando apropriado. Diga que método você está utilizando, que alternativas você conclui do próprio método, e como você restringe a conclusão a uma alternativa única. Também diga se os métodos de Mill não levam a nenhuma conclusão definida.

O computador de Kristen mostrou mensagens de erro quando ela o inicializou. Mudamos as coisas uma de cada vez para ver qual pararia as mensagens. O que funcionou foi atualizar o *driver* de vídeo.	Pelo método de diferença, provavelmente a atualização do *driver* causou (ou causou parcialmente) a parada das mensagens de erro, ou parar as mensagens de erro nos causou (ou parcialmente causou) atualizar o *driver*. A última não pode ser, já que a causa não pode acontecer depois do efeito. Então provavelmente atualizar o *driver* causou (ou parcialmente causou) a parada da mensagem de erro.

1. Experimentos mostram que o tempo de reação de uma pessoa é muito maior depois de alguns *drinks*, mas é relativamente não influenciado por uma série de outros fatores.
2. Um estudo mostrou que pessoas sem bactérias em suas bocas não têm cáries – e que pessoas com nenhuma partícula de comida em suas bocas não têm cárie. No entanto, pessoas com bactérias e partículas de comida em suas bocas têm cáries.
3. Sempre que Michelle bebe *scotch* e soda, ela tem ressaca no dia seguinte. Sempre que ela bebe gin e soda, ela tem ressaca. Provavelmente, sempre que ela bebe rum e soda, ela tem ressaca.
4. O radialista da manhã em uma estação de rádio de Cleveland notou no início de dezembro que a temperatura mais fria do dia parecia

ocorrer cada vez mais tarde nas manhãs. A pessoa do tempo apontou que o nascer do sol estava ocorrendo cada vez mais tarde; em algumas poucas semanas, ambos os processos iriam se inverter, com o nascer do sol e a temperatura mais baixa do dia ocorrendo cada dia mais cedo.

5. Nossa equipe de pesquisa no centro médico descobriu um novo fator sanguíneo chamado "fator K". Fator K ocorre em todas as pessoas que têm câncer, mas em ninguém mais.
6. Quando sentei para comer sobre a rocha em Grand Gulch, exércitos de formigas invadiram a rocha. Mais tarde eu sentei na rocha da mesma maneira, exceto que eu não estava comendo. No segundo caso as formigas não invadiram a rocha.
7. Nós fizemos um estudo interessante comparando o período de férias de empregados e o desaparecimento de itens alimentícios. Descobrimos que, quando Megan está trabalhando, os itens desaparecem, e quando ela não está, eles não desaparecem.
8. Pessoas em diversas partes do país têm uma taxa menor de deterioração dos dentes. Investigações mostram que a única coisa diferente sobre esses lugares é que a água fornecida contém flúor.
9. Fizemos um experimento em que selecionamos dois grupos mais ou menos idênticos e colocamos flúor na água do primeiro grupo, mas não na do segundo. O primeiro grupo teve uma taxa menor de deterioração dos dentes.
10. Muitos mochileiros pensam que comer alho lhes dá um odor que faz com que mosquitos não lhes piquem. Quando caminhava em uma parte da Bruce Trail infestada de mosquitos, comi bastante alho cru. Os mosquitos me picaram com sua maneira sanguinária usual.
11. Pequeno Will joga comida no chão e recebe um sinal de desaprovação de seu pai e de sua mãe. Tal coisa acontece regularmente. Quando ele come sua comida sem jogá-la no chão, ele não recebe nenhuma desaprovação.
12. Todos em nosso estudo que se tornaram viciados em heroína experimentaram maconha primeiro.
13. Se você esfrega duas superfícies, as superfícies esquentam. Elas ficarão cada vez mais quentes conforme você esfrega as superfícies mais forte e rápido.
14. Quando nós concebemos quantas horas Alex estuda contra suas notas em seus vários exames, vemos uma correlação estreita.
15. Fósforos que não são aquecidos ou friccionados não incendeiam. Fósforos que estão molhados não se incendeiam. Fósforos que não estão na presença de oxigênio não se incendeiam. Fósforos que são aquecidos ou friccionados, secos, e na presença de oxigênio incendeiam.

16. Pequeno Will fez uma descoberta. Ele continua a mover o botão do rádio para cima e para baixo. Ele percebe que o volume da música aumenta e diminui quando ele faz isso.
17. Fizemos um estudo cuidadoso sobre o ritmo cardíaco de atletas e como ele se relaciona com diversos fatores. A única relação que encontramos é que os que praticam exercícios aeróbicos (e apenas esses) possuem menor ritmo cardíaco.
18. Investigamos diversos objetos com uma estrutura cristalina. A única coisa que eles têm em comum é que todos se solidificam a partir de um estado líquido. (Mill utiliza esse exemplo.)
19. Depois de longa investigação, descobrimos uma relação estreita entre dia e noite. Se está de noite, então, invariavelmente, em algumas horas, será dia. Se está de dia, então, invariavelmente, em algumas horas, será noite.
20. O pequeno Will esteve fazendo experimentos com seu metro eletrônico. Ele descobriu que, se ele aumenta a voltagem, então ele também aumenta a corrente.
21. Sempre que Kurt veste sua bandana de cabeça, ele faz todos os seus *field goals*. Sempre que ele não a veste, ele os perde todos. Isso tem acontecido por diversos anos.
22. Todos os peixes do aquário de meu pai morreram. Nós suspeitamos da comida ou da temperatura da água. Compramos mais peixes e fizemos a mesma coisa, exceto a comida que trocamos. Todos os peixes morreram. Então nós compramos mais peixes e fizemos tudo da mesma maneira, exceto a temperatura da água que mudamos. Os peixes sobreviveram.
23. Bactérias introduzidas por visitantes do planeta Krypton estão causando uma epidemia. Descobrimos que toda pessoa exposta à bactéria fica doente e morre – exceto aqueles que têm um ritmo cardíaco maior que o normal.
24. Quando nós colocamos em uma tabela a taxa de inflação próximo ao crescimento da dívida nacional em diversos anos, encontramos uma relação íntima.
25. Em minha primeira viagem de mochileiro, eu caminhei longas distâncias e utilizei apenas um par de meias. Eu tive bolhas terríveis em meus pés. Em minha segunda viagem, eu fiz tudo da mesma maneira, exceto por utilizar dois pares de meia. Eu tive apenas pequenas bolhas.

5.8 Leis científicas

A lei de Ohm é um princípio importante com muitas aplicações em eletricidade. "Lei" aqui sugere grande dignidade científica e fundamento.

A lei de Ohm é mais do que uma mera *hipótese* (conjectura preliminar) ou mesmo uma *teoria* (com mais fundamento que uma hipótese, mas menos que uma lei).

A lei de Ohm é uma fórmula relacionando corrente, voltagem, e resistência:

Lei de Ohm		
I = E/R	onde:	I = corrente (em amps) E = voltagem (em volts) R = resistência (em ohms)

Uma corrente elétrica de 1 amp (ampere) é um fluxo de 6.250.000.000.000.000.000 elétrons por segundo; uma lâmpada de 100 watts puxa quase um amp, e o fusível queima se você puxar acima de 15 amps. Para "empurrar" os elétrons, você precisa de uma voltagem; sua tomada pode ter 117 volts e sua bateria de lanterna 1,5 volts. A voltagem encontra uma resistência elétrica, que influencia quantos elétrons fluem por segundo. Um cabo pequeno e espesso tem baixa resistência (menos que um ohm) enquanto uma polegada de ar tem uma resistência alta (bilhões de ohms). Pequenos resistores de carbono vão de menos de um ohm a milhões de ohms. A lei de Ohm diz que a corrente aumenta se você aumenta a voltagem ou diminui a resistência.

A corrente elétrica é como o fluxo de água através de uma mangueira de jardim. A voltagem é como pressão da água. A resistência elétrica é como a resistência ao fluxo de água proveniente da mangueira; uma mangueira longa, fina, tem maior resistência que uma pequena e espessa. A corrente ou fluxo de água é medido em galões por minuto; ela aumenta se você aumenta a pressão da água ou utiliza uma mangueira com menor resistência.

A lei de Ohm é uma fórmula matemática que nos permite calcular vários resultados. Suponha que colocamos um resistor de 10 ohms do outro lado de sua tomada elétrica de 117 volts; teríamos uma corrente de 11,7 amp (não suficiente para queimar seu fusível):

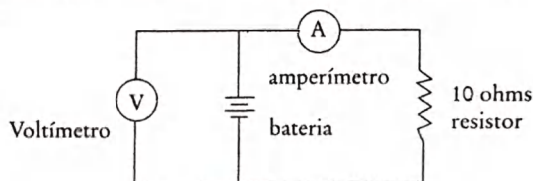
I = E/R = 117 volts/10 ohms = 11,7 amps.

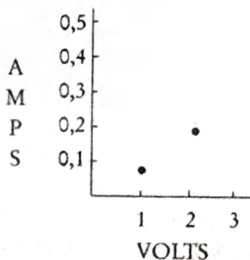
A Lei de Ohm lida com propriedades não observáveis (corrente, voltagem, resistência) e entidades (elétrons). A ciência permite não observáveis se eles têm consequências testáveis ou podem de algum modo ser medidos. O termo "não observável" é vago. Na realidade podemos sentir alguma voltagem. Os 1,5 volts da bateria de sua lanterna normalmente não podem ser sentidas, voltagens ligeiramente mais altas dão um

leve formigamento, e os 117 volts de sua tomada elétrica podem dar um perigoso choque. Filósofos disputam o *status* de entidades não observáveis. Seriam os elementos últimos da realidade não observáveis, como átomos e elétrons, ou objetos da experiência comum como cadeiras, ou ambos? Ou átomos e cadeiras são apenas ficções para nos ajudar a falar de nossas sensações?

Podemos perguntar como as leis científicas são *descobertas*, ou podemos perguntar como elas são *verificadas*. A história pode nos dizer que George Simon Ohm descobriu sua lei em 1827; a filosofia se preocupa mais em como essas leis são verificadas (ou mostradas serem verdadeiras), indiferentemente de suas origens. Basicamente, leis científicas são verificadas por uma combinação de observação e argumento, mas os detalhes tornam-se complicados.

Suponha que queremos verificar a lei de Ohm. São dadas a nós baterias e resistores. Também nos é dado um metro para medir corrente, voltagem e resistência. O metro simplifica nossa tarefa; não precisamos nos preocupar em definir as unidades fundamentais (ampere, volt e ohm) e inventar maneiras de mensurá-las. O metro não faria nossa tarefa mais fácil? Não poderíamos simplesmente fazer alguns experimentos e então basear a Lei de Ohm nos resultados, utilizando raciocínio dedutivo ou indutivo padrão? Infelizmente, não é assim tão simples.

Suponha que conectemos baterias de diferentes voltagens a um resistor:

O voltímetro mede a voltagem, e o amperímetro mede a corrente. Começamos com um resistor de 10 ohms. Tentamos voltagens de 1 volt e de 2 volts e obtemos correntes de 0,1 amp e 0,2 amp. Eis um quadro com os resultados:

Isso está de acordo com Ohm, já que:

Se E = 1 volt, então I = 0,1 amp. $(I = E/R = 1/10 = 0{,}1)$

Se E = 2 volts, então I = 0,2 amp. $(I = E/R = 2/10 = 0{,}2)$

Baseando-nos nisso, argumentamos indutivamente como segue:

Todo caso voltagem-corrente-resistência examinado segue Ohm.
Um grande e variado grupo de tais casos foram examinados.
∴ Provavelmente todo caso tal segue Ohm.

A premissa 2 é fraca, já que testamos apenas dois casos. Mas podemos facilmente executar mais experimentos; depois que o fizermos, Ohm parecerá ser seguramente fundamentado.

O problema é que nós podemos dar um argumento indutivo igualmente forte para uma segunda hipótese incompatível: "$I = (E^2 - 2E + 2)/R$". Chamemos isso de *Lei de Mho* (embora não seja uma "lei"). Surpreendentemente, nosso resultado também está conforme a lei de Mho;

Se E = 1 volt, então I = 0,1 amp.

$$I = (E^2 - 2E + 2)/R = (1^2 - 2 \cdot 1 + 2)/10 = (1 - 2 + 2)/10 = 1/10 = 0{,}1$$

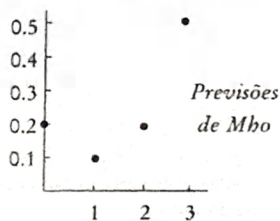
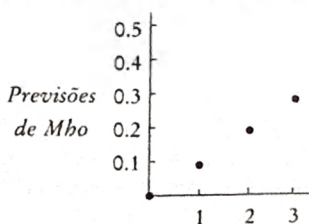
Se E = 2 volts, então I = .2 amp.

$$I = (E^2 - 2E + 2)/R = (2^2 - 2 \cdot 2 + 2)/10 = (4 - 4 + 2)/10 = 2/10 = 0{,}2$$

Então cada caso examinado segue Mho. Podemos argumentar indutivamente como segue:

Todo caso voltagem-corrente-resistência examinado segue Mho.
Um grande e variado grupo de tais casos foram examinados.
∴ Provavelmente todo caso tal segue Mho.

Esse argumento indutivo para Mho parece ser tão forte quanto o que demos para Ohm. Julgando somente a partir desses argumentos e resultados de testes, parece não haver razão para preferir Ohm a Mho, ou Mho a Ohm.

As duas leis, enquanto concordam com ambos os casos testados até então, nos fornecem previsões conflitantes para outros casos. Ohm diz que obteremos 0 amps com 0 volts e 0.3 amp com 3 volts; Mho diz que obteremos 0.2 amp com 0 volts, e 0.5 amp com 3 volts:

As duas leis são genuinamente diferentes, mesmo que ambas forneçam o mesmo resultado para uma voltagem de 1 ou 2 volts.

Temos que tentar um experimento crucial para decidir entre as teorias. O que acontece com 3 volts? Ohm diz que obteremos 0,3 amps, mas Mho diz que obteremos 0.5 amp. Se fizermos o experimento e obtivermos 0,3 amp, isso falsearia Mho:

	Válido
Se Mho está correto e aplicamos 3 volts a esse resistor de 10 ohms, então obtemos corrente de 0,5 amp.	Se M e A, então G
Aplicamos 3 volts a esse resistor de 10 ohms.	A
Não obtemos corrente de 0,5.	Não-G
∴ Portanto, Mho é incorreto.	∴ Não-M

A premissa 1 liga uma hipótese científica (Mho) a condições antecedentes (que 3 volts foram aplicados ao resistor de 10 ohms) para fornecer uma previsão testável (que obteremos corrente de .5 amp). A premissa 2 diz que as condições antecedentes foram satisfeitas. Mas a premissa 3 diz que os resultados estão em conflito com o que foi previsto. Já que esse argumento possui premissas verdadeiras e é dedutivamente válido, nosso experimento mostra que Mho está errado.

Nosso experimento mostra que Ohm está correto? Infelizmente não. Considere este argumento:

	Inválido
Se Ohm está correto e aplicamos 3 volts a esse resistor de 10 ohms, então obtemos corrente de 0,3 amp.	Se O e A, então G
Aplicamos 3 volts a esse resistor de 10 ohms.	A
Obtemos corrente de 0,3.	G
∴ Portanto, ohm é correto.	∴ O

Esse argumento é inválido, como podemos checar utilizando lógica proposicional (Capítulo 6). Então a premissa não prova que Ohm está correto; e Ohm pode falhar em outros casos. Mas o experimento fortalece nosso argumento indutivo para Ohm, já que ele nos fornece uma amostra maior e mais variada. Então nós podemos ter uma maior confiança de que o padrão observado até o momento continuará a valer.

A seguir três aspectos de método científico:

- *Os cientistas frequentemente montam experimentos cruciais para decidir entre teorias conflitantes.* Cientistas pensam em teorias alternativas e buscam por maneiras para decidir entre elas.
- *Podemos às vezes refutar uma teoria dedutivamente por meio de um experimento crucial.* Resultados experimentais, quando combinados com outras premissas adequadas, podem logicamente implicar a falsidade de uma teoria.

- *Não podemos provar dedutivamente uma teoria utilizando experimentos.* Experimentos podem sustentar indutivamente uma teoria e dedutivamente refutar teorias opostas. Mas eles não podem eliminar a possibilidade da teoria falhar em casos adicionais.

Lembre como o problema de Mho surgiu. Tínhamos dois casos de testes que concordavam com Ohm. Esses testes também concordavam com outra fórmula, uma chamada "Mho"; e o argumento indutivo para Mho parecia tão forte quanto o argumento para Ohm. Mas Ohm e Mho forneceram previsões conflitantes para casos adicionais. Então, efetuamos um experimento crucial para decidir entre as duas. Ohm venceu.

Mas existe sempre um Mho por trás da moita – então nossos problemas não terminaram; não obstante os muitos experimentos que façamos, sempre existem teorias alternativas que concordam com todos os casos de testes realizados até aquele momento, mas que discordam em alguma previsão adicional. De fato, há sempre uma *infinidade* de teorias que fazem isso. Indiferentemente de quantos pontos colocamos no quadro (representando resultados de testes), podemos desenhar um número ilimitado de linhas que passam por todos esses pontos, mas em outros divergem.

Suponha que conduzimos 1000 experimentos nos quais Ohm funciona. Existem teorias alternativas Pho, Qho, Rho e assim por diante, que concordam com esses 1000 casos de teste, mas que fornecem previsões conflitantes sobre casos adicionais. E cada teoria parece ser igualmente sustentada pelo mesmo tipo de argumento indutivo:

Todo caso voltagem-corrente-resistência examinado segue essa teoria.
Um grande e variado grupo de tais casos foi examinado.
∴ Provavelmente todo caso tal segue essa teoria.

Mesmo após 1000 experimentos, Ohm é somente uma de infinitamente muitas fórmulas que parecem igualmente prováveis com base nos resultados dos testes e lógica indutiva.

Na prática, preferimos Ohm com base em *simplicidade*. Ohm é a fórmula mais simples que concorda com todos os resultados do teste. Então preferimos Ohm às outras alternativas e vemos Ohm como firmemente fundamentada.

O que é simplicidade e como podemos decidir qual das duas teorias científicas é mais simples? Não temos respostas claras e limpas a essas questões. Na prática, podemos dizer que Ohm é mais simples que Mho; julgamos que a fórmula de Ohm e linha reta são mais simples que a fórmula de Mho e linha curva. Não temos uma definição clara e satisfatória de "simplicidade"; todavia, podemos aplicar essa noção de uma maneira aproximada a muitos casos.

Podemos expressar critérios de simplicidade desta maneira (essa é uma forma da *navalha de Ockham* – veja Seção 16.2):

Critério de simplicidade: em igualdade de circunstâncias, devemos preferir a teoria mais simples à mais complexa.

A qualificação "em igualdade de circunstâncias" é importante. Experimentos podem nos forçar a aceitar teorias muito complexas; mas não devemos tomar essas teorias seriamente, a não ser que sejamos forçados.

Não é claro como justificar o critério de simplicidade. Já que raciocínio indutivo tropeça, a não ser que pressuponhamos o critério, uma justificativa indutiva seria circular. Talvez o critério seja uma verdade autoevidente que não necessita de justificativa. Ou talvez o critério seja pragmaticamente justificado:

Se o critério de simplicidade não está correto, então nenhuma lei científica é justificada.
Algumas leis científicas são justificadas.
∴ O critério de simplicidade está correto.

A premissa 2 passa por cima de questionamentos céticos? Pode essa premissa ser defendida sem apelar ao critério? O critério de simplicidade é vago e levanta problemas complexos, mas não podemos ficar sem ele.

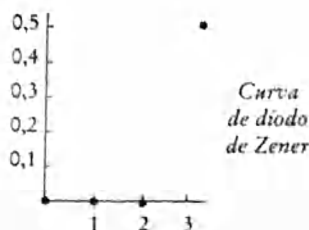
Coerência é outro fator importante para escolher entre teorias:

Critério de coerência: em igualdade de circunstâncias, devemos preferir uma teoria que harmonize com crenças existentes bem estabelecidas.

Mho tem problemas nesse caso, já que ele prevê que 0 volts através de um resistor de 10 ohms produz uma corrente de 0,2 amp. Mas então segue, utilizando uma crença existente bem estabelecida de que uma corrente através de um resistor produz calor, que um resistor de 10 ohms com nenhuma voltagem aplicada a ele produz calor. Ainda que isso fosse bom para aquecedores de mão portáteis, isso seria difícil de harmonizar com a conservação de energia. Então o critério de coerência nos leva a duvidar de Mho.

Testes adicionais continuam a confirmar Ohm? A resposta é complicada. Alguns resistores fornecem não um gráfico com linha reta, mas uma curva; isso acontece se utilizamos ampolas incandescentes para o resistor. Ao invés de rejeitar Ohm, cientistas dizem que, ao aquecer o resistor, a resistência muda. Isso parece satisfatório, já que a curva se torna mais reta se o resistor é mantido frio. E podemos mensurar mudanças na resitência quando o resistor é aquecido externamente.

Outro problema é que os resistores irão queimar ou explodir se uma voltagem suficiente é aplicada. Isso traz uma irregularidade no gráfico de linha reta. Mas, mais uma vez, cientistas consideram isso como uma mudança de resistência, e não um falseamento de Ohm.

Um problema mais sério é que alguns aparelhos nem mesmo se aproximam do padrão previsto por Ohm. Um díodo de Zener, por exemplo, praticamente não puxa nenhuma corrente até que uma voltagem crítica seja alcançada; então ele puxa uma corrente alta:

Tais aparelhos refutam Ohm? Não necessariamente. Cientistas implicitamente qualificam Ohm de maneira que ele se aplica somente a "resistências puras" e não a coisas como díodo de Zener. Isso parece circular. Suponha que um "resistor puro" seja qualquer aparelho que satisfaça Ohm. Então não é circular dizer que Ohm vale para "resistores puros"? Isso não significa apenas que Ohm funciona para qualquer aparelho para o qual ele funciona?

Na prática, pessoas que trabalham com eletrônica rapidamente aprendem quais aparelhos satisfazem Ohm e quais não. O pequeno "resistor" tubular segue Ohm estreitamente (negligenciando pequenas mudanças causadas pelo aquecimento e grandes mudanças quando queimamos o resistor). Díodo de Zener, transistores e outros semicondutores geralmente não seguem Ohm. Então pode ser um princípio útil, mesmo que seja difícil especificar de alguma maneira precisa e não circular os casos em que ele se aplica.

5.8a Exercício

Esboce de uma maneira aproximada como podemos verificar a veracidade ou falsidade dessas hipóteses. Aponte qualquer dificuldade que possa surgir.

Mulheres possuem menos habilidades lógicas inatas do que homens.	Daríamos um teste de lógica a grandes e variados grupos de ambos os sexos, e veríamos como os resultados difeririam. Se as mulheres fossem pior no teste [elas não vão pior – a julgar a partir de um teste que eu projetei para um amigo psicólogo], isso por si só não provaria habilidades inatas mais baixas, já que notas mais baixas podem ser provenientes de diferentes expectativas sociais ou formação. Seria difícil evitar esse problema completamente; mas devemos tentar testar grupos em culturas com menores diferenças em expectativas sociais e formação.

1. Ao negligenciar resistência do ar, objetos de pesos diferentes caem na mesma velocidade.
2. Germes causam resfriado.
3. Uma geleira gigante da era do gelo cobriu grande parte de Wisconsin há mais ou menos 10.000 anos.
4. O uso moderado de maconha não é mais nocivo do que o uso moderado de álcool.
5. Quando casais têm muitos filhos, a criança que nasce primeiro tende a ter maior inteligência inata do que a nascida por último.
6. Mulheres de carreira tendem a ter casamentos que são mais bem-sucedidos do que mulheres do lar.
7. O fator K causa câncer.
8. Água é feita de moléculas que consistem em dois átomos de hidrogênio e um átomo de oxigênio.
9. Organismos de uma dada espécie biológica desenvolvem aleatoriamente características ligeiramente diferentes; organismos com característica que promovem a sobrevivência tendem a sobreviver e passar essas características a seus descendentes. Novas espécies biológicas resultam quando esse processo se repete por milhões de anos. Assim foi como espécies complexas desenvolveram a partir de organismos simples, e como humanos desenvolveram de espécies inferiores.
10. A terra foi criada há 5.000 anos, completa com todas as espécies de vida existentes.

5.9 Raciocínio para a melhor explicação

Suponha que pela manhã você prepare brigadeiro para uma festa que ocorrerá durante a tarde. Mais tarde, quando você abre a geladeira, você descobre que a maior parte do brigadeiro desapareceu. Você também descobre que seu filho de cinco anos de idade, que tem um histórico de roubar sobremesas, tem brigadeiro em sua face. A criança nega que

ela tenha comido o brigadeiro. Ele afirma que marcianos apareceram, comeram o brigadeiro e espalharam um pouco em sua face. Mas você não se deixa enganar. A melhor e mais provável explicação é que a criança comeu o brigadeiro. E então é nisso que você acredita.

Esse é um exemplo de uma **inferência da melhor explicação.** O princípio por trás de tal raciocínio é que deveríamos aceitar a melhor explicação para os dados. Considere o que dissemos sobre a Lei de Ohm na seção anterior. A Lei de Ohm explica uma gama ampla de fenômenos sobre voltagem, corrente e resistência elétrica. Além de possuir implicações testáveis que concordam bem com nossa experiência, a lei também possui outras virtudes, incluindo claridade, simplicidade e coerência com crenças existentes bem estabelecidas. A não ser que alguém surja com uma explicação melhor dos dados, devemos aceitar a Lei de Ohm.

Nosso melhor argumento para a teoria da evolução tem a seguinte forma:

> Devemos aceitar a melhor explicação para uma ampla gama de fatos empíricos sobre organismos biológicos (incluindo estrutura comparativa, embriologia, distribuição geográfica e registro de fósseis).
> A melhor explicação para uma ampla gama de fatos empíricos sobre organismos biológicos é a evolução.
> ∴ Devemos aceitar a evolução.

Uma formulação mais completa elaboraria sobre o que esses fatos empíricos são, maneiras alternativas de explicá-los, e por que evolução fornece uma melhor explicação do que suas rivais. Alguns dizem que nosso núcleo de crenças a respeito da maioria das coisas, incluindo a existência de objetos materiais, outras mentes e talvez mesmo Deus, deve ser justificado como inferências da melhor explicação.

Particularmente interessante é a inferência relacionada da "boa afinação" para a existência de Deus. Nesse caso o dado empírico a ser explicado é que as constantes básicas físicas que governam o universo (como a constante gravitacional "g", a carga e massa do próton, a densidade da água e a massa total do universo) estão dentro da gama excessivamente restrita que torna possível a vida evoluir. Steve Hawking dá este exemplo: "Se a razão de expansão um segundo após o *big bang* tivesse sido menor mesmo que fosse por uma parte em cem mil milhões de milhões, o universo teria recolapsado antes que ele tivesse alcançado seu tamanho presente"[1] – o que bloquearia a evolução da vida. Então,

[1] *A Brief History of Time*, edição de décimo aniversário (New York: Bantan Books, 1998), página 126; ele também fornece outros exemplos e discute suas implicações teológicas. Veja também *There is a God* de Anthony Flew (New York: HarperCollins, 2007), páginas 113-21, e *The Language of God* de Francis S. Collins (New York: Free Press, 2006), p. 63-84.

a vida requer que a razão de expansão seja correta à 17ª casa decimal; e outras constantes são similares. Como esse dado empírico é explicado? Poderia essa combinção precisa de constantes físicas ter surgido por sorte? Alguns ateístas propõem que existe uma infinidade de universos paralelos, cada qual governado por uma física diferente, e que é bastante provável que algum desses universos paralelos possam produzir vida. Muitos teístas afirmam que a melhor explicação e mais simples envolve Deus: que o universo foi causado por uma grande mente que "afinou" suas leis físicas para tornar possível o surgimento de vida.

A forma geral da inferência da melhor explicação levanta algumas questões. Sobre qual fundamentação devemos avaliar uma explicação como "melhor" que outra? Devemos aceitar a *melhor explicação possível* (mesmo que ninguém possa ainda ter pensado nela) ou a *melhor explicação corrente disponível* (mesmo que nenhuma das explicações correntes possa ser muito boa)? E por que a melhor explicação é mais propensa a ser verdadeira?

5.10 Problemas com indução

Vimos em seções prévias que a lógica indutiva não é clara e limpa como a lógica dedutiva. Agora consideraremos dois problemas intrigantes adicionais: como *formular* princípios de lógica indutiva e como *justificar* tais princípios.

Formulamos princípios indutivos de maneiras aproximadas que, se tomadas literalmente, podem levar a absurdos. Por exemplo, nossa formulação de silogismo estatístico pode levar à seguinte inferência absurda:

> 60 por cento dos eleitores de Cleveland são Democratas.
> Este não-democrata é um eleitor de Cleveland.
> Isso é tudo que sabemos sobre a questão.
> ∴ É 60 por cento provável que esse não-democrata seja democrata.

Na realidade, "Este não-democrata é um democrata" é 0 por cento provável, já que é uma contradição. Então nosso princípio de silogismo estatístico não é inteiramente correto.

Nota-se que o silogismo a partir de projeção amostral sofre de um problema levantado por Nelson Goodman. Considere este argumento:

> Todos os diamantes analisados são duros.
> Um grande e variado número de diamantes foi examinado.
> ∴ Provavelmente todo diamante é duro.

Suponha que as premissas sejam verdadeiras; então o argumento pareceria um bom argumento. Mas considere este segundo argumento, que possui a mesma forma exceto que substituímos "duro" por uma frase mais complexa:

> Todos os diamantes analisados são duros-se-e-somente-se-eles-foram-examinados-antes-de-*2222*.
> Um grande e variado número de diamantes foi examinado.
> ∴ Provavelmente todo diamante é duro-se-e-somente-se-ele-foi-examinado-antes-de-*2222*.

A premissa 1 é ardilosa de compreender. Ainda não é *2222*. Então se todos os diamantes examinados são duros, então eles são duros-se-e-somente-se-eles-foram-examinados-antes-de-*2222*. Então a premissa 1 é verdadeira. A premissa 2 também é verdadeira. Então esse segundo argumento também pode parecer um bom argumento.

Considere um diamante X que será examinado pela primeira vez depois de 2222. Pelo nosso primeiro argumento, o diamante X é provavelmente duro; pelo nosso segundo argumento, ele provavelmente *não é* duro. Então nosso argumento de projeção amostral leva a conclusões conflitantes.

Filósofos discutiram esse problema por décadas. Alguns sugerem que qualifiquemos a forma de silogismo de projeção amostral de modo a banir o segundo argumento; mas não é claro como eliminar as maçãs podres sem eliminar as boas. Mas ainda não há consenso em como resolver esse problema.

O problema de Goodman é, de algum modo, como o que vimos na seção anterior. Naquele caso tínhamos dois argumentos indutivos similares para duas leis incompatíveis: Ohm e Mho:

Todo caso elétrico segue a Lei de Ohm.	Todo caso elétrico segue a Lei de Mho.
Um grande e variado grupo de casos foi examinado.	Um grande e variado grupo de casos foi examinado.
∴ Provavelmente todo caso segue a Lei de Ohm.	∴ Provavelmente todo caso segue a Lei de Mho.

Mesmo depois de 1000 experimentos, há ainda uma *infinidade* de teorias que fornece o mesmo resultado nesses 1000 casos, mas resultados conflitantes em casos adicionais. E poderíamos "provar", utilizando um argumento indutivo, que cada uma dessas teorias incompatíveis é provavelmente verdadeira. Mas isso é absurdo. Não podemos ter cada uma de uma infinidade de teorias conflitantes como provavelmente verdadeira. Nosso silogismo a partir de projeção amostral, portanto, leva a absurdos.

Contornamos esse problema no caso da teoria científica apelando à simplicidade: "em igualdade de circunstâncias, devemos preferir a teoria mais simples à mais complicada". Enquanto "mais simples" aqui é vago e difícil de explicar, nos parece necessário tal critério de simplicidade para justificar qualquer teoria científica.

Simplicidade é importante em nosso caso do diamante, já que 1 é mais simples que 2:

1. Todo diamante é duro.
2. Todo diamante é tal que ele é duro-se-e-somente-se-ele-foi-examinado-antes-de-2222.

Pelo nosso critério de simplicidade, devemos preferir 1 a 2, mesmo que ambos tenham fundamento indutivo igualmente forte. Então parece que o silogismo a partir de projeção amostral necessita de uma qualificação de simplicidade também; mas não é claro como formulá-lo.

Então é difícil formular princípios indutivos claros que não levem a absurdos. A lógica indutiva é menos clara e limpa do que a lógica dedutiva.

Nosso segundo problema é como justificar princípios indutivos. Por ora, vamos ignorar o problema sobre o qual acabamos de falar. Vamos pretender que temos princípios indutivos claros que concordam aproximadamente com nossa prática e não levam a absurdos. Por que seguir esses princípios?

Considere o seguinte argumento indutivo (que diz que o sol provavelmente nascerá amanhã, já que ele nasceu todos os dias no passado):

Todo dia examinado é um dia em que o sol nasceu.
Um grande e variado grupo de dias foi examinado.
Amanhã é um dia.
∴ Provavelmente amanhã é um dia em que o sol nascerá.

Mas mesmo que o sol tenha nascido todo dia no passado, ele ainda pode não nascer amanhã. Por que pensar que a premissa fornece boa razão para aceitar a conclusão? Por que aceitar esse ou qualquer outro argumento indutivo?

David Hume há alguns séculos atrás levantou esse problema sobre a justificação da indução. Discutiremos cinco respostas.

1. Alguns sugerem que, para justificar indução, precisamos presumir que a natureza é uniforme. Se a natureza funciona dentro de padrões regulares, então os casos que não examinamos provavelmente seguirão o mesmo padrão que os que examinamos

Existem dois problemas com essa sugestão. Primeiro, o que significa dizer "a natureza é uniforme"? Sejamos concretos. O que esses princípios

implicariam sobre a regularidade (ou falta dessa) dos padrões climáticos de Cleveland? "A natureza é uniforme" parece ou obviamente falso ou irremediavelmente vago.

Segundo, o que é o fundamento para o princípio? Justificar "A natureza é uniforme" por experiência requereria raciocínio indutivo. Mas então nós estamos argumentando em um círculo – utilizar a ideia de uniformidade para justificar indução, e então utilizar indução para justificar a ideia de uniformidade. Isso pressupõe o que está sendo duvidado: que é razoável seguir princípios indutivos em primeiro lugar. Ou a ideia de uniformidade talvez seja uma verdade autoevidente que não necessita de justificação? Mas é implausível declarar autoevidência para uma declaração sobre como o mundo é.

2. Alguns sugerem que justifiquemos indução por seu sucesso. Métodos indutivos funcionam. Utilizando argumento indutivo sabemos o que fazer para uma dor de dente e como consertar carros. Utilizamos tal raciocínio continuamente e com êxito em nossas vidas. Que melhor justificativa para argumento indutivo poderíamos ter além dessa?

Isso parece uma justificação forte. Mas ela tem um problema. Vamos assumir que o raciocínio indutivo tenha funcionado no passado; como podemos então concluir que ele provavelmente funcionará no futuro? O argumento é indutivo, muito semelhante ao nosso argumento do nascer do sol:

Indução funcionou no passado. ∴ Indução provavelmente funcionará no futuro.	O sol nasceu todo dia no passado. ∴ O sol provavelmente nascerá amanhã.

Então justificar raciocínio indutivo pelos seus sucessos passados é circular; ele utiliza raciocínio indutivo e assim pressupõe que tal raciocínio seja legitimado.

3. Alguns sugerem que é parte do significado de "racional" que crenças baseadas em argumento indutivo sejam *racionais*. "Crença racional" significa apenas "crença baseada em experiência e raciocínio indutivo". Então é verdade por definição que crenças baseadas em experiência e raciocínio indutivo são razoáveis.

Existem dois problemas com isso. Primeiro, a definição está errada. Realmente não é verdade por definição que todas e somente coisas baseadas em experiência e em raciocínio indutivo são racionais. Não há contradição em discordar desse padrão de racionalidade – como teria se essa definição fosse correta. Místicos veem seus métodos como racionais, e céticos veem os métodos ordinários como pouco razoáveis. Ambos os grupos podem estar errados, mas eles não estão simplesmente contradizendo a si mesmos.

Segundo, mesmo a correção da definição não resolveria o problema. Suponha que os padrões de raciocínio indutivo sejam construídos sobre o significado convencional da palavra "racional". Suponha que "crença racional" significa simplesmente "crença baseada em experiência e em raciocínio indutivo". Então por que deveríamos seguir o que é "racional" nesse sentido? Por que não, ao invés, seguir o conselho dos céticos e evitar acreditar em tais coisas? Então essa abordagem não responde à questão principal: por que seguir o raciocínio indutivo?

4. Karl Popper sugere que evitemos raciocínio indutivo. Mas parece que precisamos de tal raciocínio em nossas vidas; sem raciocínio indutivo, não temos base para acreditar que pão nutre e cicuta mata. E substitutos para raciocínio indutivo não parecem adequados.

5. Alguns sugerem que abordemos a justificação em lógica indutiva da mesma maneira que a abordamos em lógica dedutiva. Como podemos justificar a validade de um princípio dedutivo como *modus ponens* ("Se A então B, A ∴ B")? Podemos provar tal princípio? Talvez possamos provar *modus ponens* construindo uma tabela de verdade (Seção 6.6) e então argumentando desta maneira:

> Se a tabela de verdade para *modus ponens* nunca fornece premissas verdadeiras e uma conclusão falsa, então *modus ponens* é válido.
> A tabela de verdade para *modus ponens* nunca fornece premissas verdadeiras e uma conclusão falsa.
> ∴ *Modus ponens* é válido.

A premissa 1 é uma verdade necessária e a premissa 2 é fácil de checar. A conclusão segue. Portanto, *modus ponens* é válido. Mas o problema é que o próprio argumento utiliza *modus ponens*. Então essa tentativa de justificação é circular, já que ela pressupõe desde o início que *modus ponens* seja válido.

Aristóteles há muito tempo atrás mostrou que toda prova deve de fato repousar em algo não provado; caso contrário, necessitaríamos de uma cadeia infinita de provas ou de argumentos circulares – e nenhum dos dois é aceitável. Então por que não simplesmente aceitar a validade do *modus ponens* como uma verdade autoevidente – uma verdade que é evidente mas que não pode ser fundamentada em nada mais evidente? Se temos que aceitar algumas coisas como evidentes sem prova, por que não aceitar *modus ponens* como evidente sem prova?

Eu tenho certa simpatia por essa abordagem. Mas, se a aceitamos, não devemos pensar que determinar princípio lógico seja puramente uma questão de seguir "intuição lógica". A intuição lógica varia enormemente entre pessoas. O teste prévio que dou em meu curso mostra

que a maioria dos alunos iniciantes em lógica tem uma intuição pobre sobre a validade de argumentos simples. Ainda que intuições lógicas não treinadas difiram, podemos alcançar concordância em princípios básicos de lógica. Anteriormente, introduzimos a noção de forma lógica. E distinguimos entre formas válidas e inválidas – tal como estas duas:

Modus ponens:		*Afirmando o consequente:*	
Se A então B	**Válido**	Se A então B	**Inválido**
A		B	
∴ B		∴ A	

Em princípio, alunos são fracos em distinguir forma válida de forma inválida. Eles precisam de exemplos concretos como estes:

Se você é um cachorro, então você é um animal.	Se você é um cachorro, então você é um animal.
Você é um cachorro.	Você é um animal.
∴ Você é um animal.	∴ Você é um cachorro.

Depois de alguns exemplos bem escolhidos, a validade de *modus ponens* e a invalidade de afirmar o consequente se tornam claras.

Então, apesar do choque inicial de intuições, finalmente alcançamos princípios lógicos de apelo racional universal. Fazemos isso buscando por fórmulas claras que levam a resultados intuitivamente corretos em casos concretos sem conduzir a qualquer absurdo. Podemos pensar que este procedimento prova *modus ponens*:

> Se *modus ponens* conduz a resultados intuitivamente corretos em casos concretos sem conduzir a qualquer absurdo, então *modus ponens* é váliIdo.
> *Modus ponens* conduz a resultados intuitivamente corretos em casos concretos sem conduzir a qualquer absurdo.
> ∴ *Modus ponens* é válido.

Mas esse raciocínio por si mesmo utiliza *modus ponens*; a justificação é circular, já que ela pressupõe desde o início que *modus ponens* seja válido. Então esse procedimento de testar *modus ponens* por checar suas implicações não prova *modus ponens*. Mas eu acredito que esse raciocínio dê uma justificação para ele, em algum sentido de "justificação". Isso é vago, mas não sei como torná-lo mais preciso.

Sugeri que justifiquemos princípios indutivos da mesma maneira que justificamos princípios dedutivos. Ao perceber que não podemos provar tudo, não exigiríamos uma prova. Ao invés, buscaríamos por

princípios indutivos claros que levam a resultados corretos em casos concretos sem levar a nenhum absurdo. Uma vez que alcancemos tais princípios indutivos, ficaríamos contentes com eles e não buscaríamos por justificativas adicionais.

Essa é a abordagem que eu utilizaria para justificar princípios indutivos. Mas o problema-chave é um que discutimos previamente. Parecemos ainda incapazes de encontrar princípios indutivos formais claros que levem a resultados intuitivamente corretos em casos concretos sem conduzir a qualquer absurdo. Nós apenas não sabemos como formular princípios indutivos de maneira rigorosa. Isso é o que torna o estado corrente da lógica indutiva intelectualmente insatisfatório.

O raciocínio indutivo tem sido muito útil. Indutivamente, assumimos que ele continuará a ser útil. Não podemos viver sem ele. Mas os fundamentos intelectuais para raciocínio indutivo são instáveis.

Capítulo 6

LÓGICA PROPOSICIONAL BÁSICA

Lógica proposicional estuda argumentos cuja validade depende de "se-então", "e", "ou", "não" e noções similares. Este capítulo cobre o básico e o próximo cobre as provas. Nossos outros sistemas se desenvolvem a partir do que aprendemos aqui.

6.1 Traduções mais fáceis

Criaremos agora uma "linguagem proposicional", com regras precisas para construir argumentos e testar validade. Nossa linguagem utiliza letras maiúsculas para enunciados verdadeiros-ou-falsos, parênteses para agrupar e cinco *conectivos lógicos* especiais:

~P	=	Não-P	"~" (til)
(P • Q)	=	Ambos P e Q	"•" (ponto)
(P v Q)	=	ou P ou Q	"v" (ve)
(P ⊃ Q)	=	Se P então Q	"⊃" (ferradura)
(P ≡ Q)	=	P se e somente se Q	"≡" (três barras)

Uma fórmula gramaticalmente correta de nossa linguagem é chamada **fbf, ou fórmula bem formada.** Fbfs são sequências que podemos construir utilizando as seguintes regras:[1]

1. Qualquer letra maiúscula é uma fbf.
2. O resultado de prefixar uma fbf com "~" é uma fbf.
3. O resultado de unir quaisquer duas fbfs com "•" ou "v" ou "⊃" ou "≡" e colocando-as entre parênteses é uma fbf.

Essas regras nos permitem construir fbfs como as seguintes:

[1] Tomaremos letras com linhas (como A' e A") como letras adicionais.

P	=	Eu moro em Paris.
$\sim Q$	=	Eu não moro em Quebec.
$(P \cdot \sim Q)$	=	Eu moro em Paris e eu não moro em Quebec.
$(N \supset (P \cdot \sim Q)$	=	Se eu sou Napoleão, então eu moro em Paris e não em Quebec.

"$\sim P$" não necessita o uso de parênteses. Uma fbf requer um par de parênteses para "$\cdot$", "v", "$\supset$", ou "$\equiv$". Portanto, "$\sim P \cdot Q$" é mal formada e não é uma fbf; a essa fórmula ambígua podem ser acrescentados parênteses de duas maneiras:

$(\sim P \cdot Q)$ = Ambos não P e Q
$\sim(P \cdot Q)$ = Não ambos P e Q

A primeira é definida e diz que P é falso e Q é verdadeiro. A segunda diz apenas que ambas não são verdadeiras (pelo menos uma é falsa). Não leia ambas da mesma maneira, como "não P e Q". Leia "ambos" para o parêntese esquerdo, ou utilize pausas:

$(\sim P \cdot Q)$ = Não-P (pausa) e (pausa) Q
$\sim(P \cdot Q)$ = Não (pausa) P e Q

Lógica é mais fácil se lermos as fórmulas corretamente. As duas fórmulas seguintes também diferem:

$(P \cdot (Q \supset R))$ = P, e se Q então R
$((P \cdot Q) \supset R)$ = Se P-e-Q, então R

A primeira diz que P definitivamente é verdadeira, mas a segunda nos deixa em dúvida sobre isso.

A seguir uma regra útil para traduzir do português para a lógica, com exemplos:

Acrescente "(" sempre que você vir "ambos", "ou"[2] ou "se".			
	Não-A ou B	=	$(\sim A \vee B)$
	Não A ou B	=	$\sim(A \vee B)$
	Se ambos A e B, então C	=	$((A \cdot B) \supset C)$
	Não ambos não A e B	=	$\sim(\sim A \cdot B)$

Nossas regras de tradução possuem exceções e precisam ser aplicadas com bom senso. Então não traduza "Eu os vi a ambos" como "S(" – que não é uma fbf.

Aqui outra regra:

Agrupe partes em ambos os lados de uma vírgula.			
	Se A, então B e C	=	$(A \supset (B \cdot C))$
	Se A então B, e C	=	$((A \supset B) \cdot C)$

[2] No inglês, os termos para o primeiro "ou" e o segundo "ou" são distintos. Aqui, o parêntese vai no lugar do primeiro "ou", sendo o segundo substituído por "v". N.T.

Se você está confuso em onde dividir a sentença sem vírgula, pergunte a si mesmo onde uma vírgula caberia naturalmente e então traduza de acordo:

Se nevar então eu vou para fora e vou esquiar	=	Se nevar, então eu vou para fora e eu vou esquiar	=	$(N \supset (V \bullet K))$

Esteja certo de que sua letra maiúscula denote todo o enunciado. "Gensler é feliz" é somente "G", não utilize "(G • F)" ("Gensler *e* feliz"?). De modo similar, "Bob e Laurren se casaram" é somente "M"; "(B • L)" estaria errado, já que a sentença em português não significa "Bob casou e Laurren casou" (a qual omite o "se"). No entanto, seria correto traduzir "Bob e Lauren estavam doentes" como "(B • L)"; aqui "e" conecta enunciados inteiros, já que o significado em português é "Bob estava doente e Lauren estava doente".

Não faz diferença quais letras você utiliza, contanto que você seja consistente. Utilize a mesma letra para a mesma ideia e diferentes letras para diferentes ideias. Se você utilizar "P" para "eu fui para Paris," então utilize "~P" para "eu não fui para Paris".

Algumas equivalências comuns podem ajudar a compreender melhor as fórmulas. Em primeiro lugar, ordem e agrupamento não fazem diferença em fbfs que utilizam "•", "v", ou "≡" como único conectivo; então temos as equivalências de *comutação* e *associação*:[3]

Comutação:	$(A \bullet B)$	=	$(B \bullet A)$
Associação:	$((A \bullet B) \bullet C)$	=	$(A \bullet (B \bullet C))$

Mas ordem faz diferença com "⊃" ; estes dois exemplos a seguir fornecem diferentes declarações:

Se é um cachorro, então é um animal = $(C \supset A)$
Se é um animal, então é um cachorro = $(A \supset C)$

Podemos cambiar as partes de um se-então se as negarmos; então "Se é um cachorro, então é um animal" é equivalente à *contrapositiva* "Se não é um animal, então não é um cachorro":

Contrapositiva: $(C \supset A) = (\sim A \supset \sim C)$

[3] A comutação falha em português quando o "e" significa "e então"; "Suzy se casou e teve um bebê" é diferente de "Suzy teve um bebê e então se casou". O nosso "•" é mais simples e mais abstrato e ignora a sequência temporal. As seções 7.5 e 15.2 têm outras equivalências.

Por fim, *De Morgan* (Seção 16.3) nos permite converter o "e" em "o" e vice-versa:

De Morgan:	$\sim(A \bullet B)$ Não ambos A e B	=	$(\sim A \vee \sim B)$ Ou não-A ou não-B
De Morgan:	$\sim(A \vee B)$ Não ou A ou B	=	$(\sim A \bullet \sim B)$ Ambos não-A e não-B

6.1 Exercício – também LogiCola C (EM & ET)[4]

Traduza estas sentenças em fbfs.

Ambos não A e B.	$(\sim A \bullet B)$

1. Não ambos A e B.
2. Ambos A e ou B ou C.
3. Ou ambos A e B ou C.
4. Se A, então B ou C.
5. Se A então B, ou C.
6. Se não A, então não ou B ou C.
7. Se não A, então não ou não B ou C.
8. Ou A ou B, e C.
9. Ou A, ou B e C.
10. Se A então não ambos não B e não C.
11. Se você obtém uma mensagem de erro, então o disco está ruim ou é um disco Macintosh.
12. Se eu trouxer minha câmera digital, então se minha bateria não acabar, então tirarei fotos de minha viagem e colocarei as fotos na internet.
13. Se vocês não se exercitarem e comerem bastante, então vocês ganharão peso.
14. A estátua não foi feita por ou Cellini ou Michelangelo.
15. Se eu não tiver ou exatamente $2 trocado ou um ônibus passar, eu não pegarei o ônibius.
16. Se Michigan e Ohio jogarem, então Michigan vencerá.
17. Ou você passou através de Dayton e Cinci, ou você passsou através Louisville.

[4] Seções de exercícios têm um exemplo dentro de caixas que é resolvido para você. Elas também se referem a exercícios de computador de LogiCola correspondentes (veja Prefácio). Problemas 1, 3, 5, 10, 15, e assim por diante, estão solucionados no final do livro.

18. Se ela comeu hambúrgueres, então ela comeu *junk food*, e ela comeu batatas fritas.
19. Eu vou para Roma ou para Florença e você irá para Londres.
20. Todo mundo é macho ou fêmea.

6.2 Tabelas de verdade simples

Que "P" denote "Eu fui para Paris" e Q "Eu fui para Quebec". Cada uma delas poderia ser *falsa* ou *verdadeira* (os dois **valores de verdade**) – representado por "1" e "0" (ou às vezes "T" ou "F"). Existem quatro combinações possíveis:

P Q	
0 0	Ambas são falsas
0 1	Apenas Q é verdadeira
1 0	Apenas P é verdadeira
1 1	Ambas são verdadeiras

No primeiro caso, eu não fui nem para Paris nem para Quebec. No segundo, eu fui para Quebec, mas não fui para Paris. E assim por diante.

Uma **tabela de verdade** fornece um diagrama para uma fbf. Ela lista todas as combinações possíveis de valores de verdade e diz se uma fbf é verdadeira ou falsa em cada caso. A tabela de verdade para "(P • Q)" ("e") é muito simples:

P Q	(P • Q)
0 0	0
0 1	0
1 0	0
1 1	1

"Eu fui para Paris
e eu fui para Quebec"
"(P • Q)" é uma **conjunção**; P e Q são seus **conjuntos.**

"(P • Q)" declara que *ambas* as partes são verdadeiras. Então "Eu fui para Paris *e* eu fui para Quebec" é falsa nos três primeiros casos (onde uma ou ambas as partes são falsas) – e verdadeira somente no último caso. As equivalências de verdade nos fornecem a mesma informação:

(0 • 0) = 0	(falso • falso) = falso
(0 • 1) = 0	(falso • verdadeiro) = falso
(1 • 0) = 0	(verdadeiro • falso) = falso
(1 • 1) = 1	(verdadeiro • verdadeiro) = verdadeiro

Aqui "(0 • 0) = 0" diz que um enunciado E é falso se ambas as partes forem falsas. Os próximos dois dizem que um enunciado E é falso se

uma das partes for falsa e a outra parte for verdadeira. E "(1 • 1) = 1" diz que um enunciado E é verdadeiro se ambas as partes forem verdadeiras.

Aqui a tabela de verdade e equivalências para "v" ("ou"):

P	Q	(P v Q)
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

(0 v 0) = 0
(0 v 1) = 1
(1 v 0) = 1
(1 v 1) = 1

"Eu fui para Paris ou eu fui para Quebec."
"(P v Q)" é uma **disjunção**; P e Q são seus **disjuntos**.

"(P v Q)" declara que *pelo menos uma* parte é verdadeira. Então "Eu fui para Paris *ou* eu fui para Quebec" é verdadeira somente se eu fui para um desses lugares. Nosso "v" simboliza o sentido inclusivo de "ou"; em português pode-se também utilizar "ou" em um sentido *exclusivo*, que declara que pelo menos uma parte é verdadeira, *mas não ambas.* Ambos os sentidos de "ou" podem ser traduzidos em nosso simbolismo:

- *"ou" inclusivo*: A ou B ou ambos = (A v B)
- *"ou" exclusivo:* A ou B mas não ambos = ((A v B) · ~ (A • B))

O sentido exclusivo requer uma simbolização mais longa.[5]

A seguir a tabela de verdade e equivalências para "⊃" ("se-então"):

P	Q	(P ⊃ Q)
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

(0 ⊃ 0) = 1
(0 ⊃ 1) = 1
(1 ⊃ 0) = 0
(1 ⊃ 1) = 1

"Se eu fui para Paris, então eu fui para Quebec."
"(P ⊃ Q)" é um **condicional**; P é o **antecedente** e Q o **consequente.**

"(P ⊃ Q)" declara que o que *não* temos é a primeira parte verdadeira e a segunda parte falsa. Suponha que você diga isto:

"*Se* eu fui para Paris, *então* eu fui para Qubec."

Pela nossa tabela, a sua declaração é verdadeira se você não foi para nenhum dos lugares, ou se você foi para ambos os lugares, ou se você foi para Quebec mas não para Paris. A sua declaração é falsa se você foi para Paris mas não para Quebec. Isso parece certo para você? Muitas pessoas pensam assim, mas algumas têm certa dificuldade.

Nossa tabela de verdade pode produzir estranhos resultados. Tome este exemplo:

[5] As pessoas às vezes utilizam "*Ou* A *ou* B" para o "ou" exclusivo. Não faremos isso, ao invés, utilizaremos "ou" para indicar agrupamento e o traduziremos como um parêntese esquerdo.

Se eu comi ovos no café da manhã, então o mundo acabará ao meio dia.	(E ⊃ W)

Suponha que eu não comi ovos no café da manhã, então E é falso. Pela nossa tabela, o condicional é então *verdadeiro* – já que E é falso, então "(E ⊃ W)" é verdadeiro. Isso é estranho. Normalmente tomaríamos o condicional como *falso* – já que o tomaríamos como afirmando que o fato de eu ter comido ovos *causaria* o fim do mundo. Então traduzir "se-então" como "⊃" não parece satisfatório. Algo estranho está acontecendo aqui.

Nosso "⊃" simboliza um "se-então" simplificado que ignora conexões causais e sequência temporal. "(P ⊃ Q)" tem um significado muito simples; ele simplesmente *nega* que temos P-verdadeiro-e-Q-falso:

(P ⊃ Q) Se P é verdadeiro, então Q é verdadeiro.	=	~ (P • ⊃ ~ Q) Não temos P verdadeiro e Q falso.

Traduzir "se-então" dessa maneira é uma simplificação útil, já que ela captura a parte do "se-então" que normalmente determina validade. A simplificação usualmente funciona; nos poucos casos em que não funciona, podemos utilizar uma tradução mais complexa (como o faremos algumas vezes nos capítulos sobre lógica modal).

As condições de verdade para "⊃" são difíceis de serem lembradas. Estes *slogans* podem ajudar:

Falsidade implica qualquer coisa.	(0 ⊃) = 1
Qualquer coisa implica verdade.	(⊃ 1) = 1
Verdade não implica falsidade.	(1 ⊃ 0) = 0

O *slogan* "Falsidade implica qualquer coisa", por exemplo, significa que o todo se-então é verdadeiro se a primeira parte é falsa; então "Se eu sou um bilionário, então ..". é verdadeiro, indiferentemente do que for substituído em "...", já que eu não sou um bilionário.

A seguir a tabela e equivalências para "≡" ("se-e-somente-se"):

P	Q	(P ≡ Q)
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

(0 ≡ 0) = 1
(0 ≡ 1) = 0
(1 ≡ 0) = 0
(1 ≡ 1) = 1

"Eu fui para Paris se e somente se eu fui para Quebec."
"(P ≡ Q)" é um **bicondicional**.

"(P ≡ Q)" declara que ambas as partes devem ter o *mesmo* valor de verdade: ambas verdadeiras ou ambas falsas. Portanto, "≡" é muito parecido com "igual".

A seguir a tabela e equivalência para "~" ("não"):

P	~P
0	1
1	0

~0 = 1
~1 = 0

"Eu não fui para Paris."
"~P" é uma **negação.**

"~P" tem o valor *oposto* de "P". Se "P" é verdadeiro, então "~P" é falso, e se "P" é falso, então "~P" é verdadeiro.

Muito do restante deste livro pressupõe essas equivalências de verdade; tente dominá-las agora. Deixe-me resumir seu funcionamento:

(P • Q)	E significa *ambas* as partes são verdadeiras.
(P v Q)	OU significa *pelo menos uma* parte é verdadeira.
(P ⊃ Q)	SE-ENTÃO diz que não temos *primeira parte verdadeira & a segunda parte falsa.*
(P ≡ Q)	SE-E-SOMENTE-SE diz que ambas as partes possuem o *mesmo* valor de verdade.
~P	NÃO *inverte* o valor de verdade.

6.2a Exercícios – também LogiCola D (TE & FE)

Calcule cada valor de verdade.

(0 • 1) (0 • 1) = 0

1. (0 v 1)
2. (0 • 0)
3. (0 ⊃ 0)
4. ~0
5. (0 ≡ 1)
6. (1 • 0)
7. (1 ⊃ 1)
8. (1 ≡ 1)
9. (0 v 0)
10. (0 ⊃ 1)
11. (0 ≡ 0)
12. (1 v 1)
13. (1 • 1)
14. (1 ⊃ 0)
15. ~1
16. (1 v 0)
17. (1 ≡ 0)

6.3 Avaliações de verdade

Podemos calcular o valor de verdade de uma fbf se conhecemos o valor de verdade de suas letras. Considere este problema:

Suponha que P = 1, Q = 0 e R = 0.
Qual o valor de verdade de "((P ⊃ Q) ≡ ~R)"?

Para descobrir seu valor de verdade, escrevemos "1" para "P", "0" para "Q" e "0" para "R"; então simplificamos de dentro para fora, utilizando nossas equivalências, até que alcancemos "1" ou "0":

((P ⊃ Q) ≡ ~ R)	←	fórmula original
((1 ⊃ 0) ≡ ~ 0)	←	substitua as letras por "1" e "0"
(0 ≡ 1)	←	coloque "0" para "(1 ⊃ 0)" e "1" para "~0"
0	←	coloque "0" para "(0 ≡ 1)"

Nesse caso, a fórmula é falsa.

Simplifique as partes entre parênteses antes. Com uma fbf da forma "~ (...)", primeiro resolva a parte de dentro dos parênteses para obter 1 ou 0; então aplique "~" ao resultado:

6.3a Exercícios – também LogiCola D (TM & TH)

Assuma que A = 1 e B = 1 (A e B são ambas verdadeiras) enquanto X= 0 e Y = 0 (X e Y são ambas falsas). Calcule o valor de verdade de cada uma das fbfs abaixo.

1. ~ (A • X)
2. (~ A• ~ X)
3. ~ (~ A • ~ X)
4. (A ⊃ X)
5. (~ X ≡ Y)
6. (~ B ⊃ A)
7. ~ (A ⊃ X)
8. (B • (X v A))
9. (~ (X • A) v ~ B)
10. (~ A v ~ (X ⊃ Y))
11. ((A • ~ X) ⊃ ~ B)
12. ~ (A ⊃ (X v ~ B)
13. (~ X v ~ (~ A ≡ B))
14. (~ Y ⊃ (A • X))
15. ~ ((A ⊃ B) ⊃ (B ⊃ Y))

[6] Alguns querem distribuir o "~", pois eles acham que funciona dessa maneira em matemática. Mas não se preocupe com matemática; NÃO pode não funcionar da mesma maneira que MENOS. E também não podemos distribuir em matemática: "-(2 • 2)" (que é igual a -4) difere de "(-2 • -2)" (que é igual a +4).

"(P ≡ Q)" declara que ambas as partes devem ter o *mesmo* valor de verdade: ambas verdadeiras ou ambas falsas. Portanto, "≡" é muito parecido com "igual".

A seguir a tabela e equivalência para "~" ("não"):

P	~P
0	1
1	0

~ 0 = 1
~ 1 = 0

"Eu não fui para Paris."
"~P" é uma **negação.**

"~P" tem o valor *oposto* de "P". Se "P" é verdadeiro, então "~P" é falso, e se "P" é falso, então "~P" é verdadeiro.

Muito do restante deste livro pressupõe essas equivalências de verdade; tente dominá-las agora. Deixe-me resumir seu funcionamento:

(P • Q)	E significa *ambas* as partes são verdadeiras.
(P v Q)	OU significa *pelo menos uma* parte é verdadeira.
(P ⊃ Q)	SE-ENTÃO diz que não temos *primeira parte verdadeira & a segunda parte falsa.*
(P ≡ Q)	SE-E-SOMENTE-SE diz que ambas as partes possuem o *mesmo* valor de verdade.
~ P	NÃO *inverte* o valor de verdade.

6.2a Exercícios – também LogiCola D (TE & FE)

Calcule cada valor de verdade.

(0 • 1) → (0 • 1) = 0

1. (0 v 1)
2. (0 • 0)
3. (0 ⊃ 0)
4. ~ 0
5. (0 ≡ 1)
6. (1 • 0)
7. (1 ⊃ 1)
8. (1 ≡ 1)
9. (0 v 0)
10. (0 ⊃ 1)
11. (0 ≡ 0)
12. (1 v 1)
13. (1 • 1)
14. (1 ⊃ 0)
15. ~ 1
16. (1 v 0)
17. (1 ≡ 0)

6.3 Avaliações de verdade

Podemos calcular o valor de verdade de uma fbf se conhecemos o valor de verdade de suas letras. Considere este problema:

Suponha que P = 1, Q = 0 e R = 0.
Qual o valor de verdade de "((P ⊃ Q) ≡ ~ R)"?

Para descobrir seu valor de verdade, escrevemos "1" para "P", "0" para "Q" e "0" para "R"; então simplificamos de dentro para fora, utilizando nossas equivalências, até que alcancemos "1" ou "0":

((P ⊃ Q) ≡ ~ R)	←	fórmula original
((1 ⊃ 0) ≡ ~ 0)	←	substitua as letras por "1" e "0"
(0 ≡ 1)	←	coloque "0" para "(1 ⊃ 0)" e "1" para "~0"
0	←	coloque "0" para "(0 ≡ 1)"

Nesse caso, a fórmula é falsa.

Simplifique as partes entre parênteses antes. Com uma fbf da forma "~ (...)", primeiro resolva a parte de dentro dos parênteses para obter 1 ou 0; então aplique "~" ao resultado:

6.3a Exercícios – também LogiCola D (TM & TH)

Assuma que A = 1 e B = 1 (A e B são ambas verdadeiras) enquanto X= 0 e Y = 0 (X e Y são ambas falsas). Calcule o valor de verdade de cada uma das fbfs abaixo.

1. ~ (A • X)	6. (~ B ⊃ A)	11. ((A • ~ X) ⊃ ~ B)
2. (~ A • ~ X)	7. ~ (A ⊃ X)	12. ~ (A ⊃ (X v ~ B)
3. ~ (~ A • ~ X)	8. (B • (X v A))	13. (~ X v ~ (~ A ≡ B))
4. (A ⊃ X)	9. (~ (X • A) v ~ B)	14. (~ Y ⊃ (A • X))
5. (~ X ≡ Y)	10. (~ A v ~ (X ⊃ Y))	15. ~ ((A ⊃ B) ⊃ (B ⊃ Y))

[6] Alguns querem distribuir o "~", pois eles acham que funciona dessa maneira em matemática. Mas não se preocupe com matemática; NÃO pode não funcionar da mesma maneira que MENOS. E também não podemos distribuir em matemática: "-(2 • 2)" (que é igual a -4) difere de "(-2 • -2)" (que é igual a +4).

6.4 Avaliações com valores desconhecidos

Podemos às vezes descobrir o valor de verdade de uma fórmula mesmo se desconhecemos o valor de verdade de algumas letras. Tome este exemplo:

Suponha que P = 1 e Q = ? (desconhecido). Qual o valor de verdade de "(P v Q)"?

Primeiro substituímos "P" por "1" e "Q" por "?":

(1 v?)

Podemos ver que ela é verdadeira, já que OU é verdadeiro se pelo menos uma de suas partes é verdadeira. Ou podemos tentar as duas maneiras; escrevemos "1" acima de "?" e "0" abaixo de "?" – e avaliamos a fórmula para cada caso:

1 = 1 (1 v ?) 0 = 1	A fórmula é verdadeira, já que ela é verdadeira em ambos os casos.

A seguir outro exemplo:

Suponha que P = 1 e Q = ? Qual o valor de verdade de "(P • Q)"?

Primeiro substituímos "P" por "1" e "Q" por "?":

(1 • ?)

Podemos ver que o valor de verdade é desconhecido, já que o todo depende da letra desconhecida. Ou podemos tentar as duas maneiras; escrevemos "1" acima de "?" e "0" abaixo de "?" – e avaliamos a fórmula para cada caso:

1 = 1 (1 • ?) 0 = 1	O valor da fórmula é desconhecido, já que ela poderia ser tanto verdadeira quanto falsa.

6.4a Exercício – também LogiCola D (UE, UM & UH)

Assuma que V = 1 (V é verdadeiro), F = 0 (F é falso) e D = ? (D é desconhecido). Calcule o valor de verdade de cada fbf abaixo.

(~ T • D)		(~ 1 • ?) = (0 • ?) = 0

1. (D • F)
2. (D ⊃ ~ V)
3. (U v ~ F)
4. (~ F • D)
5. (F ⊃ D)
6. (~ T v D)
7. (D ⊃ ~ V)
8. (~ F v D)
9. (V • D)
10. (D ⊃ ~ F)
11. (D • ~ V)
12. (D v F)

6.5 Tabelas de verdade complexas

Uma tabela de verdade para uma fbf é um diagrama listando todas as combinações de valores de verdade possíveis para as letras da fbf e dizendo se a fbf seria verdadeira ou falsa em cada caso. Já fizemos tabelas simples; agora faremos tabelas complexas.

Com n letras distintas temos 2^n combinações de valores de verdade possíveis:

> Uma letra fornece 2 (2^1) combinações.
> Duas letras fornecem 4 (2^2) combinações
> Três letras fornecem 8 (2^3) combinações.
> N letras fornecem 2^n combinações.

A
0
1

A B
0 0
0 1
1 0
1 1

A B C
0 0 0
0 0 1
0 1 0
0 1 1
1 0 0
1 0 1
1 1 0
1 1 1

Para obter todas as combinações, alterne 0's e 1's para a última letra o número de vezes necessário. Depois alterne 0's e 1's para cada letra anterior a metade da razão prévia: por dois, quatro e assim por diante. Isso enumera as colunas em base 2.

Começamos uma tabela de verdade para "~ (A v ~ B)" como segue:

A B	~ (A v ~ B)
0 0	
0 1	
1 0	
1 1	

O lado direito contém a fbf. O lado esquerdo contém cada letra utilizada na fbf; escrevemos cada letra apenas uma vez, indiferentemente de quantas vezes ela ocorre. Abaixo das letras escrevemos todas as combinações de valores de verdade possíveis.

Então, descobrimos o valor de verdade da fbf para cada linha. Na primeira linha, A e B são falsos – o que faz da fbf falsa:

~ (A v ~ B)	←	fórmula original
~ (0 v ~ 0)	←	substitua cada letra por "0."
~ (0 v 1)	←	coloque "1" para "~ 0"
~ 1	←	coloque "1" para "(0 v 1)"
0	←	coloque "0" para "~ 1"

A fbf resulta "1", "0" e "0" para as próximas linhas; então obtemos:

A B	~ (A v ~ B)
0 0	0
0 1	1
1 0	0
1 1	0

"~ (A v ~ B)" é verdadeira se e somente se A é falso e B é verdadeiro. A fbf mais simples "(~ A • B)" é equivalente, no sentido de que ela é verdadeira nos mesmos casos e falsa nos outros – fazendo delas *enunciados contingentes*.

"(P v ~ P)" é uma *tautologia*, já que ela resulta como verdadeira em todos os casos:

P	(P v ~ P)
0	1
1	1

"Eu fui para Paris ou eu não fui para Paris."

Essa fórmula, chamada a **lei do terceiro excluído**, diz que todo enunciado é falso ou verdadeiro. Essa lei vale em lógica proposicional, já que estipulamos que letras maiúsculas denotam enunciados verdadeiro-ou-falso. A lei nem sempre vale em português, já que o português permite enunciados que são muito vagos para serem verdadeiros ou falsos. Então a lei é uma idealização quando aplicada ao português.

"(P • ~ P) é uma **autocontradição**, já que ela resulta como falsa em todos os casos:

P	(P • ~ P)
0	0
1	0

"Eu fui para Paris e eu não fui para Paris."

"P e não-P" é sempre falso em lógica proposicional, o que pressupõe que "P" denote o mesmo enunciado nessa proposição complexa. O português é mais livre e permite que mudemos o significado de uma frase no meio da sentença. "Eu fui para Paris e eu não fui para Paris" pode expressar uma verdade se significar isto:

"Eu fui para Paris (eu aterrisei uma vez no aeroporto de Paris)
– mas eu não fui de fato para lá (no sentido de que eu não vi nada da cidade)."

Devido à mudança de significado, isso seria melhor traduzido como "(P • ~ Q)."

6.5a Exercícios – também LogiCola D (FM & FH)

Construa uma tabela de verdade para cada fórmula.

((P v Q) ⊃ R)

P Q R	((P v Q) ⊃ R)
0 0 0	1
0 0 1	1
0 1 0	0
0 1 1	1
1 0 0	0
1 0 1	1
1 1 0	0
1 1 1	1

1. (P ≡ ~ Q)
2. (~ P • Q)
~~3. (P v (Q • R))~~
3. (P v (Q · ~R))
4. ((P • Q) ⊃ R)
5. ((P ≡ Q) ⊃ Q)
6. ((P v~ Q) ⊃ R)
7. (~ Q ⊃ ~ P)
8. (P ≡ (P • P))
9. ~ (P • (Q v ~ R))

6.6 O teste da tabela de verdade

Lembre-se como VALIDADE e INVALIDADE são definidos para argumentos:

VÁLIDO = Nenhum caso possível possui todas as premissas verdadeiras e a conclusão falsa.	~~1 1 ∴ 0~~

1 1 ∴ 0	INVALIDADE = Algum caso possível possui todas as premissas verdadeiras e a conclusão falsa.

Para utilizar o teste da tabela de verdade a um argumento proposicional:

> Construa uma tabela de verdade mostrando o valor de verdade das premissas e da conclusão para todos os casos possíveis. O argumento é VÁLIDO se e somente se nenhum caso possível possui todas as premissas verdadeiras e a conclusão falsa.

Suponha que queremos testar o seguinte argumento inválido:

Se você é um cachorro, então você é um animal.	(C ⊃A)
Você não é um cachorro.	~ C
∴ Você não é um animal.	∴ ~ A

Primeiro construímos uma tabela de verdade para as premissas e conclusão. Começamos como segue:

C A	(C ⊃ A), ~C ∴ ~A
0 0	
0 1	
1 0	
1 1	

Então avaliamos as três fbfs em cada combinação de verdade. A primeira combinação tem C = 0 e A = 0, o que faz com que todas as três fbfs sejam verdadeiras:

(C ⊃ A)	~C	~A
(0 ⊃ 0)	~0	~0
1	1	1

Portanto, a primeira linha de nossa tabela de verdade se parece com isto:

C A	(C ⊃ A),	~C	∴ ~A
0 0	1	1	1

Resolvemos as outras três linhas:

C A	(C ⊃ A),	~C	∴ ~A	
0 0	1	1	1	
0 1	1	1	0	← **Inválido**
1 0	0	0	1	
1 1	1	0	0	

O argumento é inválido, já que em algum caso possível ele possui todas as premissas verdadeiras e a conclusão falsa. Talvez você não seja um cachorro, mas você ainda é um animal (talvez um gato).

Considere este argumento válido:

Se você é um cachorro, então você é um animal.	(C ⊃ A)
Você é um cachorro.	C
∴ Você é um animal.	∴ A

Novamente fazemos uma tabela de verdade das premissas e da conclusão:

C A	(C ⊃ A),	C	∴ A	**Válido**
0 0	1	0	0	
0 1	1	0	1	
1 0	0	1	0	
1 1	1	1	1	

Esse argumento é válido, já que não existe nenhum caso possível em que todas as premissas sejam verdadeiras e a conclusão falsa.

O teste tem uma versão que é um atalho. Lembre-se que buscamos por 1 1 0 (todas as premissas verdadeiras e a conclusão falsa.) O argumento é inválildo se 1 1 0 ocorrer pelo menos uma vez; caso contrário, ele e válido. Para ganhar tempo, podemos primeiro avaliar uma fbf fácil e riscar as linhas que não podem resultar 1 1 0. Em nosso último exemplo, devemos avaliar primeiramente "C":

C A	(C ⊃A),	C	∴	A
0 0	---------------	0	---------	
0 1	---------------	0	---------	
1 0		1		
1 1		1		

As primeiras duas linhas não podem resultar 1 1 0 (uma vez que o segundo dígito é 0). Então nós as riscamos e as ignoramos.

Em seguida devemos avaliar "A":

C A	(C ⊃A),	C	∴	A
0 0	--------------	0	----------	
0 1	--------------	0	----------	
1 0		1		0
1 1	--------------	1	--------	1-

A última linha não pode resultar 1 1 0 (uma vez que o último dígito é 1). Então nós a riscamos.

Então temos que avaliar "(C ⊃A)" em apenas um caso – para a qual ela se mostra como falsa. Já que não obtemos 1 1 0, o argumento é válido:

C A	(C ⊃A),	C	∴	A	Válido
0 0	-------------	0	--------		
0 1	-------------	0	--------		
1 0	-----0-------	1	-----	0 -	
1 1	-------------	1	-----	1-	

Já que não obtemos 1 1 0 (premissas verdadeiras e conclusão falsa), o argumento é válido.

O método do atalho pode salvar bastante tempo, caso tenhamos que avaliar uma fórmula grande com oito ou mais casos.

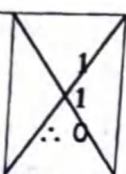
Com um argumento de duas premissas, buscamos por 1 1 0. Com três premissas, buscamos por 1 1 1 0. Em geral, buscamos por casos que tenham todas as premissas verdadeiras e a conclusão falsa. O argumento é válido se e somente se isso nunca ocorre.[7]

[7] Um argumento testado que se mostra como "inválido" pode ser válido por motivos que vão além do sistema em questão. Por exemplo, "isso é verde, portanto algo é verde" é traduzido em lógica proposicional como "T ∴ V" e se testado se mostra como inválido; mas é válido se traduzido como "Gt ∴ (∃x)Gx" em lógica quantificacional.

6.6a Exercício – também LogiCola D (AE, AM &AH)

Primeiro avalie intuitivamente. Então traduza em lógica (utilizando as letras dadas) e utilize o teste da tabela de verdade para determinar validade.

Está em minha mão esquerda ou minha mão direita.
Não está em minha mão esquerda.
∴ Está em minha mão direita.

E	D	(E v D)	~E	∴ D	**Válido**
0	0	0	1	0	nunca
0	1	1	1	1	obtemos 110
1	0	1	0	0	
1	1	1	0	1	

1. Se você é um *collie*, então você é um cão.
   Você é um cão.
   ∴ Você é um *collie*. [Utilize C e C'.]

2. Se você é um *collie*, então você é um cachorro.
   Você não é um cachorro.
   ∴ Você não é um *collie*. [Utilize C e C'.]

3. Se a televisão está sempre correta, então Anacin é melhor que Bayer.
   Se a televisão está sempre correta, então Anacin não é melhor que Bayer.
   ∴ Televisão nem sempre está correta. [Utilize T e B.].

4. Se chover e houver goteira em sua barraca, então seu saco de dormir molhará.
   Em sua barraca não haverá goteira.
   ∴ Seu saco de dormir não molhará. [C, G, M]

5. Se eu conseguir reservas para o Grand Canyon e conseguir juntar um grupo, então eu explorarei desfiladeiros durante as férias.
   Eu consegui juntar um grupo.
   Eu não consigo reservas para Grand Canyon.
   ∴ Eu não explorarei esfiladeiros durante as férias. [R, J, E]

6. Existe uma lei objetiva moral.
   Se existe uma lei objetiva moral, então existe uma fonte da lei moral.
   Se existe uma fonte da lei moral, então existe Deus. (Outras fontes possíveis, como sociedade ou indivíduo, são ditas não funcionar.)
   ∴ Existe um Deus. [Utilize M, F e D; isso é de C. S. Lewis.]

7. Se ética depende da vontade de Deus, então algo é bom porque Deus o deseja.
   Algo não é bom *porque* Deus o deseja. (Ao invés disso, Deus deseja algo porque já é bom.)

∴ Ética não depende da vontade de Deus. [Utilize D e B; proveniente de *Euthyphro* de Platão.]

8. É um fato empírico que constantes físicas básicas estejam precisamente no estreito limite do que é necessário para que a vida seja possível. (Esse "princípio antrópico" possui evidência considerável por detrás.)
   A melhor explicação para esse fato é que constantes físicas básicas foram causadas por uma grande mente com a intenção de produzir vida. (As principais alternativas são as explicações "chance de coincidência" e "universo paralelo".)
   Se essas duas coisas são verdadeiras, então é razoável acreditar que a estrutura básica do mundo foi estabelecida por uma grande mente (Deus) com intenção de produzir vida.
   ∴ É razoável acreditar que a estrutura básica do mundo foi estabelecida por uma grande mente (Deus) com a intenção de produzir vida. [Utilize E, M e R; veja Seção 5.9.]

9. Eu vou para Paris durante as férias se e somente se eu ganhar na loteria.
   Eu não vou ganhar na loteria.
   ∴ Eu não vou para Paris durante as férias. [P, G]

10. Se temos um conceito simples próprio a Deus, então experienciaríamos Deus diretamente e não podemos racionalmente duvidar da existência de Deus.
    Não experienciamos Deus diretamente.
    ∴ Podemos racionalmente duvidar da existência de Deus. [S, E, R]

11. Se Deus existe, então Deus criou o universo.
    Se Deus criou o universo, então matéria nem sempre existiu.
    Matéria sempre existiu.
    ∴ Não existe Deus. [D, C, M]

12. Se esse córrego está fluindo, então ou a fonte a montante tem água
    Ou esse córrego possui alguma outra fonte de água.
    Esse córrego não possui outra fonte de água
    Esse córrego não está fluindo.
    ∴ A fonte a montante não tem água. [F, F', O]

6.7 O teste de atribuição de verdade

Lembre-se novamente como VALIDADE e INVALIDADE são definidos para argumentos:

VÁLIDO = Nenhum caso possível possui as premissas verdadeiras e a conclusão falsa.		1 1 $\therefore 0$	**INVALIDADE = Algum caso possível possui todas as premissas verdadeiras e a conclusão falsa.**

O teste de atribuição de verdade em um argumento proposicional:

> **Atribua 1 a cada premissa e 0 à conclusão. Descubra o valor de verdade do maior número de letras possível. O argumento é VÁLIDO se e somente se nenhuma maneira de atribuir 1 e 0 às letras faz com que todas as premissas sejam 1 e a conclusão 0.**

Suponha que queremos testar este argumento válido:

Está na minha mão direita ou na minha mão esquerda.	$(L \vee R)$
Não está na minha mão esquerda.	$\sim L$
∴ Está na minha mão direita.	$\therefore R$

Aqui, como resolvemos:

$(L \vee R) = 1$ $\sim L = 1$ $\therefore R = 0$		*Primeiramente atribuímos 1 a cada premissa e 0 à conclusão.*
$(L^{0} \vee R) = 1$ $\sim L^{0} = 1$ $\therefore R = 0$		*Já que a premissa 2 tem ~L = 1, fazendo de L = 0, escrevemos 0 sobre cada L.*
$(L^{0} \vee R^{0}) = 1$ $\sim L^{0} = 1$ $\therefore R^{0} = 0$		*Já que a conclusão tem R = 0, escrevemos 0 sobre cada R.*
$(L^{0} \vee R^{0}) \neq 1$ $\sim L^{0} = 1$ $\therefore R^{0} = 0$	**Válido**	*Mas a premissa 1 não pode ser verdadeira. Então não podemos ter premissas verdadeiras e a conclusão falsa.*

Ao fazer esse teste, primeiro atribuímos 1 às premissas e 0 à conclusão (apenas para ver se isso poderia funcionar). Então descobrimos o valor de verdade para as letras e então para as fórmulas mais longas. Se tivermos que riscar algo, então a atribuição inicial é impossível, e, portanto, o argumento é válido.

Isto mostra como verificamos um argumento inválido:

Está na minha mão direita ou na minha mão esquerda.	$(E \vee D)$
Não está na minha mão esquerda.	$\sim E$
∴ Não está na minha mão direita.	$\therefore \sim D$

$(E \vee D) = 1$ $\sim E = 1$ $\therefore \sim D = 0$		Primeiramente atribuímos 1 a cada premissa e 0 à conclusão.
$(E^0 \vee D) = 1$ $\sim E^0 = 1$ $\therefore \sim D = 0$		Já que a premissa 2 tem $\sim E = 1$, fazendo $E = 0$, escrevemos 0 sobre cada E.
$(E^0 \vee D^1) = 1$ $\sim E^0 = 1$ $\therefore \sim D^1 = 0$		Já que a conclusão tem $\sim D = 0$, fazendo $D = 1$, escrevemos 1 sobre cada D.
$(E^0 \vee D^1) = 1$ $\supset E^0 = 1$ $\therefore \sim D^1 = 0$	**Inválido**	Então podemos ter premissas verdadeiras e a conclusão falsa.

Já que podemos fazer de todas as premissas verdadeiras e a conclusão falsa, o argumento é inválido. Uma tabela de verdade dá o mesmo resultado quando $E = 0$ e $D = 1$:

E	D	(E v D)	~ E	∴ ~ D	
0	1	1	1	0	← **Inválido**

O teste de atribuição de verdade fornece o resultado de maneira mais rápido.[8]

Aqui outro argumento inválido:

Está na minha mão esquerda ou na minha mão direita.	$(E \vee D)$
∴ Está na minha mão direita.	$\therefore D$

Se trabalharmos esse argumento, temos D falso, mas não temos nenhum valor para E:

$(E \vee D) = 1$ $\therefore D = 0$	Primeiro atribuímos 1 à premissa e 0 à conclusão.
$(E \vee D^0) = 1$ $\therefore D^0 = 0$	Já que a conclusão tem $D = 0$, escrevemos 0 sobre cada D.

[8] Alguns acham linhas como "$\sim L^0 = 1$" confusas. Aqui o complexo "$\sim L$" é verdadeiro, mas a letra "L" é falsa. Quando escrevo um índice 0 sobre a letra, indico que a letra é falsa.

$(E^1 \vee D^0) = 1$ $\therefore D^0 = 0$		Podemos fazer a premissa verdadeira se fazemos E verdadeira.
$(E^1 \vee D^0) = 1$ $\therefore D^0 = 0$	**Inválido**	Então podemos ter premissas verdadeiras e uma conclusão falsa.

Se você não obtém um valor para uma letra, tente as duas maneiras (com 1 e 0); se ambas fornecem premissas verdadeiras e uma conclusão falsa, então o argumento é inválido.

Ao trabalhar os valores de verdade para as letras, tente tornar todas as premissas verdadeiras e a conclusão falsa. O argumento é inválido se existe uma maneira de fazê-lo.

6.7a Exercício – também LogiCola ES

Teste a validade dos seguintes argumentos utilizando o teste de atribuição de verdade.

$(K \supset (I \vee S))$ $\sim I$ K $\therefore S$	$(K^1 \supset (I^0 \vee S^0)) \neq 1$ **Válido** $\sim I^0 = 1$ $K^1 = 1$ (não podemos $\therefore S^0 = 0$ obter 1110).

1. $\sim(N \equiv H)$
   N
   $\therefore \sim H$

2. $((J \cdot \sim D) \supset Z)$
   $\sim Z$
   D
   $\therefore \sim J$

3. $((T \vee M) \supset Q)$
   M
   $\therefore Q$

4. P
   $\therefore (P \cdot Q)$

5. $((L \cdot F) \supset S)$
   S
   F
   $\therefore L$

6. $((A \cdot U) \supset \sim B)$
   B
   A
   $\therefore \sim U$

7. $((W \cdot C) \supset Z)$
   $\sim Z$
   $\therefore \sim C$

8. Q
   $\therefore (P \supset Q)$

9. $(E \vee (Y \cdot X))$
   $\sim E$
   $\therefore X$

10. $(\sim T \supset (P \supset J))$
    P
    $\sim J$
    $\therefore T$

11. $\sim P$
    $\therefore \sim (Q \supset P)$

12. $((\sim M \cdot G) \supset R)$
    $\sim R$
    G
    $\therefore M$

13. $\sim(Q \equiv I)$
    $\sim Q$
    $\therefore I$

14. $((Q \cdot R) \equiv S)$
    Q
    $\therefore S$

15. A
    $\sim A$
    $\therefore B$

6.7b Exercício – também LogiCola EE

Primeiro avalie intuitivamente. Então traduza em lógica e utilize o teste de atribuição de verdade para determinar a validade.

Se nosso país for fraco, então haverá guerra. Nosso país não será fraco. ∴ Não haverá guerra.	$(K^0 \supset R^1) = 1$ $\sim K^0 = 1$ $\therefore \sim R^1 = 0$	**Inválido** (podemos ter 1 1 0)

1. Algumas coisas são causadas (trazidas à existência).
   Tudo que é causado é causado por outra coisa.
   Se algumas coisas são causadas e tudo que é causado é causado por outra coisa, então ou existe uma causa primeira ou existe uma série infinita de causas passadas.
   Não existe uma série infinita de causas passadas.
   ∴ Existe uma causa primeira. [Uma "causa primeira" (com frequência identificada com Deus) é uma causa que não pode ser causada por outra. Esse argumento é de São Tomás de Aquino.]

2. Se você passar e for interceptado, então o outro lado pega a bola.
   Você passa.
   Não é interceptado.
   ∴ Então o outro lado não pega a bola.

3. Se Deus existe em compreensão e não em realildade, então um ser maior que Deus pode ser concebido (a saber, um ser similar que também existe em realidade).
   "Um ser maior que Deus pode ser concebido" é falso (já que "Deus" é definido como "um ser cujo nenhum ser maior pode ser concebido").
   Deus existe em compreensão.
   ∴ Deus existe em realidade. [Esse é o famoso argumento ontológico de Santo Anselmo.]

4. Se existência é uma perfeição e Deus por definição possui todas as perfeições, então Deus por definição deve existir.
   Existência é uma perfeição.
   Deus por definição possui todas as perfeições.
   ∴ Deus por definição deve existir. [De René Descartes.]

5. Se temos sensações de supostos objetos materiais e, todavia, nenhum objeto material existe, então Deus é um enganador.
   Deus não é um enganador.
   Temos sensações de supostos objetos materiais.

∴ Objetos materiais existem. [De René Descartes, que fundamentou nosso conhecimento do mundo material exterior em nosso conhecimento de Deus.]

6. Se "bom" é definível em termos experimentais, então juízos éticos são passíveis de serem provados cientificamente e ética tem uma base racional.
   Juízos éticos não são passíveis de serem provados cientificamente.
   ∴ Ética não tem uma base racional.

7. Se é correto eu mentir e você não, então existe uma diferença relevante entre nossos casos.
   Não existe uma diferença relevante entre nossos casos.
   Não é correto você mentir.
   ∴ Não é correto eu mentir.

8. Se a teoria gravitacional de Newton está correta e não existe planeta não descoberto próximo de Urano, então a órbita de Urano seria tal e tal.
   A teoria gravitacional de Newton está correta.
   A órbita de Urano não é tal e tal.
   ∴ Existe um planeta não descoberto próximo de Urano. [Esse raciocínio levou à descoberta do planeta Netuno.]

9. Se tentativas de provar "Deus existe" falham da mesma maneira que nossos melhores argumentos para "Existem outros seres conscientes além de mim", então crença em Deus é razoável se e somente se a crença em outros seres conscientes for razoável.
   Tentativas de provar "Deus existe" falham da mesma maneira que nossos melhores argumentos para "Existem outros seres conscientes além de mim".
   Crença em outros seres conscientes é razoável.
   ∴ Crença em Deus é razoável. [De Alvin Plantinga.]

10. Se você faz as malas inteligentemente, então ou esse urso de pelúcia será útil na caminhada ou você não o colocará na mala.
    Esse urso de pelúcia não será útil na caminhada.
    Você não o colocará na mala.
    ∴ Você faz as malas inteligentemente.

11. Se conhecimento é uma sensação, então porcos possuem conhecimento.
    Porcos não possuem conhecimento.
    ∴ Conhecimento não é sensação. [De Platão.]

12. Se punição capital é justificada e a justiça não exige uma vindicação para erros passados, então punição capital emenda o ofensor ou dissuade crime efetivamente.
 Punição capital não emenda o ofensor.
 Punição capital não dissuade crime efetivamente.
 ∴ Punição capital não é justificada.

13. Se acreditar em Deus fosse uma questão puramente intelectual, então toda pessoa inteligente acreditaria em Deus ou toda pessoa inteligente seria não crente.
 Nem toda pessoa inteligente é crente.
 Nem toda pessoa inteligente é não crente.
 ∴ Acreditar em Deus não é uma questão puramente intelectual.

14. Se você está perdido, então você deve pedir ajuda ou a jusante.
 Você está perdido.
 ∴ Você deve pedir ajuda.

15. Se maximizar satisfação humana é sempre bom e o ato do sádico de torturar cachorro maximiza satisfação humana, então a ação do sádico é boa.
 O ato do sádico de torturar cachorro maximiza satisfação humana.
 A ação do sádico não é boa.
 ∴ Maximizar satisfação humana não é sempre bom.

16. Se existe conhecimento, então algumas coisas são conhecidas sem prova ou podemos provar toda premissa por argumentos prévios infinitamente.
 Existe conhecimento.
 ∴ Algumas coisas são conhecidas sem prova. [De Aristóteles.]

17. Se você modificou seu computador ou não enviou o cartão de registro, então a garantia está anulada.
 Você não modificou seu computador.
 Você enviou o cartão de registro.
 ∴ A garantia não está anulada.

18. Se "X é bom" significa "Hurrah para X!" e faz sentido dizer "Se X é bom", então faz sentido dizer "Se hurrah para X!",
 Faz sentido dizer "Se X é bom".
 Não faz sentido dizer "Se hurrah para X!"
 ∴ "X é bom" não significa "Hurrah para X!" [De Hector-Neri Castañeda.]

19. Se temos uma ideia de substância, então "substância" se refere a uma simples sensação ou a um construto complexo proveniente de sensações simples.
"Substância" não se refere a uma simples sensação.
∴ Não temos uma ideia de substância. [De David Hume.]

20. Se temos uma ideia de substância e não derivamos a ideia de "substância" das sensações, então "substância" é uma categoria de pensamento da razão pura.
Não derivamos a ideia de "substância" das sensações.
Temos uma ideia de "substância".
∴ "Substância" é uma categoria de pensamento da razão pura. [De Immanuel Kant.]

21. Se "bom" significa "socialmente aprovado", então o que é socialmente aprovado é necessariamente bom.
O que é socialmente aprovado não é necessariamente bom.
∴ "Bom" significa "socialmente aprovado".

22. [Generalizando o último argumento, G. E. Moore argumentou que não podemos definir "bom" em termos de qualquer termo empírico "F" – como "desejável" ou "socialmente aprovado."]
Se "bom" significa "F", então o que é F é necessariamente bom.
O que é F não é necessariamente bom. (Podemos dizer, de maneira consistente "Alguma coisa F pode não ser boa" sem dessa maneira violar o significado de "bom".)
∴ "Bom" não significa "F".

23. Se o realismo moral (a crença em verdades morais objetivas) fosse verdadeiro, então ele poderia explicar a diversidade moral no mundo.
O realismo moral não pode explicar a diversidade moral no mundo.
∴ O realismo moral não é verdadeiro.

6.8 Traduções mais difíceis

Agora aprenderemos como simbolizar português idiomático. Ainda utilizaremos nossas regras para agrupar partes de um lado da vírgula e escrever "("para "ambos", "ou" ou "se". Aqui três regras adicionais.

Traduza "mas" ("ainda que", "no entanto", "apesar de" e assim por diante) como "e".	O Michigan jogou, *mas* perdeu = (J • P)

A tradução perde o contraste (ou surpresa), mas isso não afeta validade.

Traduza "a não ser que" como "ou".	Você morrerá *a não ser que* você respire = $(M \vee R) = (R \vee M)$ *A não ser que* você respire você morrerá = $(M \vee R) = (R \vee M)$

"A não ser que" é também equivalente a "se não"; então podemos também utilizar "$(\sim R \supset M)$" ("Se você não respirar, então você morrerá").

Traduza "exatamente se" e "sse" (palavra utilizada por lógicos) como "se e somente se."	Eu concordarei exatamente se você me pagar \$1.000 = $(A \equiv P)$ Eu concordarei sse você me pagar \$1.000 = $(A \equiv P)$

A ordem das letras não faz diferença com "•" ou "v" ou "≡."

Nosssas duas próximas regras são ardilosas. A primeira governa a maioria das palavras condicionais:

A parte depois de "se" ("posto que", "assumindo que" e assim por diante) é a parte-se (o antecedente, a parte antes da ferradura).	Se A, então B = $(A \supset B)$ Posto que A, B = $(A \supset B)$ A, se B = $(B \supset A)$ A, posto que B = $(B \supset A)$

Você é um animal, *se* você é um cachorro = $(C \supset A)$
Posto que você é um cachorro, você é um animal = $(C \supset A)$

"Somente se" é diferente e segue sua própria regra:

A parte depois de "somente se" e a parte-então (o consequente, a parte depois da ferradura). (Ou escreva simplesmente "⊃" para "somente se.")	A somente se B = $(A \supset B)$ Somente se A, B = $(B \supset A)$

Você está vivo *somente se* você tem oxigênio = $(V \supset O)$
Somente se você tem oxigênio, você está vivo = $(V \supset O)$

A tradução *contrapositiva* "$(\sim O \supset \sim V)$" ("Se você não tem oxigênio, então você não está vivo") é equivalente e com frequência soa mais intuitiva.

Aqui a regra para "suficiente" e "necessário":

"A é *suficiente* para B" significa "Se A então B". "A é *necessário* para B" significa "Se não A então não B". "A é *necessário e suficiente* para B" significa "A se e somente se B".

Oxigênio é *suficiente para* vida = $(O \supset V)$
Oxigênio é *necessário para* vida = $(\sim O \supset \sim V)$
Oxigênio é *necessário e suficiente para* vida = $(O \equiv V)$

A ordem das letras faz diferença com "$\supset$", mas não com "$\equiv$".

Essas regras de tradução são grosseiras e nem sempre funcionam. Algumas vezes você tem que decifrar o significado por si mesmo.

6.8a Exercícios – também LogiCola C (HM & HT)

Traduza estas sentenças em portugês em fbfs.

A, assumindo que B.	$(B \supset A)$

1. Se ela for, então você ficará sozinho, mas eu estarei aqui.
2. Seu carro dará a partida somente se você tiver combustível.
3. Eu me demitirei a não ser que você me dê um aumento.
4. Fazer o exame é uma condição suficiente para ser aprovado.
5. Fazer o exame final é uma condição necessária para você ser aprovado.
6. Você é um homem somente se você é um animal racional.
7. A não ser que você tenha fé, você morrerá.
8. Ela nem afirmou isso ou fez alusão a isso.
9. Tirar pelo menos 96 é uma condição necessária e suficiente para ter um A.
10. Somente se você se exercitar você está completamente vivo.
11. Eu irei, assumindo que você irá.
12. Assumindo que sua crença é falsa, você não sabe.
13. Ter uma crença verdadeira é uma condição necessária para ter conhecimento.
14. Você comerá purê de batatas ou batatas fritas, mas não os dois.
15. Você está errado se você disser isto.

6.9 Argumentos idiomáticos

Até então nossos argumentos foram fraseados em um formato premissa-conclusão claro. Infelizmente, argumentos da vida real raramente são tão claros e limpos. Ao invés, com frequência, encontramos

formulações enroladas ou material alheio. Partes importantes do argumento podem ser omitidas ou somente aludidas. E pode ser difícil determinar as premissas e a conclusão. Frequentemente demanda-se trabalho pesado para reconstruir um argumento claramente enunciado de uma passagem.

Lógicos gostam de colocar a conclusão por último:

Sócrates é humano. Se ele é humano, então ele é mortal.	H $(H \supset M)$
Portanto, Sócrates é mortal.	$\therefore M$

Mas às vezes as pessoas colocam a conclusão no início ou no meio:

Sócrates há de ser mortal. Afinal, ele é humano. E se ele é humano, ele é mortal.

Sócrates é humano. *Então ele há de ser mortal* – já que ele é humano, ele é mortal.

Nesses exemplos, "há de" e "então" indicam a conclusão (que sempre vai *por último* quando traduzimos o argumento em lógica). A seguir, algumas palavras típicas que nos ajudam a determinar as premissas e a conclusão:

Estas frequentemente indicam premissas:		*Estas frequentemente indicam conclusões:*
Porque, pois, já que, afinal... Eu assumo que, como sabemos... Por estas razões...	$\therefore$	Logo, consequentemente, então, portanto... Há de ser, não pode ser... Isso prova (ou mostra) que...

Quando você não tem essa ajuda, pergunte a si mesmo o que é argumentado *a partir* (essas são as premissas) e o que é argumentado *para* (essa é a conclusão).

Ao reconstruir um argumento, primeiro determine a conclusão. Depois simbolize as premissas e a conclusão; isso pode envolver desembaraçar expressões como "A a não ser que B" (que é traduzido como "A ou B"). Se você não obtém um argumento válido, tente adicionar premissas enunciadas, mas implícitas (você pode precisar acrescentar uma premissa que utiliza letras que ocorrem apenas uma vez); utilize o "princípio de caridade", interprete raciocínio não claro de maneira a dar o melhor argumento.

Segue um exemplo fácil:

A arma deve ter sido disparada há pouco tempo! Ela ainda está quente.

Primeiro definimos as premissas e a conclusão:

A arma ainda está quente.	Q
∴ A arma foi disparada há pouco tempo.	∴ D

Já que isso parece pressupor uma premissa implícita, acrescentamos a mais plausível que podemos pensar e que faz do argumento válido. Então traduzimos em lógica e testamos a validade:

Se a arma ainda está quente, então ela foi disparada há pouco tempo. (implícita)	$(Q \supset S)$	**Válido**
A arma ainda está quente.	Q	
∴ A arma foi disparada há pouco tempo.	∴ D	

6.9a Exercício – também LogiCola E (F & I)

Primeiro avalie intuitivamente. Depois defina a conclusão, traduza em lógica, e determine a validade utilizando o teste de atribuição de verdade. Forneça premissas implícitas caso necessário.

Conhecimento é bom em si mesmo somente se desejado em si mesmo. Então conhecimento é bom em si mesmo, já que ele é desejado em si mesmo.	$(G^0 \supset D^1) = 1$ **Inválido** $D^1 = 1$ ∴ $G^0 = 0$ (A conclusão é "*Então conhecimento é bom em si mesmo*" – "G".)

1. Conhecimento não pode ser sensação. Caso fosse, então não poderíamos conhecer algo que não estamos presentemente sentindo. [De Platão.]
2. Assumindo que seguimos o mapa, então, a não ser que o mapa esteja errado, existe um par de lagos logo após a passagem. Seguimos o mapa. Não existe um par de lagos logo após a passagem. Portanto, o mapa está errado.
3. Se eles bloquearem, mas não alcançarem, nosso *quarterback*, então nosso receptor estará aberto. Então nosso receptor não estará aberto, como mostrado pelo fato de que eles não vão bloquear.
4. Meu verdadeiro amor se casará comigo somente se eu comprar-lhe um Rolls Royce. Segue que ela se casará, já que eu comprarei um Rolls Royce para ela.
5. Os princípios éticos básicos não podem ser verdades autoevidentes, já que, se eles fossem, então eles seriam amplamente aceitos por pessoas inteligentes que estudam ética.

6. Que suas visões sejam logicamente consistentes é uma condição necessária para que suas visões sejam sensatas. Suas visões são logicamente consistentes. Então suas visões são sensatas.
7. Se Ohio vencer e Nebraska não, então Ohio Buckeyes será campeão nacional. Então parece que Ohio Buckeyes não será campeão nacional, já que o Nebraska claramente vencerá.
8. O capacitor filtro não pode ser explodido. Isso é indicado pelos seguintes fatos. Você ouviria um zumbido, presumindo que os diodos de silicone funcionam, mas o capacitor filtro está explodido. Mas você não ouve um zumbido. E os diodos de silicone funcionam.
9. Há oxigênio presente. E então haverá fogo! Minha razão em dizer isso é que somente se houver oxigênio presente haverá fogo.
10. Não temos nenhum conhecimento moral. Isso é provado pelo fato de que, se tivemos conhecimento moral, então os conhecimentos básicos morais seriam ou passíveis de serem provados ou autoevidentes. Mas eles não são passíveis de serem provados. E eles também não são autoevidentes.
11. Há de ser um *touchdown*! Sabemos que é um *touchdown* se a bola rompe a barreira da zona final.
12. Assumindo que não foi um trabalho interno, então a fechadura foi forçada, a não ser que o ladrão tenha roubado a chave. O ladrão não roubou a chave. Podemos inferir que o assalto foi um trabalho interno, uma vez que a fechadura não foi forçada.
13. Deve ser o caso que não tenhamos nenhum sachê de chá. Afinal, teríamos sachês de chá se sua irmã Carol bebe chá. Certamente, Carol não bebe chá.
14. Não podemos ainda estar na trilha correta. Veríamos os reflexos do Appalachian Trail sobre as árvores se ainda estivéssemos na trilha correta.
15. Se Deus é onipotente, então ele poderia fazer o ódio inerentemente bom – a não ser que exista uma contradição em ódio ser inerentemente bom. Mas não há contradição nisso. E Deus é onipotente. Eu concluo que Deus poderia fazer o ódio inerentemente bom. [De Guilherme de Ockham, que via moralidade dependendo da vontade de Deus.]
16. Fazer a prova é uma condição suficiente para tirar A. Você não fez a prova. Isso significa que você não tirou A.
17. Se Texas ou Arkansas vencer, então eu ganho minha aposta de $10. Eu acho que ganhei $10. Texas acaba de bater Oklahoma por 17 a 14!
18. A não ser que você me dê um aumento, eu vou me demitir. Portanto, eu estou me demitindo.

19. Conhecimento empírico deve ser impossível. O motivo pelo qual eu digo isso é que não há maneira independente de provar que nossos sentidos são confiáveis. Conhecimento empírico seria possível, certamente, somente se houvesse uma maneira independente de provar que nossos sentidos são confiáveis.
20. É virtuoso tentar fazer o que é bom. Por outro lado, não é virtuoso tentar fazer o que é socialmente aprovado. Concluo que, ao contrário de relativismo cultural, "bom" não significa "socialmente aprovado". Assumo, certamente, que se "bom" significasse "socialmente aprovado" e fosse virtuoso tentar fazer o que é bom, então seria virtuoso tentar fazer o que é socialmente aprovado.
21. Conclusões morais podem ser deduzidas de premissas não morais somente se "bom" for definível utilizando predicados não morais. Mas "bom" não é definível assim. Então conclusões morais não podem ser deduzidas de premissas não morais.
22. O mundo não pode necessitar de uma causa. Se o mundo necessitasse uma causa, então também Deus necessitaria.

6.10 Regras-S

Aprenderemos agora algumas **regras de inferência**, que estabelecem que algumas fórmulas podem ser derivadas a partir de outras fórmulas. A maioria destas regras refletem formas comuns de raciocínio. Estas regras também fornecem os blocos fundamentais para provas formais, que iniciaremos no próximo capítulo; provas formais reduzem um argumento complexo a uma série de pequenos passos, cada qual baseado em uma regra de inferência.

As **regras-S** desta seção são utilizadas para *simplificar* enunciados. Nossa primeira regra-S é chamada "E"; a seguir ela em português e em símbolos:

Isso e isto. ∴ Isso. ∴ Isto.	$\dfrac{(P \cdot Q)}{P, Q}$	Enunciado E, então ambas as partes são verdadeiras.

A partir de um enunciado E, podemos inferir cada parte: "está frio e ventando; portanto, está frio, portanto, está ventando". Partes negativas funcionam da mesma maneira:

Não está frio e não está ventando.
∴ Não está frio.
∴ Não está ventando.

$$\frac{(\sim F \cdot \sim V)}{\sim F, \sim V}$$

Mas a partir de um enunciado E negativo (onde "~" está fora dos parênteses), não podemos inferir nada sobre a verdade ou falsidade de cada parte:

Você não está *ambos* em Paris e em Quebec.	~ (P • Q)
∴ Nenhuma conclusão	Nulo

Você não pode estar em ambas as cidades ao mesmo tempo. Mas você pode estar em Paris (e não em Quebec), ou em Quebec (e não em Paris), ou em algum outro lugar (talvez Miami). De "~(P • Q)" não podemos dizer o valor de verdade de P ou de Q; apenas sabemos que *não ambos* é verdadeiro (pelo menos uma é falsa).

Nossa segunda regra-S é chamada "NOR" ou "NÃO-UM OU OUTRO":

Nem isso nem isto. ∴ Não isso. ∴ Não isto.	~ (P v Q) ~ P, ~ Q	NÃO-UM OU OUTRO é verdadeira, então ambas são falsas.

De um enunciado NÃO-UM OU OUTRO, podemos inferir o oposto de cada parte: "Não está nem frio nem ventando, portanto não está frio, portanto não está ventando". Partes negativas funcionam da mesma maneira: inferimos o oposto de cada parte (o oposto de "~A" sendo "A"):

Nem não-A nem não-B.	~ (~ A v ~ B)
∴ A ∴ B	A, B

Mas a partir de um enunciado OU *positivo* não podemos inferir nada sobre a verdade e falsidade de cada parte:

Você está em Paris ou em Quebec	(P v Q)
∴ Nenhuma conclusão.	Nulo

Você pode estar em Paris (e não em Quebec), ou em Quebec (e não em Paris). De "(P v Q)", não podemos dizer o valor de verdade de P e de Q; sabemos apenas que *pelo menos uma* é verdadeira

Nossa terceira regra-S é chamada "NIF" ou "FALSO SE-ENTÃO":

FALSO SE-ENTÃO ∴ Primeira parte verdadeira. ∴ Segunda parte falsa.	$\dfrac{\sim(P \supset Q)}{P, \sim Q}$

Lembre que "(P ⊃ Q)" significa "Nós *não* temos P-verdadeiro-e-Q-falso"; então "~ (P ⊃ Q)" significa "Nós temos P-verdadeiro-e-Q-falso". Essa regra FALSO SE-ENTÃO não é muito intuitiva; eu sugiro memorizá-la em vez de apelar a intuições lógicas ou exemplos concretos. Você utilizará essa regra tantas vezes ao fazer provas que logo ela se tornará natural.

Se uma FALSO SE-ENTÃO possui partes negativas, de novo inferimos a parte 1 e o oposto da parte 2:

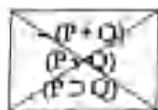
$$\frac{\sim(\sim A \supset B)}{\sim A, \sim B} \qquad \frac{\sim(A \supset \sim B)}{A, B} \qquad \frac{\sim(\sim A \supset \sim B)}{\sim A, B}$$

Esse diagrama pode ajudá-lo a acompanhar o que está acontecendo aqui:

$$\frac{\sim(\text{parte 1} \supset \text{parte 2})}{\text{escreva parte 1} \qquad \text{escreva o oposto da parte 2}}$$

Se o SE-ENTÃO é ele mesmo positivo (não há "~" fora dos parênteses), então não podemos inferir nada sobre a verdade ou falsidade de cada parte. Então de "(A ⊃ B)" por si só não podemos inferir nada sobre A ou sobre B.

Para resumir: podemos simplificar as formas à esquerda, mas não as à direita:

E	$(P \bullet Q) \rightarrow P, Q$
N-OU	$\sim(P \vee Q) \rightarrow \sim P, \sim Q$
N-SE	$\sim(P \supset Q) \rightarrow P, \sim Q$

Para compreender por que essas regras funcionam da maneira pela qual elas funcionam, lembre-se de nossas tabelas de verdade básicas.

- Para um E ser verdadeiro, ambas as partes devem ser verdadeiras.
- Para um OU ser falso, ambas as partes devem ser falsas.
- Para um SE-ENTÃO ser falso, é preciso que a parte 1 seja verdadeira e a parte 2 falsa.

Você precisa aprender essas regras-S tão bem que elas se tornem automáticas.

6.10a Exercício – também LogiCola F (SE & SH)

Delineie qualquer conclusão simples (uma letra ou sua negação) que segue destas premissas. Se nada segue deixe em branco.

(C • ~ R)	(C • ~ R)
	C, ~ R

1. (P • U)	2. (L v C)	3. (~ N ⊃ S)	4. ~ (F ⊃ M)
5. ~ (R v S)	6. (~ J • N)	7. ~ (~ I v ~ V)	8. ~ (~ F ⊃~G)
9. ~ (Q • ~ B)	10. ~ (H ⊃ ~I)	11. (~Ov~X)	12. ~ (~ T) ~ H)
13. ~ (~N v ~ E)	14. ~ (Q•T)	15. (M v ~ W)	16. (~ D • ~ Z)
17. ~(~Y ⊃ ~ G)	18. ~ (~ A • ~ J)	19. ~(~ U • ~ L)	20. (~ K v B)

6.11 Regras-I

As **regras-I** são utilizadas para *inferir* uma conclusão de duas premissas. Nossas duas primeiras regras-I são chamadas "SC" ou "silogismo conjuntivo":

SC				
	Não ambos são verdadeiros.	~ (P • Q)	~ (P • Q)	*Negue* E.
	Esse é verdadeiro.	P	Q	*Afirme* uma parte.
	∴ O outro não é.	~ Q	~ P	∴ *Negue a outra parte*

Com um NÃO-AMBOS, devemos afirmar uma parte. Aqui alguns exemplos:

Você *não está ambos* em Paris
e também em Quebec.
Você está em Paris.
∴ Você não está em Quebec.

Você *não está ambos* em Paris
e também em Quebec.
Você está em Quebec.
∴ Você não está em Paris.

Partes negativas funcionam da mesma maneira; se afirmamos uma, podemos negar a outra:

~ (~ A • ~B)	~ (A • ~B)	~ (A • ~B)
~ A	A	~ B
B	B	~ A

Em cada caso, a segunda premissa afirma (diz o mesmo que) uma parte. E a conclusão nega (diz o oposto de) a outra parte.

Se negamos uma parte, podemos delinear uma conclusão sobre a outra parte:

Não ambos são verdadeiros.	~ (P • Q)
A primeira é falsa.	~ P
Nenhuma conclusão	Nil

Você pode querer concluir Q; mas talvez Q seja falso também (talvez ambas as partes sejam falsas). Aqui um exemplo:

Você *não está ambos* em Paris e também em Quebec.
Você não está em Paris.
∴ Nenhuma conclusão.

Você não precisa estar em Quebec, talvez você esteja em Chicago. Para obter uma conclusão de um NÃO-AMBOS, devemos afirmar uma parte.

Nossas duas próximas regras-I são chamadas "SD" ou "silogismo disjuntivo":

SD				
	Pelo menos um é verdadeiro.	(P v Q)	(P v Q)	*Afirme* OU.
	Esse não é.	~ P	~ Q	*Negue* uma parte.
	∴ O outro é.	Q	P	∴ *Afirme* a outra parte.

Com um OU, devemos negar uma parte. Aqui exemplos:

Em pelo menos uma mão (esquerda ou direita) há doces.
Na esquerda não há.
∴ Na direita há.

Em pelo menos uma mão (esquerda ou direita) há doces.
Na direita não há.
∴ Na esquerda há.

Partes negativas funcionam da mesma maneira; se negarmos uma parte, podemos afirmar a outra:

(~ A v ~ B)	(A v ~ B)	(A v ~ B)
A	~ A	B
~ B	~B	A

Em cada caso, a segunda premissa nega (diz o oposto de) uma parte. E a conclusão afirma (diz o mesmo que) a outra parte.

Se afirmamos uma parte, não podemos delinear uma conclusão sobre a outra parte:

Pelo menos um é verdadeiro.	(L v R)
O primeiro é verdadeiro.	L
Nenhuma conclusão.	nil

Você pode querer concluir ~ R; mas talvez R seja verdadeira também (talvez ambas as partes sejam verdadeiras). Aqui um exemplo:

Em pelo menos uma mão (esquerda ou direita) há doces.
Na esquerda há.
∴ Nenhuma conclusão.

Não podemos concluir "Na mão direita não há doces," já que talvez em ambas as mãos haja. Para obter uma conclusão de um OU, devemos *negar* uma parte.

Aqui um truque útil. Para inferir com NÃO-E ou OU, as premissas devem *alternar* entre afirmar e negar:

Negue E. *Afirme* uma parte. ∴ *Negue* a outra parte.	*Afirme* OU. *Negue* uma parte. ∴ *Afirme* a outra parte.

Nada segue se as premissas não alternarem. Então nada segue se negamos E e depois negamos uma parte – ou se afirmamos OU e depois afirmamos uma parte.

Nossas regras-I finais são *modus ponens* (do latim, "modo afirmativo") e *modus tollens* (do latim, "modo negativo"). Ambas lidam com "se-então":

MP	SE-ENTÃO	$(P \supset Q)$	MT	SE-ENTÃO	$(P \supset Q)$
	Afirma a primeira.	P		Nega a segunda.	$\sim Q$
	∴ Afirma a segunda	Q		∴ Nega a primeira.	$\sim P$

Com um se-então, devemos afirmar a primeira parte ou negar a segunda parte:

Se você é um cachorro, então você é um animal.	$(D \supset A)$	Se você é um cachorro, então você é um animal.	$(D \supset A)$
Você é um cachorro.	D	Você não é um animal.	$\sim A$
∴ Você é um animal.	A	∴ Você não é um cachorro.	$\sim D$

Partes negativas funcionam da mesma maneira. Se afirmamos a primeira, podemos afirmar a segunda:

(~ A ⊃ ~ B)	(A ⊃ ~ B)	(~ A ⊃ B)
~ A	A	~ A
~B	~ B	B

E, se negamos a segunda, podemos negar a primeira:

(~ A ⊃ ~ B)	(A ⊃ ~ B)	(~ A ⊃ B)
B	B	~ B
A	~ A	A

Se negamos a primeira parte ou negamos a segunda, não podemos concluir nada sobre a outra parte:

Se você é um cachorro, então você é um animal.	(C ⊃ A)	Se você é um cachorro, então você é um animal.	(C ⊃ A)
Você não é um cachorro.	~ C	Você é um animal.	A
∴ Nenhuma conclusão.	nil	∴ Nenhuma conclusão.	nil

No primeiro caso, você pode querer concluir "Você não é um animal"; mas você pode ser um gato. No segundo, você pode querer concluir "Você é um cachorro"; mas, de novo, você pode ser um gato. *Para inferir um se-então, precisamos que a primeira parte seja verdadeira ou que a segunda seja falsa:* "(+ ⊃ -)".

Já que provas formais dependem bastante de regras-I e regras-S, é importante dominar essas regras antes de começar o próximo capítulo.

6.11a exercício – também LogiCola F (IE & IH)

Delineie quaisquer conclusões simples (uma letra ou sua negação) que seguem a partir destas premissas. Se nada segue, deixe em branco.

(~Q v ~M)	(~Q v ~M)
Q	Q
	~M

1. ~(W • T)
W

2. (S v L)
S

3. (H ⊃ ~B)
H

6. (~ Y ⊃ K)
Y

7. (K v ~R)
R

8. ~ (~S • W)
~W

11. (C ⊃ ~V)
~ C

12. (~ N v ~A)
A

13. ~(V • H)
~V

16. (Y v ~C)
~C

17. (~L ⊃ M)
~M

18. (~M v ~B)
~M

4. (X ⊃ E) E	9. (U ⊃ G) U	14. (~A ⊃ ~E) ~E	19. ~ (~F • ~ Q) F
5. ~ (B • S) ~S	10. (~ I v K) K	15. ~ (~F • ~O) ~O	20. ~(A • ~ Y) A

6.12 Misturando regras-S e regras-I

Nosso próximo exercício mistura inferências de regras-S e regras-I. Isso pode lhe causar um pouco de problema, você deve, então, se lembrar de utilizar regras-S para simplificar *uma* premissa e regras-I para inferir a partir de duas premissas. A seguir uma rápida revisão:

	Regras-S (simplificar)	*Regras-I (inferir)*	
E	(P • Q) → P, Q	~(P • Q), P → ~Q ~(P • Q), Q → ~P	SC
N-OU	~(P v Q) → ~P, ~Q	(P v Q), ~P → Q (P v Q), ~Q → P	SD
N-SE	~(P ⊃ Q) → P, ~Q	(P ⊃ Q), P → Q	MP
		(P ⊃ Q), ~Q → ~P	MT

6.12a Exercício – também LogiCola F (CE & CH)

Delineie quaisquer conclusões simples (uma letra ou sua negação) que seguem a partir destas premissas. Se nada segue, deixe em branco.

(A ⊃ ~ B) ~ A	(nenhuma conclusão)

1. ~ (U • T) T	5. (P • ~ Q)	9. ~ (~ C ⊃D)	13. (~ L • S)
2. ~ (~ B v C)	6. (~ I ⊃ ~ N) N	10. ~ (~ R • A) ~ R	14. (~ L v ~ T) L
3. (X ⊃F) ~ X	7. (D v ~ J) D	11. ~ (M v ~ I)	15. (A ⊃ ~ B)
4. (~ S v T)	8. ~ (L • M)	12. ~ (R • ~ G) ~ G	16. ~ (W • ~ X) ~ W

6.13 Inferências estendidas

De um enunciado E, podemos concluir que ambas as partes são verdadeiras; então de "(P • Q)" podemos obter "P" e também "Q". A regra também funciona para fórmulas maiores:

((C • D) • (E ⊃ F))	Enunciado E, então ambas as partes são verdadeiras.
(C • D), (E ⊃ F)	

Visualize a premissa como um grande E com duas partes – não se atendo aos detalhes: "($$$$$ • #####)". Podemos inferir cada parte, mesmo se essas partes são complexas.

Aqui outra inferência utilizando uma regra-S:

~((C • D) ⊃ (E ⊃ F))	FALSO SE-ENTÃO, então a primeira parte verdadeira, segunda parte falsa.
(C • D), ~(E ⊃ F)	

De novo, não se atente aos detalhes; leia a fórmula longa como apenas "FALSO SE-ENTÃO". De tal fórmula, podemos concluir que a primeira parte é verdadeira e a segunda falsa; então escrevemos a primeira parte e o oposto da segunda.

Considere esta fórmula (que eu sugiro que você leia para si mesmo como "SE-ENTÃO"):

((C • D) ⊃ (E ⊃ F))

Uma vez que essa fórmula é uma se-então, não podemos quebrá-la utilizando uma regra-S. Mas podemos concluir algo a partir dela se temos a primeira parte verdadeira ou a segunda parte falsa:

((C • D) ⊃ (E ⊃ F))	SE-ENTÃO	((C • D) ⊃ (E ⊃ F))	SE-ENTÃO
(C • D)	Afirma o primeiro.	~(E ⊃ F)	Nega o segundo.
(E ⊃ F)	Afirma o segundo.	~(C • D)	Afirma o primeiro.

Essas são as únicas regras-I de inferências legítimas. Não obtemos nenhuma conclusão se negarmos a primeira parte ou se afirmarmos a segunda parte – ou se afirmarmos ou negarmos uma parte menor:

((C • D) ⊃ (E ⊃ F))	((C • D) ⊃ (E ⊃ F))	((C • D) ⊃ (E ⊃ F))
~(C • D)	(E ⊃ F)	E
Nulo	Nulo	Nulo

No último exemplo, não sabemos se "(E ⊃ F)" é verdadeira – mas apenas que ela *seria* verdadeira *se* "(C • D)" fosse verdadeira.

6.13a Exercício – nenhum exercício LogiCola

Delineie quaisquer conclusões que seguem destas premissas a partir de uma aplicação única das regras-S ou das regras-I. Se nada segue dessa maneira, então deixe em branco.

~(~A v (B • C))

~(~A v (B • C))
A, ~(B • C)

1. ~((A • B) ⊃ ~C)

2. ((A • B) ⊃ ~C)
   ~(A • B)

3. ~((G v H) • (I v J))

4. ~((G v H) • (I v J))
   (G v H)

5. ((A • B) v (C ⊃D))

6. ((A • B) v (C ⊃D))
   C

7. ~((A ⊃B) v C)

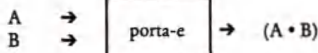
8. ((A ⊃B) ⊃C)
   (A ⊃B)

9. ((G ≡ H) ⊃ ~(I • J))
   ~(I • J)

6.14 Lógica e computadores

Antes de terminar esse capítulo, notemos que computadores foram desenvolvidos a partir de lógica proposicional. A ideia-chave é que aparelhos eletrônicos podem simular fórmulas lógicas.

Computadores representam "1" e "0" por diferentes estados físicos; "1" pode ser uma voltagem positiva e "0" uma voltagem zero. Um *porta-e* seria então um aparelho físico com duas entradas e uma saída, onde a saída tem uma voltagem positiva se e somente se *ambas* as entradas têm voltagens positivas:

A →
B → [porta-e] → (A • B)

Uma *porta-ou* seria similar, exceto que a saída tem uma voltagem positiva se e somente se *pelo menos uma* entrada tem uma voltagem positiva. Para qualquer fórmula, podemos construir uma aparelho entrada-saída (uma *porta lógica*) que imita essa fórmula.

Basicamente um computador converte informação de entrada em 1's e 0's, manipula essas por dispositivos lógicos e dispositivos de memória, e converte os 1's e 0's resultantes em uma saída útil. Portanto, lógica proposicional é central à operação de computadores. Um dos professores de lógica na Universidade de Michigan, Art Burks, foi parte do time que na década de 1940 produziu o ENIAC, o primeiro computador eletrônico de larga escala. Então a lógica tem um papel importante na passagem para a era do computador.

Capítulo 7

PROVAS PROPOSICIONAIS

Provas formais são uma forma conveniente de testar argumentos de diversos sistemas e, além disso, ajudam a desenvolver habilidades de raciocínio. Deste ponto em diante, provas formais serão nosso método principal de testar argumentos.

7.1 Provas mais fáceis

Uma prova formal quebra um argumento complicado em uma *série* de pequenos passos. Já que a maioria dos passos são baseados em nossas regras-S e regras-I (Seções 6.10-13), é bom revisá-las enquanto você aprende a fazer provas.

Utilizaremos uma estratégia de prova indireta, onde primeiro assumimos o oposto do que queremos provar. Você deve lembrar de tais provas em geometria; para provar que dois ângulos são iguais, você assume que eles *não são* iguais – e então mostra que isso é impossível, porque leva a uma contradição.

Suponha que sabemos que as premissas de 1 a 4 são verdadeiras e que queremos provar que o mordomo cometeu assassinato. A seguir uma versão em português de uma prova formal:

1. As únicas pessoas na mansão eram o mordomo e a empregada.
2. Se as únicas pessoas na mansão eram o mordomo e a empregada, então o mordomo ou a empregada cometeram o assassinato.
3. Se a empregada o fez, então ela tinha um motivo.
4. A empregada não tinha um motivo. ⇐

[∴ O mordomo cometeu assassinato.

5. ┌ Assuma: O mordomo não o cometeu.
6. │ ∴ O mordomo ou a empregada cometeram o assassinato. {De 1 e 2}
7. │ ∴ A empregada cometeu assassinato. {De 5 e 6}
8. └ ∴ A empregada tinha um motivo. {De 7 e 3} ⇐
9. ∴ O mordomo o cometeu. {De 5; 4 contradiz,8}

Primeiro assumimos que o mordomo *não* cometeu o assassinato (linha 5). Depois derivamos uma contradição (entre as linhas 4 e 8). Então, dadas nossas premissas, a assunção de que ele não o cometeu é impossível. Então o mordomo é culpado – jogue-o na prisão!

Espelhando como raciocinamos em português, construímos uma prova formal, utilizando uma estratégia de três passos (INÍCIO, S&I, RAA):

1. T 2. (T ⊃(M v E)) 3. (E ⊃ M') 4. ~M' [∴ M 5. ass: ~M	INÍCIO: bloqueie a conclusão e acrescente "ass:" ("assuma") seguido da contradição mais simples da conclusão. Bloquear uma linha nos lembra de utilizá-la para derivar linhas adicionais.
1. T * 2. (T ⊃(M v E)) * 3. (E ⊃M') 4. ~ M' [∴ M 5. ass: ~ M * 6. ∴ (M v E) {de 1 e 2} 7. ∴ E {de 5 e 6} 8. ∴ M' {de 3 e 7} ⇐	S&I: Percorra as fbfs complexas que não foram estreladas ou bloqueadas e utilize essas fbfs para derivar novas fbfs utilizando regras-S e regras-I. Estrele qualquer fbf que você simplificou utilizando regras-S, ou as fbfs mais longas utilizadas em uma inferência de regra-I. *Vamos de "T" & "(T ⊃ (M v E))" a "(M v E)" – de "(M v E)" & "~ M" a "E" – e de "(E ⊃ M')" & "E" a "M".* *Linhas 4 e 8 se contradizem.*
1. T Válido * 2. (T ⊃ (M v E)) * 3. (E ⊃ M') 4. ~ M' [∴ M 5. ┌ ass: ~ M * 6. │ ∴ (M v E) {de 1 e 2} 7. │ ∴ E {de 5 e 6} 8. └ ∴ M' {de 3 e 7} 9. ∴ M {de 5; 4 contradiz 8}	RAA: Quando algum par de linhas não-bloqueadas se contradizem, aplique RAA para derivar a conclusão original. *Nossa prova está feita!*

(1) INÍCIO: Começamos a prova bloqueando a conclusão original (bloquear nos diz para ignorar uma linha pelo resto da prova) e assumindo sua *contradição* mais simples. Duas fbfs são **contraditórias** se elas são exatamente iguais, exceto que uma inicia com "~" adicional. Então, se nossa conclusão é "A", então assumimos "~ A"; mas se nossa

conclusão é "~ A," então assumimos "A". E se nossa conclusão é "(A ⊃ B)," então assumimos "~ (A ⊃ B)". Nossa primeira assunção sempre acrescenta ou exclui um til inicial à conclusão original.

(2) S&I: Depois derivamos linhas adicionais utilizando regras-S e regras-I até obtermos uma contradição. Focamos no que podemos derivar utilizando *fbfs complexas que não foram estreladas ou bloqueadas.* Uma **fbf simples** é uma letra ou sua negação; qualquer outra fbf é **complexa.** Então nossa primeira inferência em nosso exemplo de prova envolve as linhas 2 ou 3, que são as únicas fbfs complexas. Das linhas 1 e 2 derivamos a linha 6, nós então derivamos as linhas 7 e 8, e percebemos que as linhas 4 e 8 ("~ M'" e "M'") se contradizem. Frequentemente há maneiras alternativas de fazer uma prova; então, ao invés de derivar "M'" na linha 8, poderíamos ter utilizado 3 e 4 para obter "~ E", que seria contraditória à linha 7.

Nós estrelamos as linhas 2, 3 e 6. Aqui as regras de estrelar – com exemplos:

Estrele qualquer fbf que você simplifique utilizando uma regra-S.	Estrele as fbfs *longas* utilizadas em uma inferência de regra-I.
* (A • B) ——— ∴ A ∴ B	* (A ⊃ B) A ——— ∴ B

Linhas estreladas são redundantes, já que linhas mais curtas têm a mesma informação. Qundo fazemos uma prova, podemos focar nas *fbfs complexas que não estão estreladas ou bloqueadas* e o que pode ser derivado delas. Embora estrelar seja opcional, isso simplifica nosso trabalho, pois nos leva a ignorar linhas que não nos ajudarão a derivar fórmulas adicionais.

(3) RAA: nosso objetivo na parte S&I é derivar uma contradição – um par de fbfs (como "~ M'" e "M'") que são idênticas, exceto que uma inicia com um til. Essas fbfs contraditórias podem ocorrer em qualquer lugar na prova (como premissas ou assunções ou linhas derivadas), desde que nenhuma seja bloqueada. Uma vez que derivamos uma contradição, aplicamos RAA, nossa nova regra *reductio ad absurdum* (redução ao absurdo), que diz que uma assunção que leva a uma contradição deve ser falsa. Quando aplicamos RAA, bloqueamos as linhas de 5 a 8 para mostrar que não podemos utilizá-las para derivar linhas adicionais. Então provamos que o argumento é válido.

Ao fazermos a parte S&I, utilizaremos estas regras de inferência, que valem indiferentemente do par de fbfs contraditórias que substituem "P" / "~ P" e "Q" / "~ Q" (aqui "→" significa que podemos inferir linhas inteiras da esquerda para a direita):

Regras-S (*Simplificação*)	Regras-I (*Inferência*)
$(P \bullet Q) \rightarrow P, Q$	$\sim(P \bullet Q), P \rightarrow \sim Q$
$\sim(P \vee Q) \rightarrow \sim P, \sim Q$	$\sim(P \bullet Q), Q \rightarrow \sim P$
$\sim(P \supset Q) \rightarrow P, \sim Q$	$(P \vee Q), \sim P \rightarrow Q$
$\sim\sim P \rightarrow P$	$(P \vee Q), \sim Q \rightarrow P$
$(P \equiv Q) \rightarrow (P \supset Q), (Q \supset P)$	$(P \supset Q), P \rightarrow Q$
$\sim(P \equiv Q) \rightarrow (P \vee Q), \sim(P \bullet Q)$	$(P \supset Q), \sim Q \rightarrow \sim P$

Leia "$(P \bullet Q) \rightarrow P, Q$" como "a partir de '$(P \bullet Q)$' deriva-se 'P' e também 'Q'".

Três regras-S são novas. A quarta regra-S ("dupla negação" ou "DN") elimina "~ ~" do início de uma fbf. A quinta regra-S ("SSE") quebra um bicondicional em dois condicionais; já que "$(P \equiv Q)$" diz que P e Q possuem o mesmo valor de verdade, "$\sim (P \equiv Q)$" diz que P e Q possuem valores de verdade diferentes – então um ou outro é verdadeiro, mas não ambos. Essas três regras não são muito utilizadas.[1]

A seguir algumas definições-chave:

- Uma **premissa** é uma linha que consiste de apenas uma fbf por si só (sem "ass:" ou "∴").
- Uma **assunção** é uma linha que consiste de "ass:" e depois uma fbf.
- Uma **linha derivada** consiste de "∴" e depois uma fbf.
- Uma **prova formal** é uma sequência vertical de zero ou mais premissas seguidas por uma ou mais assunções ou linhas derivadas, onde cada linha derivada segue de linhas prévias não bloqueadas por RAA ou por uma das regras-S ou regras-I listadas acima, e cada assunção é bloqueada utilizando-se RAA.[2]

A regra RAA diz que uma assunção é falsa se ela leva a fbfs contraditórias; essas fbfs podem ocorrer em qualquer lugar da prova (como as premissas ou assunções ou linhas derivadas), desde que nenhuma esteja bloqueada. A seguir uma formulação mais precisa:

[1] As regras-S também funcionam na outra direção – por exemplo, "$(A \bullet B)$" segue a partir de "A" e "B" –; mas nossas provas e *software* utilizam as regras-S somente para simplificar. O *software* LogiCola, no entanto, permite a você utilizar duas regras adicionais para o bicondicional: (1) Dado "$(A \equiv B)$": se um lado é verdadeiro, pode-se obter o outro lado como verdadeiro – e se um lado é falso, pode-se obter o outro lado como falso. (2) Dado "$\sim (A \equiv B)$": se um lado é verdadeiro, pode-se obter o outro lado como falso – e se um lado é falso, pode-se obter o outro lado como falso.

[2] Por essa definição, as estrelas, números de linhas, conclusões originais bloqueadas e justificações não são estritamente parte da prova; ao invés, elas são ajudas não oficiais.

RAA: Suponha que um par de linhas não bloqueadas possuam fbfs contraditórias. Depois bloqueie todas as linhas a partir da última assunção não-bloqueada para baixo e infira uma linha consistindo de "∴" seguida por uma contraditória dessa assunção.

A seguir uma prova de um argumento sem premissa (que é válido porque a conclusão é uma verdade logicamente necessária):

```
     [∴ ((A • B) ⊃ A) Válido
 * 1 ┌ ass: ~ ((A • B) ⊃ A)
   2 │ ∴ (A • B) {de 1}
   3 │ ∴ ~A {de 1} ⇐
   4 └ ∴ A {de 2} ⇐
   5  ∴ ((A • B) ⊃ A) {de 1; 3
        contradiz 4}
```

(1) INÍCIO: Bloqueamos a conclusão e assumimos sua contraditória (linha 1).
(2) S&I: Utilizamos regras-S para obter linhas 2 a 4 e uma contradição.
(3) RAA: Utilizamos RAA para finalizar a prova (linha 5).

Uma prova formal, como a definimos, deve utilizar as regras-S e regras-I especificadas ou RAA para derivar linhas adicionais. Não podemos utilizar apenas inferências intuitivas que pensamos que irão funcionar (embora utilizadores avançados tomem tais atalhos). Alguns lógicos gostam de mencionar a regra de inferência (como "MP" ou "SD" ou "E") nas justificativas. Nossa estratégia de prova se tornará mais complexa mais tarde, conforme introduzimos argumentos inválidos e assunções múltiplas.

Enquanto uma prova, como a definimos, deve derivar apenas linhas que são permitidas por regras de inferência, ainda podem existir variações legítimas em como fazer provas. Por exemplo, uma pessoa pode sempre simplificar "(A • B)" automaticamente em duas partes, "A" primeiro e depois "B". Outras pessoas podem derivar "B" primeiro e depois "A". Todavia, outra pessoa pode derivar somente a parte necessária para obter uma contradição. Todas as três abordagens são boas.

7.1a Exercício – também LogiCola F (TE &TH) e GEV.

Prove cada um destes argumentos como válidos (todos são válidos).

```
(A ∨ B)
∴ (~A ⊃ B)
```

```
 * 1  (A ∨ B) Válido
     [∴ (~A ⊃ B)
 * 2 ┌ ass: ~(~A ⊃ B)
   3 │ ∴ ~A {de 2}
   4 │ ∴ ~B {de 2}
   5 └ ∴ B {de 1 e 3}
   6 ∴ (~A ⊃ B) {de 2; 4 contradiz 5}
```

1. $(A \supset B)$
   $\therefore (\sim B \supset \sim A)$

2. A
   $\therefore (A \vee B)$

3. $(A \supset B)$
   $(\sim A \supset B)$
   $\therefore B$

4. $((A \vee B) \supset C)$
   $\therefore (\sim C \supset \sim B)$

5. $(A \vee B)$
   $(A \supset C)$
   $(B \supset D)$
   $\therefore (C \vee D)$

6. $(A \supset B)$
   $(B \supset C)$
   $\therefore (A \supset C)$

7. $(A \equiv B)$
   $\therefore (A \supset (A \cdot B))$

8. $\sim(A \vee B)$
   $(C \vee B)$
   $\sim(D \cdot C)$
   $\therefore \sim D$

9. $(A \supset B)$
   $\sim B$
   $\therefore (A \equiv B)$

10. $(A \supset (B \supset C))$
    $\therefore ((A \cdot B) \supset C)$

7.1b Exercício – também LogiCola F (TE &TH) e GEV

Primeiro avalie intuitivamente. Depois traduza em lógica (utilizando as letras dadas) e prove como válido (todos são válidos).

1. Se Heather viu o mordomo colocar uma pastilha dentro da bebida e a pastilha era veneno, então o mordomo matou o falecido.
   Heather viu o mordomo colocar uma pastilha dentro da bebida.
   ∴ Se a pastilha era veneno, então o mordomo matou o falecido. [Utilize H, P e B.]

2. Se tivéssemos uma prova absoluta da existência de Deus, então nossa vontade seria irresistivelmente atraída a fazer o bem.
   Se nossa vontade fosse irresistivelmente atraída a fazer o bem, então não teríamos livre-arbítrio.
   ∴ Se temos livre-arbítrio, então não temos prova absoluta da existência de Deus. [Utilize P, I, L. Esse argumento é de Immanuel Kant e John Hick, que utilizou isso para explicar por que Deus não faz sua existência mais evidente.]

3. Se racismo é claramente errado, então ou é factualmente claro que todas as raças possuem habilidades iguais ou é moralmente claro que a interesses similares de todos os seres devem ser dadas iguais considerações.
   Não é factualmente claro que todas as raças possuem habilidades iguais.
   Se é moralmente claro que a interesses similares de todos os seres devem ser dadas iguais considerações, então a interesses similares de animais e humanos devem ser dadas iguais considerações.

∴ Se racismo é claramente errado, então a interesses similares de animais e humanos devem ser dadas iguais considerações. [Utilize E, F, M e A. Esse argumento é de Peter Singer, pai do movimento de liberação animal.]

4. O universo é ordenado (como um relógio que segue leis complexas).
A maioria das coisas ordenadas que nós examinamos possuem projetistas inteligentes.
Examinamos um grande e variado grupo de coisas ordenadas.
Se a maioria das coisas ordenadas que examinamos possui projetistas inteligentes e examinamos um grande e variado grupo de coisas ordenadas, então provavelmente a maioria das coisas ordenadas que examinamos possuem projetistas inteligentes.
∴ O universo provavelmente possui um projetista inteligente. [Utilize U, M, N, P e P'. Essa é a forma do argumento do *design* para a existência de Deus].

5. Se Deus não quer prevenir o mal, então ele não é todo bom.
Se Deus não é capaz de prevenir o mal, então ele não é todo-poderoso.
Ou Deus não quer prevenir o mal, ou ele não é capaz.
∴ ou Deus não é todo poderoso, ou Deus não é todo bom. [Utilize Q, B, C e P. Essa forma do argumento do problema do mau do grego antigo Empiricus.]

6. Se o Gênesis fornece os fatos literais, então passáros foram criados antes que o homem. (Gênesis 1,20-26).
Se o Gênesis fornece os fatos literais, então passáros não foram criados antes que o homem. (Gênesis 2,5-20).
∴ O Gênesis não fornece fatos literais. [Utilize F e B. Orígenes, um pensador cristão, deu argumentos textuais similares contra tomar Gênesis literalmente.]

7. O mundo teve um início no tempo.
Se o mundo teve um início no tempo, existiu uma causa para o início do mundo.
Se existiu uma causa para o início do mundo, um ser particular causou o mundo.
∴ Um ser particular causou o mundo. [Utilize I, C e P. Esse "argumento Kalam" para a existência de Deus é de William Craig e James Moreland. Eles defendem a premissa por diversas considerações, incluindo a teoria do big-bang, a lei de entropia e a impossibilidade de um infinito real.]

8. Se o mundo teve um início no tempo e ele não simplesmente veio a existência sem nenhuma causa, então o mundo foi causado por Deus.

Se o mundo foi causado por Deus, então existe Deus.
Deus não existe.
∴ Ou o mundo não teve um início no tempo, ou ele simplesmente veio à existência sem nenhuma causa. [Utilize I, V, C e D. Esse argumento é de J. L. Mackie, que baseou sua premissa "Deus não existe" no argumento do problema do mal].

9. Sistemas fechados tendem a maior entropia (uma distribuição de energia uniforme mais aleatória). (Essa é a segunda lei de termodinâmica.)
Se sistemas fechados tendem a maior entropia e o mundo existiu por tempo ilimitado, então o mundo teria alcançado entropia quase completa (por exemplo, tudo teria quase a mesma temperatura).
O mundo não alcançou entropia quase completa.
Se o mundo não existiu por tempo ilimitado, então o mundo teve um início no tempo.
∴ O mundo teve um início no tempo. [Utilize M, E, C e I. De William Craig e James Moreland.]

10. Se tempo recua infinitamente, então hoje não teria sido alcançado.
Se hoje não tivesse sido alcançado, então hoje não existiria.
Hoje existe.
Se tempo não recua infinitamente, então houve um primeiro momento no tempo.
∴ Houve um primeiro momento no tempo. [I, A, H, P]

11. Se já existem leis que previnem discriminação contra mulher, então se a Emenda dos Direitos Iguais (EDI) privaria mulheres de muitos privilégios correntes, então é o caso, que a passagem ao EDI seja contra o interesse da mulher e que as mulheres devam trabalhar para sua derrota.
O EDI privaria as mulheres de muitos privilégios correntes (como isenção).
∴ Se já existem leis prevenindo discriminação contra mulheres, então as mulheres devem trabalhar para a derrota do EDI. [L, P, C, T]

12. Se mulheres nunca devem ser discriminadas, então devemos trabalhar em prol de leis correntes contra discriminação e prevenir futuras gerações de impor leis discriminatórias contra mulheres.
A única maneira de prevenir generações futuras de impor leis discriminatórias contra mullheres é fazer passar uma Emenda dos Direitos Iguais (EDI).
Se devemos prevenir generações futuras de impor leis discriminatórias contra mullheres e a única maneira de fazer isso é passar uma EDI, então devemos passar uma EDI.
∴ Se mulheres nunca devem ser discriminadas, então devemos passar uma EDI. [N, C, F, U, E]

13. Se a declaração de que "conhecimento é impossível" é verdadeira, então compreendemos a palavra "conhecer", mas não existem casos de conhecimento.
    Se compreendemos a palavra "conhecer", então o significado de "conhecer" é proveniente ou de uma definição verbal ou de exemplos experienciados de conhecimento.
    Se o significado de "conhecer" é proveniente de uma definição verbal, então existe um acordo sobre definição de "conhecer".
    Não existe um acordo sobre definição de "conhecer".
    Se o significado de "conhecer" é proveniente de exemplos experienciados de conhecimento, então existem casos de conhecimento.
    ∴ A declaração de que "conhecimento é impossível" é falsa. [Utilize I, C, C', D, E, e A. Essa é uma forma do argumento paradigmático.]

14. Se *p* é o maior primo, então *n* (podemos estipular) é um mais o produto de todos os primos menores que *p*.
    Se *n* é um mais o produto de todos os primos menores que *p*, então ou *n* é primo ou *n* não é primo, mas tem fatores primos maiores que *p*.
    Se *n* é primo, então *p* não é o maior primo.
    Se *n* não tem fatores primos maiores que *p*, então *p* não é o maior primo.
    ∴ *p* não é o maior primo. [Utilize M, N, P e F. Essa prova de que não existe maior número primo é do matemático grego Euclides.]

7.2 Refutações mais fáceis

O início deste capítulo apresentou um argumento em que o mordomo cometeu o assassinato. Mas agora vamos supor que surgem dúvidas sobre a premissa-chave de que *a empregada não tinha um motivo*; e então abandonamos essa premissa. O raciocínio então não funciona – é inválido:

As únicas pessoas na mansão eram o mordomo e a empregada.
Se as únicas pessoas na mansão eram o mordomo e a empregada, então o mordomo ou a empregada cometeu o assassinato.
Se a empregada o cometeu, então ela tinha um motivo.
∴ O mordomo o cometeu.

T
$(T \supset (M \vee E))$
$(E \supset M')$
∴ M

Se apresentássemos esse argumento fraco, o advogado do mordomo poderia objetar: "Sim, sabemos que as únicas pessoas na mansão

eram o mordomo e a empregada, e então um deles cometeu assassinato. Mas talvez a empregada tenha cometido o assassinato – não o mordomo – e a empregada tinha um motivo. Já que os fatos conhecidos são inconsistentes com as possibilidades, esses fatos conhecidos não mostram que o mordomo cometeu o assassinato". Temos aqui uma **refutação** – um conjunto de condições verdadeiras que fazem de todas as premissas verdadeiras e a conclusão falsa. Uma refutação mostra que o argumento é inválido.

Se tentarmos provar esse argumento inválido, começaremos assumindo que o mordomo *não* cometeu o assassinato. Mas isso não levará a uma contradição. Ao invés, alcançaremos uma refutação que mostra que o argumento é inválido:

1 T * 2 (T ⊃ (M ∨ E)) * 3 (E ⊃ M') [∴ M 4 ass: ~M * 5 ∴ (M ∨ E) {de 1 e 2} 6 ∴ E {de 4 e 5} 7 ∴ M' {de 3 e 6}	Como de hábito, assumimos o oposto da conclusão. Depois utilizamos regras-S e regras-I para derivar o que podemos. Mas agora não obtemos contradição.
1 T * 2 (T ⊃ (M ∨ E)) * 3 (E ⊃ M') [∴ M 4 ass: ~M * 5 ∴ (M ∨ E) {de 1 e 2} 6 ∴ E {de 4 e 5} 7 ∴ M' {de 3 e 6}	T, E, M', ~M Construímos uma caixa de refutação – que contém as fbfs simples (letras ou suas negações) a partir das linhas não-bloqueadas (1, 4, 6 e 7).
1 $T^1 = 1$ **Inválido** * 2 $(T^1 \supset (B^0 \vee M^1)) = 1$ * 3 $(M^1 \supset M'^1) = 1$ [∴ $B^0 = 0$ 4 ass: ~M * 5 ∴ (M ∨ E) {de 1 e 2} 6 ∴ E {de 4 e 5} 7 ∴ M' {de 3 e 6}	T, E, M', ~M Para verificar a refutação, atrelamos os valores no argumento para ver se eles fazem todas as premissas verdadeiras e a conclusão falsa. Eles o fazem!

Com argumentos inválidos, não obtemos contradição; ao invés, obtemos uma refutação. Para construir a caixa de refutação, tomamos as fbfs simples (letras ou suas negações) das linhas não bloqueadas e as colocamos em uma caixa (sua ordem não importa). Nossa caixa também pode ser escrita destas duas maneiras:

$T = 1, E = 1, M' = 1, M = 0$

T^1, E^1, M'^1, M^0

Depois atrelamos os valores de verdade no argumento original. Se a caixa de refutação tem uma letra por si só (como "T" ou "E"), então marcamos essa letra como *verdadeira* ("1") no argumento; se nela tiver a negação de uma letra (como "~B"), então marcamos essa letra como *falso* ("0"); qualquer letra que não ocorra na caixa é desconhecida ("?" – podemos às vezes refutar um argumento mesmo que todas as letras não tenham valores). Então descobrimos se esses valores fazem com que todas as premissas sejam verdadeiras e a conclusão falsa; se eles o fazem, então isso mostra que o argumento é inválido.

E se não obtemos todas as premissas verdadeiras e a conclusão falsa? Então fizemos algo errado. A linha falha (uma premissa 0 ou ?, ou a conclusão 1 ou ?) é a fonte do problema; talvez tenhamos derivado algo de maneira incorreta a partir dessa linha, ou não derivamos algo que deveríamos ter derivado. Então nossa estratégia pode nos dizer quando algo deu errado e onde procurar para arrumar o problema.

Aqui outro argumento inválido e sua refutação:

	1	$(A^0 \supset B^1) = 1$	Inválido
*	2	$(C^0 \vee B^1) = 1$	
		[$\therefore (C^0 \vee A^0) = 0$	
*	3	ass: $\sim(C \vee A)$	
	4	$\therefore \sim C$ {de 3}	
	5	$\therefore \sim A$ {de 3}	
	6	$\therefore B$ {de 2 e 4}	

$B, \sim A, \sim C$

Já que não obtemos uma contradição, construímos uma caixa de refutação. Atrelamos os valores no argumento e descobrimos que obtemos todas as premissas verdadeiras e a conclusão falsa.

Podemos ser tentados a utilizar linha 1 com 5 ou 6 para derivar uma conclusão adicional – e uma contradição. Mas não podemos derivar nada válido aqui:

$$\frac{(A \supset B) \quad \sim A}{\text{nulo}} \qquad \frac{(A \supset B) \quad B}{\text{nulo}}$$

Se aplicarmos erroneamente as regras-I, podemos erroneamente "provar" que o argumento é válido.

Deixe-me resumir. Suponha que queremos que, dadas certas premissas, o mordomo seja culpado. Assumimos que ele é inocente e tentamos mostrar que isso leva a uma contradição – e então ele há de ser culpado. Mas se não obtemos contradição, então podemos ser capazes

de mostrar como as premissas podem ser verdadeiras enquanto, todavia, ele é inocente – consequentemente mostrando que o argumento contra ele é inválido.

Sugiro esta estratégia para provar ou refutar um argumento proposicional:

1. INÍCIO: Bloqueie a conclusão e acrescente "ass:" seguida pela contradição mais simples da negação.
2. S&I: percorra as fbfs complexas que não estão estreladas ou bloqueadas e as utilize para derivar novas fbfs utilizando regras-S e regras-I. Estrele qualquer fbf que você simplifique utilizando uma regra-S, ou a fbf mais longa utilizada em uma inferência de regra-I.
   - Se você obtém uma contradição, então vá para RAA (passo 3).
   - Se você não pode derivar nada mais e todavia não tem nenhuma contradição, então vá para REFUTAR (passo 4).
3. RAA: aplique a regra RAA. Você provou que o argumento é válido.
4. REFUTAR: construa uma caixa de refutação contendo todas as fbfs simples (letras ou suas negações) que não foram bloqueadas. No argumento original, marque cada letra com "1" ou "0" ou "?" dependendo se na caixa consta a letra ou sua negação ou nenhuma das duas. Se essas condições fazem com que todas as premissas sejam verdadeiras e a conclusão falsa, então isso mostra que o argumento é inválido.

Essa estratégia pode provar ou refutar a maioria dos argumentos proposicionais. Veremos mais adiante que alguns argumentos precisam de uma estratégia mais complexa e múltiplas assunções.

7.2a Exercício – também LogiCola GEI

Prove que cada um destes argumentos são inválidos (eles são todos inválidos).

(A ⊃ B)
∴ (B ⊃ A)

	1	$(A^0 \supset B^1) = 1$	Inválido
		[∴ $(B^1 \supset A^0) = 0$	
*	2	ass: ~(B ⊃ A)	B, ~A
	3	∴ B {de 2}	
	4	∴ ~A {de 2}	

1. $(A \vee B)$
$\therefore A$

2. $(A \supset B)$
$(C \supset B)$
$\therefore (A \supset C)$

3. $\sim(A \cdot \sim B)$
$\therefore \sim(B \cdot \sim A)$

4. $(A \supset (B \cdot C))$
$(\sim C \supset D)$
$\therefore ((B \cdot \sim D) \supset A)$

5. $((A \supset B) \supset (C \supset D))$
$(B \supset D)$
$(A \supset C)$
$\therefore (A \supset D)$

6. $(A \equiv B)$
$(C \supset B)$
$\sim(C \cdot D)$
D
$\therefore \sim A$

7. $((A \cdot B) \supset C)$
$\therefore (B \supset C)$

8. $((A \cdot B) \supset C)$
$((C \vee D) \supset \sim E)$
$\therefore \sim(A \cdot E)$

9. $\sim(A \cdot B)$
$(\sim A \vee C)$
$\therefore \sim(C \cdot B)$

10. $\sim(\sim A \cdot \sim B)$
$\sim C$
$(D \vee \sim A)$
$((C \cdot \sim E) \supset \sim B)$
$\sim D$
$\therefore \sim E$

7.2b Exercício – também LogiCola GEI

Primeiro avalie intuitivamente. Depois traduza em lógica (utilizando as letras dadas) e diga se o argumento é válido (e dê uma prova) ou inválido (e dê uma refutação).

1. Se o mordomo atirou em Jones, então ele sabia como utilizar uma arma.
Se o mordomo era um soldado, então ele sabia como utilizar uma arma.
O mordomo era um soldado.
∴ O mordomo atirou em Jones. [Utilize A, S e S'.]

2. Se virtude pode ser ensinada, então ou existem professores de virtude profissionais ou existem professores de virtude amadores.
Se existem professores de virtude profissionais, então os Sofistas podem ensinar seus alunos a serem virtuosos.
Se existem professores de virtude amadores, então os atenienses mais nobres podem ensinar virtude a seus filhos.
Os Sofistas não podem ensinar seus alunos a serem virtuosos e o mais nobre dos atenienses (tal como o grande líder Péricles) não pode ensinar seus filhos a serem virtuosos.
∴ Virtude não pode ser ensinada. [Utilize V, P, A, S e N. Do *Menon* de Platão]

3. Seria igualmente errado para um sádico (por meio de uma injeção de droga que o cegaria mas que não machucaria sua mãe) tê-lo cegado permanentemente antes ou depois de seu nascimento.
Se fosse igualmente errado para um sádico (por meio de tal injeção de droga) tê-lo cegado permanentemente antes ou depois de seu nascimento, então é falso que o direito moral de alguém a iguais considerações comece no nascimento.

Se infanticídio é errado e aborto não é errado, então o direito moral de alguém a iguais considerações começa no nascimento.
Infanticídio é errado.
∴ Aborto é errado. [Utilize I, D, I' e A.]

4. Se você detém uma crença moral e não age segundo ela, então você é inconsistente.
Se você é inconsistente, então você está fazendo algo errado.
∴ Se você detém uma crença moral e age segundo ela, então você não está fazendo nada errado. [Utilize M, A, I e E. A conclusão é plausível? Que conclusão mais plausível segue dessas premissas?]

5. Se Sócrates escapar da prisão, então ele vai obedecer o Estado somente quando ele o agradar.
Se ele quer obedecer o Estado somente quando ele o agradar, então ele não acredita realmente no que ele diz e ele é incosistente.
∴ Se Sócrates realmente acredita no que ele diz, então ele não escapará da prisão. [Utilize E, Q, R e I. Do *Criton* de Platão. Sócrates esteve na prisão e foi sentenciado à morte por ensinar filosofia. Ele discutiu com amigos se ele deveria escapar da prisão, ao invés de sofrer a pena de morte.]

6. Ou a morte de Sócrates será um sono perpétuo, ou se os Deuses são bons então sua morte será uma entrada para uma vida melhor.
Se a morte de Sócrates for um sono perpétuo, então ele não deve temer a morte.
Se a morte de Sócrates for uma entrada em uma vida melhor, então ele não deve temer a morte.
∴ Sócrates não deve temer a morte. [Utilize P, G, M e T. Do *Criton* de Platão – exceto por qual premissa omitida?]

7. Se a predestinação é verdadeira, então Deus nos causa a pecar.
Se Deus nos causa a pecar e, todavia, condena pecadores à punição eterna, então Deus não é bom.
∴ Se Deus é bom, então ou a predestinação não é verdadeira ou então Deus não condena pecadores à punição eterna. [Utilize P, C, C' e B. Isso ataca as visões do colonialista estadunidense Jonathan Edwards.]

8. Se o determinismo é verdadeiro, então não temos livre-arbítrio.
Se a interpretação de Heisenberg sobre física quântica está correta, alguns eventos não são necessariamente causados por eventos prévios.
Se alguns eventos não são necessariamente causados por eventos prévios, o determinismo é falso.

∴ Se a interpretação de Heisenberg sobre física quântica está correta, então temos livre-arbítrio.

9. A função do governo é proteger a vida, a liberdade e a busca por felicidade.
   O governo colonial britânico não as protege.
   A única maneira de mudar isso é por revolução.
   Se a função do governo é proteger a vida, a liberdade e a busca por felicidade e o governo colonial britânico não as protege, então o governo colonial britânico deve ser mudado.
   Se o governo colonial britânico deve ser mudado e a única maneira de fazê-lo é por revolução, então devemos ter uma revolução.
   ∴ Devemos ter uma revolução. [Utilize G, B, U, M e R. Isso resume o raciocínio por trás da declaração de independência estadunidense. A premissa 1 foi declarada como autoevidente, as premissas 2 e 3 foram fundamentadas em dados históricos, e as premissas 4 e 5 foram premissas conceituais implícitas de ligação.]

10. O ensinamento dos discípulos é proveniente ou de Deus ou é de origem humana.
    Se é proveniente de Deus e matamos os apóstolos, então estaremos lutando contra Deus.
    Se é de origem humana, então ele colapsará por si só.
    Se ele colapsará por si só e matamos os apóstolos, então nossa matança será desnecessária.
    ∴ Se matamos os apóstolos, então ou nossa matança será desnecessária ou estaremos lutando contra Deus. [Utilize D, H, M, L, C e D'. Esse argumento, de Rabbi Gamaliel em Atos 5,34-39, talvez seja o raciocínio mais complexo da Bíblia.]

11. Se o materialismo (a visão de que existe somente matéria) é verdadeiro, então o idealismo é falso.
    Se o idealismo (a visão de que apenas a mente existe) é verdadeiro, então o materialismo é falso.
    Se eventos mentais existem, então o materialismo é falso.
    Se os materialistas *pensam* que sua teoria é verdadeira, então eventos mentais existem.
    ∴ Se os materialistas *pensam* que sua teoria é verdadeira, então o idealismo é verdadeiro. [M, I, E, P]

12. Se o determinismo é verdadeiro e crueldade é errado, então o universo contém ações erradas inevitáveis.
    Se o universo contém ações erradas inevitáveis, então devemos lamentar o universo como um todo.

Se o determinismo é verdadeiro e lamentar crueldade é errado, então o universo contém ações erradas inevitáveis.

∴ Se o determinismo é verdadeiro, então ou devemos lamentar o universo como um todo (a opção pessimista) ou então crueldade não é errado (a opção "nada importa"). [Utilize D, C, I, D' e L. Isso esboça o raciocínio desenvolvido em "O Dilema do Determinismo" por William James. James pensava que, quando não podemos provar um lado ou o outro como correto (como na questão de determinismo), é mais racional escolher nossas crenças de acordo com considerações práticas. Ele argumentou que essas pesavam contra o determinismo.]

13. Se uma crença é provada, então ela é digna de aceitação.
Se uma crença não é refutada, mas é de valor prático para nossas vidas, então é digna de aceitação.
Se uma crença é provada, então ela não é refutada.
∴ Se uma crença é provada ou é de valor prático para nossas vidas, então ela é digna de aceitação. [P, D, R, V]

14. Se você é consistente e acredita que roubar seja normalmente permissível, então você consentirá com a ideia de outros roubarem de você em circunstâncias normais.
Você não consente com a ideia de outros roubarem de você em circunstâncias normais.
∴ Se você é consistente, então você não pensa que roubar seja normalmente permissível. [C, N, V]

15. Se o significado de um termo é sempre o objeto ao qual ele se refere, então o significado de "Fido" é Fido.
Se o significado de "Fido" é Fido, então se Fido está morto então o significado de "Fido" é morto.
Se o significado de "Fido" é morto, então "Fido está morto" não tem significado.
"Fido está morto" tem significado.
∴ O significado de um termo não é sempre o objeto ao qual ele se refere. [Utilize A, B, F, D, e S. De Ludwig Wittgenstein, exceto por qual premissa oculta?]

16. Deus é todo-poderoso.
Se Deus é todo-poderoso, então ele pode ter criado o mundo de qualquer maneira logicamente possível e o mundo não possui nenhuma necessidade.
Se o mundo não possui nenhuma necessidade, então não podemos saber a maneira que o mundo é por especulações abstratas a não ser a partir da experiência.

∴ Não podemos saber a maneira que o mundo é por especulação abstrata a não ser a partir da experiência. [Utilize T, C, N e C'. De Guilherme de Ockham.]

17. Se Deus muda, então ele muda para pior ou para melhor.
    Se ele é perfeito, então ele não muda para pior.
    Se ele muda para melhor, então ele não é perfeito.
  ∴ Se Deus é perfeito, então ele não muda. [M, P, M', P']

18. Se crença em Deus tem respaldo científico, então crença em Deus é racional.
    Nenhum experimento científico concebível pode decidir se existe um Deus.*
    Se crença em Deus tem respaldo científico, então algum experimento científico concebível poderia decidir se existe um Deus.
  ∴ Crença em Deus não é racional. [C, R, D]

19. Todo evento com probabilidade finita eventualmente ocorre.
    Se as nações do mundo não se livrarem de suas armas nucleares, então existe uma probabilidade finita de que humanidade eventualmente destruirá o mundo.
    Se todo evento com probabilidade finita eventualmente ocorre e existe uma probabilidade finita de que humanidade eventualmente destruirá o mundo, então a humanidade eventualmente destruirá o mundo.
  ∴ Ou as nações do mundo se livrarão de suas armas nucleares, ou a humanidade eventualmente destruirá a Terra. [E, L, F, H]

20. Se o mundo não é fundamentalmente absurdo, então vida consciente continuará para sempre e o processo mundial culminará em um objetivo pessoal eterno.
    Se existe um Deus, então vida consciente não continuará para sempre.
  ∴ Se o mundo não é fundamentalmente absurdo, então existe um Deus. [Utilize A, S, C e D. De um cientista jesuíta, Pierre Teilhard de Chardin.]

21. Se choveu aqui nessa data há 500 anos e não existe maneira de saber se choveu aqui nessa data há 500 anos, então existem verdades objetivas que não podemos conhecer.
    Se não choveu aqui nessa data há 500 anos e não existe maneira de saber se choveu aqui nessa data há 500 anos, então existem verdades objetivas que não podemos conhecer.
    Não há maneira de saber se choveu aqui nessa data há 500 anos.
  ∴ Existem verdades objetivas que não podemos conhecer. [C, C', O]

22. Se você sabe que você não existe, então você não existe.
Se você sabe que você não existe, então você sabe algumas coisas.
Se você sabe algumas coisas, então você existe.
∴ Você existe. [S, E, A]

23. Temos uma ideia de um ser perfeito.
Se temos uma ideia de um ser perfeito, então essa ideia é ou a partir do mundo ou a partir de um ser perfeito.
Se essa ideia é de um ser perfeito, então existe Deus.
∴ Existe Deus. [I, M, P e D. De René Descartes, exceto por qual premissa oculta?]

24. A distância de A a B pode ser dividida em uma infinidade de pontos espaciais.
Alguém pode cruzar apenas um ponto espacial de cada vez.
Se alguém pode cruzar apenas um ponto espacial de cada vez, então alguém não pode cruzar uma infinidade de pontos espaciais em um tempo finito.
Se a distância de A a B pode ser dividida em uma infinidade de pontos espaciais e alguém não pode cruzar uma infinidade de pontos espaciais em um tempo finito, então alguém não pode mover-se do ponto A ao B em um tempo finito.
Se movimento é real, então alguém pode mover-se de A a B em um tempo finito.
∴ Movimento não é real. [Utilize D, A, P, M e R. Do grego antigo Zenão de Eleia, que negava a realidade de movimento.]

25. Se a raiz quadrada de 2 é igual a alguma fração de númeors inteiros positivos, então (estipulamos) a raiz quadrada de 2 é igual a x/y e x/y é simplificado o máximo possível.
Se a raiz quadrada de 2 é igual a x/y, então $2 = x^2/y^2$.
Se $2 = x^2/y^2$, então $2y^2 = x^2$.
Se $2y^2 = x^2$, então x é par.
Se x é par e $2y^2 = x^2$, então y é par.
Se x é par e y é par, então x/y não é simplificado o máximo possível.
∴ A raiz quadrada de dois não é igual à fração de números inteiros positivos. [F, I, S, T, T', X, Y]

7.3 Provas mais difíceis

A estratégia de prova que apresentamos não funciona com o seguinte argumento:

Se o mordomo estava na festa, então ele arranjou as bebidas e envenenou o falecido. Se o mordomo não estava na festa, então o detetive teria visto o mordomo deixar a mansão e teria relatado isso. O detetive não relatou isso. ∴ O mordomo envenenou o falecido.	(F ⊃ (A • E)) (~ F ⊃ (D • R)) ~ R ∴ E

Se assumimos "~E", então travamos. Não podemos aplicar regras-S ou regras-I ou RAA; e não temos fbfs simples suficientes para uma refutação. O que podemos fazer? Em nossa estratégia estendida, quando travarmos faremos outra assunção.

Aqui uma prova que utiliza nossa estratégia estendida:

1 (F ⊃ (A • E)) 2 (~F ⊃ (D • R)) 3 ~R [∴ E 4 ass: ~E	Estamos travados. Não podemos derivar nada, e então não podemos obter uma prova ou uma refutação. Então fazemos uma outra assunção.
1 (F ⊃ (A • E)) 2 (~F ⊃ (D • R)) 3 ~R [∴ E 4 ass: ~E 5 ass: ~F {quebra de 1}	Escolhemos uma fbf complexa que não utilizamos ainda (1 ou 2), escolhemos lado esquerdo ou direito, e assumimos sua afirmação ou sua negação. Aqui decidimos assumir a negação do lado esquerdo da linha 1.
1 (F ⊃ (A • E)) ** 2 (~F ⊃ (D • R)) 3 ~R ⇐ [∴ E 4 ass: ~E 5 ass: ~F {quebra de 1} ** 6 ∴ (D • R) {de 2 e 5} 7 ∴ D {de 6} 8 ∴ R {de 6} ⇐	Utilizamos regras-S e regras-I para derivar linhas adicionais. Mas agora utilizamos duas estrelas (uma para cada assunção). Linhas 3 e 8 são contraditórias.
1 (F ⊃ (A • E)) 2 (~F ⊃ (D • R)) 3 ~R ⇐ [∴ E 4 ass: ~E 5 ┌ ass: ~F {quebra de 1} 6 │ ∴ (D • R) {de 2 e 5} 7 │ ∴ D {de 6} 8 └ ∴ R {de 6} ⇐ 9 ∴ F {de 5; 3 contradiz 8}	Já que obtemos uma contradição, nós: • bloqueamos as linhas a partir da última assunção para baixo, • derivamos o oposto dessa última assunção, e • apagamos sequências de estrelas com mais estrelas do que o número de assunções remanescentes.

*	1	(F ⊃ (A • E))
	2	(~ F ⊃ (D • R))
	3	~ R
		[∴ E
	4	ass: ~ E ⇐
	5	ass: ~F {quebra de 1}
	6	∴ D • R {de 2 e 5}
	7	∴ D {de 6}
	8	∴ R {de 6}
	9	∴ F {de 5, 3 contradiz 8}
*	10	∴ (A • E) {de 1 e 9}
	11	∴ A {de 10}
	12	∴ E {de 10} ⇐

Utilizamos regras-S e regras-I para derivar linhas adicionais e obtemos uma segunda contradição (linhas 4 e 12).

Ignoramos linhas bloqueadas (a conclusão original e linhas 5 a 8) ao derivarmos linhas adicionais e buscamos por contradições.

*	1	(F ⊃ (A • E)) Válido
	2	(~F ⊃ (D • R))
	3	~ R
		[∴ E
	4	ass: ~E
	5	ass: ~F {quebra de 1}
	6	∴ (D · R) {de 2 e 5}
	7	∴ D {de 6}
	8	∴ R {de 6}
	9	∴ F {de 5; 3 contradiz 8}
*	10	∴ (A • E) {de 1 e 9
	11	∴ A {de 10}
	12	∴ E {de 10}
	13	∴ E {de 4; 4 contradiz 12}

Por fim, aplicamos RAA novamente, desta vez em nossa assunção original.

Para provar que o argumento é válido, precisamos de uma contradição para cada assunção.

Nossa prova está feita!

A parte mais difícil de provas com assunções múltiplas é saber *quando* fazer outra assunção e *o que* assumir.

(1) *Faça outra assunção quando você estiver travado.* Isso significa que você não pode aplicar regras-S e regras-I adicionais – e todavia você não pode provar que o argumento é VÁLIDO (já que você não tem uma contradição) ou INVÁLIDO (já que você não tem fbfs simples suficientes para uma refutação). Não faça assunções adicionais muito cedo; é "muito cedo" se você ainda pode aplicar regras-S ou regras-I ou RAA. Sempre utilize regras-S ou regras-I ou RAA em seu limite antes de introduzir assunções adicionais.

(2) *Quando você está travado, faça uma assunção que quebre uma fbf complexa.* Busque por uma fbf complexa que não esteja estrelada, bloqueada ou *quebrada* (uma fbf está quebrada se já temos um lado ou sua negação, mas não o que precisamos para concluir algo novo). Essa fbf terá uma das seguintes formas:

$\sim(A \bullet B)$ $\quad(A \vee B)$ $\quad(A \supset B)$

Assuma um lado ou sua negação. Nesses casos, poderíamos utilizar qualquer uma destas:

ass: A ass: ~A ass: B ass: ~B

Enquanto qualquer uma das quatro funcionaria, nossa prova se desenvolverá diferentemente, dependendo de qual utilizarmos. Suponha que queremos quebrar "(A ⊃ B)"; compare o que ocorre se assumimos "A" ou assumimos "~ A":

(gratificação imediata)	(A ⊃ B) ass: A ∴ B	(A ⊃ B) ass: ~ A ...	*(gratificação tardia)*

No primeiro caso assumimos "A" e obtemos gratificação imediata; podemos utilizar uma regra-I em "(A ⊃ B)" imediatamente para obter "B". No segundo caso, assumimos "~ A" e obtemos gratificação tardia; seremos capazes de utilizar uma regra-I em "(A ⊃ B)" somente mais tarde, depois que a assunção morre (se ela morre) e derivamos "A". A abordagem da "gratificação tardia" tende a produzir provas mais curtas; economiza em média uma linha, com todo ganho surgindo em argumentos inválidos. Então às vezes uma prova é mais simples se você assumir uma coisa ao invés de outra.

Siga a mesma estratégia em fbfs que são mais complicadas. Para quebrar "((A • B) ⊃ (C • D))", podemos fazer qualquer uma destas quatro assunções:

ass: (A • B) ass: ~(A • B) ass: (C • D) ass: ~(C • D)

Assuma um lado ou sua negação. Nunca assuma a negação de uma linha inteira.

Também, nunca faça uma assunção para quebrar uma fbf que já esteja *quebrada*. Uma fbf está *quebrada* se já tivermos um lado ou sua negação, mas não o que precisamos para concluir nada novo. Então uma linha "(A ⊃ B)", por exemplo, está quebrada se já tivermos uma linha não bloqueada com "~ A" ou "B". Em um tal caso, em nada nos ajudará fazer uma assunção para quebrar "(A ⊃ B)".

Após fazer nossa segunda assunção, estrelamos as mesmas coisas que antes – exceto que agora utilizamos mais estrelas:

Estrele quaquer fbf que você simplifique utilizando uma regra-S

** $(A \cdot B)$
___
$\therefore A$
$\therefore B$

Utilize uma estrela para cada assunção viva.

Estrele a fbf mais longa utilizada em uma inferência de regra-I.

** $(A \supset B)$
A
___
$\therefore B$

Uma assunção viva é uma assunção que não foi bloqueada. Então, se temos duas assunções vivas, utilizamos duas estrelas. E se temos três assunções vivas, utilizamos três estrelas. Como antes, linhas estreladas são redundantes; quando fazemos uma prova, podemos focar em *fbfs complexas que não foram estreladas ou bloqueadas* e o que pode ser derivado delas. Múltiplas estrelas significam "Você pode ignorar esta linha por hora, mas você pode precisar utilizá-la mais tarde".

Quando temos múltiplas assunções vivas e encontramos uma contradição:

- bloqueamos as linhas a partir da última assunção para baixo (isso indica que essas linhas não serão mais utilizadas na prova – já que elas dependem de uma assunção que concluímos ser falsa);
- derivamos o oposto dessa última assunção; e
- apagamos as sequências de estrelas com mais estrelas do que o número de assunções vivas (fazemos isso porque as linhas que fazem dessas linhas estreladas redundantes estão agora bloqueadas).

Atenção na parte sobre apagar sequências de estrelas com mais estrelas do que o número de assunções restantes. Portanto, se nossa segunda assunção morre, nos deixando apenas com uma assunção, então apagamos estrelas duplas ("**").

Quando nossa última assunção viva leva a uma contradição, provamos que o argumento é válido. Argumentos válidos raramente necessitam mais do que duas assunções. Mas se travarmos de novo depois de fazer uma segunda assunção, então precisaremos fazer uma terceira assunção.

Nossa estratégia final de prova pode provar ou refutar qualquer argumento proposicional (como mostraremos na seção 15.4):

1. INÍCIO: Bloqueie a conclusão e acrescente "ass:" seguida da contradição mais simples da negação.
2. S&I: Percorra as fbfs que não estão estreladas ou bloqueadas e as utilize para derivar novas fbfs utilizando regras-S e regras-I. Estrele (com uma estrela para cada assunção viva) qualquer fbf que você simplifique utilizando uma regra-S, ou a fbf mais longa utilizada em uma inferência de regra-I.

- Se você obtiver uma contradição, então vá para RAA (passo 3).
- Se você não pode derivar nada mais, mas existe uma fbf complexa que não esteja bloqueada ou estrelada, então vá para ASSUMA (passo 4).
- Se você não pode derivar nada mais e toda fbf complexa está estrelada ou bloqueada ou quebrada, então vá para REFUTE (passo 5).

3. RAA: Aplique a regra RAA. Se todas as assunções estão agora bloqueadas, você provou que o argumento é válido. Caso contrário, apague as sequências de estrelas com mais estrelas do que o número de assunções vivas e retorne ao passo 2.
4. ASSUMA: Escolha uma fbf complexa que não foi estrelada ou bloqueada ou quebrada. Essa fbf terá uma destas formas: "~ (A • B)", "(A ∨ B)" ou "(A ⊃ B)". Assuma um lado ou sua negação e retorne ao passo 2.
5. REFUTE: Construa uma caixa de refutação contendo quaisquer fbfs simples (letras ou suas negações) que não estão bloqueadas. No argumento original, marque cada letra com "1" ou "0" ou "?", dependendo em se a caixa contém a letra ou sua negação ou nenhuma das duas. Essas condições de verdade deveriam fazer todas as premisssas verdadeiras e a conclusão falsa – mostrando assim que o argumento é inválido.

Aqui outro exemplo de um argumento válido de múltiplas-assunções (mais tarde veremos argumentos inválidos de múltiplas-assunções):

```
   1   (A ⊃ (B • C))
   2   (B ⊃ (A • C))
  [∴   ((A ∨ B) ⊃ C)
*  3   ass: ~ ((A ∨ B) ⊃ C)
   4   ∴ (A ∨ B) {de 3}
   5   ∴ ~ C {de 3}
```

Depois de derivar algumas linhas, travamos e não podemos prosseguir, então precisamos fazer outra assunção. Poderíamos assumir o lado direito ou esquerdo (ou suas negações) das linhas 1, 2 ou 4.

```
** 1   (A ⊃ (B • C))
   2   (B ⊃ (A • C))
  [∴   ((A ∨ B) ⊃ C)
*  3   ass: ~((A ∨ B) ⊃ C)
   4   ∴ (A ∨ B) {de 3}
   5   ∴ ~C {de 3}  ⇐
   6     ass: A {quebra de 1}
** 7     ∴ (B • C) {de 1 e 6}
   8     ∴ B {de 7}
   9     ∴ C {de 7}  ⇐
```

Decidimos assumir o lado esquerdo da linha 1. Depois derivamos linhas adicionais até obtermos uma contradição (linhas 5 e 9).

Escrevemos estrelas duplas, já que temos duas assunções vivas.

```
    1   (A ⊃ (B • C))
    2   (B ⊃ (A • C))
        [ ∴ ((A v B) ⊃ C)
*   3     ass: ~((A v B) ⊃ C)
    4     ∴ (A v B) {de 3}
    5     ∴ ~C {de 3} ⇐
    6     ┌ ass: A {quebra de 1}
    7     │ ∴ (B • C) {de 1 e 6}
    8     │ ∴ B {de 7}
    9     └ ∴ C {de 7} ⇐
   10     ∴ ~A {de 6; 5 contradiz 9}
```

Bloqueamos a partir da assunção 6 para baixo, concluímos seu oposto na linha 10, e então (já que temos agora apenas uma assunção viva) apagamos as estrelas duplas.

Ignoramos linhas bloqueadas (a conclusão original e linhas 6 a 9) ao continuarmos a prova.

```
    1   (A ⊃ (B • C))      Válido
*   2   (B ⊃ (A • C))
        [ ∴ ((A v B) ⊃ C)
*   3   ┌ ass: ~((A v B) ⊃ C)
*   4   │ ∴ (A v B) {de 3}
    5   │ ∴ ~C {de 3}
    6   │ ┌ ass: A {quebra de 1}
    7   │ │ ∴ (B • C) {de 1 e 6}
    8   │ │ ∴ B {de 7}
    9   │ └ ∴ C {de 7}
   10   │ ∴ ~A {de 6; 5 contradiz 9}  ⇐
   11   │ ∴ B {de 4 e 10}
   12   │ ∴ (A • C) {de 2 e 11}
   13   └ ∴ A {de 12}  ⇐
   14   ∴ ((A v B) ⊃ C) {de 3; 10 contra-
           diz 13}
```

Derivamos linhas adicionais e obtemos nossa segunda contradição (linhas 10 e 13). Aplicamos RAA novamente, dessa vez em nossa assunção original.

Para provar que o argumento é válido, precisamos de uma contradição para cada assunção.

Nossa prova está feita!

7.3a Exercício – também LogiCola GHV

Prove que cada um destes argumentos é válido (eles são todos válidos).

```
(B v A)
(B ⊃ A)
∴ ~(A ⊃ ~A)
```

```
*   1   (B v A)    Válido
    2   (B ⊃ A)
       [ ∴ ~(A ⊃ ~A)
*   3   ┌ ass: (A ⊃ ~A)
    4   │ ┌ ass: B {quebra de 1}
    5   │ │ ∴ A {de 2 e 4}
    6   │ └ ∴ ~A {de 3 e 5}
    7   │ ∴ ~B {de 4; 5 contradiz 6}
    8   │ ∴ A {de 1 e 7}
    9   └ ∴ ~A {de 3 e 8}
   10   ∴ ~(A ⊃ ~A) {de 3; 8 contradiz 9}
```

1. $(A \supset B)$
   $(A \vee (A \cdot C))$
   $\therefore (A \cdot B)$

2. $(((A \cdot B) \supset C) \supset (D \supset E))$
   D
   $\therefore (C \supset E)$

3. $(B \supset A)$
   $\sim(A \cdot C)$
   $(B \vee C)$
   $\therefore (A \equiv B)$

4. $(A \vee (D \cdot E))$
   $(A \supset (B \cdot C))$
   $\therefore (D \vee C)$

5. $((A \supset B) \supset C)$
   $(C \supset (D \cdot E))$
   $\therefore (B \supset D)$

6. $(\sim(A \vee B) \supset (C \supset D))$
   $(\sim A \cdot \sim D)$
   $\therefore (\sim B \supset \sim C)$

7. $(\sim A \equiv B)$
   $\therefore \sim(A \equiv B)$

8. $(A \supset (B \cdot \sim C))$
   C
   $((D \cdot \sim E) \vee A)$
   $\therefore D$

7.3b Exercício – também LogiCola GHV

Primeiro apreenda intuitivamente. Depois traduza em lógica (utilizando as letras dadas) e prove que são válidos (todos são válidos).

1. Ou o mordomo arranjou a bebida e envenenou o falecido, ou o mordomo adicionou veneno mais tarde e envenenou o falecido.
   Se o mordomo envenenou o falecido, então o mordomo é culpado.
   ∴ O mordomo envenenou o falecido e é culpado. [Utilize A, E, A' e C.]

2. Se estou pegando um resfriado e me exercito, então vou piorar e me sentir péssimo.
   Se eu não me exercitar, então sofrerei carência de exercício e me sentirei péssimo.
   ∴ Se estou pegando um resfriado, então me sentirei péssimo. [Utilize R, E, P, P' e C. Esse argumento é mais fácil se você quebrar a premissa 1 (não a 2) para fazer sua assunção.]

3. Você terá nota A se e somente se você ou tirar um cem no exame final ou então der propina ao professor.
   Você não tirará um cem no exame final.
   ∴ Você terá nota A se e somente se você der propina ao professor. [A, C e P.]

4. Se o presidente Nixon sabia sobre o acobertamento de Watergate, então ele mentiu para o povo estadunidense em rede nacional e ele deveria renunciar.

Se o presidente Nixon sabia sobre o acobertamento de Watergate, então ele era incopetentemente ignorante e ele deveria renunciar.
∴ Nixon deveria renunciar. [S, M, R, I]

5. Se você não comprometer seus princípios, então você não terá dinheiro para sua campanha.
Se você não tiver dinheiro para sua campanha, então você não será eleito.
Você terá dinheiro para sua campanha, então você apelará a mais eleitores.
Se você apelar a mais eleitores, então você será eleito.
∴ Você será eleito se e somente se você comprometer seus princípios. [C, D, E, A]

6. Juízos morais expressam ou declarações verdadeiras ou sentimentos.
Se juízos morais expressam declarações verdadeiras, então "deve" expressa ou um conceito proveniente da experiência sensória ou um conceito objetivo que não é proveniente da experiência sensória.
"Deve" não expressa um conceito proveniente da experiência sensória.
"Deve" não expressa um conceito objetivo que não é proveniente da experiência sensória.
∴ Juízos morais expressam sentimentos, e não declarações verdadeiras. [V, S, S', O.]

7. Se o Michigan ou ganhou ou empatou, então o Michigan irá ao Rose Bowl e Gensler está feliz.
∴ Se Gensler não está feliz, então o Michigan não empatou. [G, E, R, F.]

8. Existem obrigações morais.
Se existem obrigações morais e obrigações morais são explicáveis, então ou existe uma explicação além da existência de Deus ou então a existência de Deus explicaria obrigações morais.
A existência de Deus não explica obrigações morais.
Ou obrigações morais não são explicáveis, ou então existe uma explicação além da existência de Deus. [M, E, A, D]

9. Se o determinismo é verdadeiro e Dra. Freudlov prevê corretamente (utilizando leis deterministas) o que eu vou fazer, então se ela me disser sua previsão eu farei algo diferente.

Se Dra. Freudlov me diz sua previsão e todavia eu fizer algo diferente, então Dra. Freudlov não previu corretamente o que (utilizando leis deterministas) eu vou fazer.

∴ Se o determinismo é verdadeiro, então Dra. Freudlov não prevê corretamente (utilizando leis deterministas) o que vou fazer ou então ela não me dirá sua previsão. [D, P, D', D"]

10. Se você fizer esta exigência a seu filho [que ele deixe Suzy ou então não terá sua escola de graduação financiada] e ele deixar Suzy, então ele se arrependerá de ter sido forçado a deixá-la e ele sempre o culpará. Se você fizer essa exigência a seu filho e ele não deixar Suzy, então ele se arrependerá de não ter ido à escola de graduação e ele sempre o culpará.

    ∴ Se você fizer essa exigência a seu filho, então ele sempre o culpará. [Utilize E, D, F, S, G; esse argumento é difícil.]

7.4 Refutações mais difíceis

Argumentos inválidos de múltiplas assunções funcionam como outros argumentos inválidos – exceto que precisamos fazer assunções adicionais antes que alcancemos nossa refutação. Segue um exemplo:

Argumento		Prova	
Se o mordomo estava na festa, ele arranjou as bebidas e envenenou o falecido.	1	$(F^0 \supset (A^? \bullet E^0)) = 1$	**Inválido**
Se o mordomo não estava na festa, ele estava na casa do vizinho.	** 2	$(\sim F^0 \supset V^1) = 1$	
∴ O mordomo envenenou o falecido.		[∴ $E^0 = 0$	V, ~F, ~E
	3	ass: ~E	
	4	ass: ~F {quebra de 1}	
	5	∴ V {de 2 e 4}	

Derivamos tudo que podemos e fazemos assunções adicionais quando necessário. Mas agora não alcançamos nenhuma contradição; ao invés, alcançamos uma refutação na qual o mordomo estava na casa do vizinho, não estava na festa, e não envenenou o falecido. Essa refutação faz de todas as premissas verdadeiras e a conclusão falsa.

Conforme trabalhamos a prova, podemos seguir a estratégia de prova dos cinco passos da seção anterior até obtermos uma prova ou uma refutação. Se toda assunção leva a contradição, então obtemos uma prova de validade. Mas como sabemos quando o argumento é inválido? Quando paramos de fazer assunções adicionais e, ao invés, construímos uma caixa de refutação? *Paramos e refutamos quando não podemos mais derivar nada adicional (utilizando regras-S ou regras-I ou RAA) e toda*

fbf está estrelada ou bloqueada ou quebrada. (Lembre-se de que uma fbf complexa está "quebrada" se temos um lado ou sua negação, mas nada que precisamos para concluir algo novo.)

Aqui um exemplo de um argumento inválido que requer três assunções:

```
  1    (A⁰ ⊃ B?) = 1 Inválido
  2    (C⁰ ⊃ D?) = 1
  3    (F⁰ ⊃ (C⁰ • D?)) = 1
   [ ∴ (E¹ ⊃ C⁰) = 0
* 4    ass: ~(E ⊃ C)
  5    ∴ E {de 4}
  6    ∴ ~ C {de 4}
  7       ass: ~ A {quebra de 1}
  8         ass: ~ F {quebra de 3}
```

E, ~ A, ~ C, ~ F

Continuamos até que não podemos derivar nada mais e todas as fbfs complexas estão ou estreladas (linha 4) ou bloqueadas (conclusão original) ou quebradas (linhas 1-3). Nossa refutação não tem valores para "B" ou "D"; mas ainda faz de todas as premissas verdadeiras e a conclusão falsa.

Nossa estratégia de prova, se aplicada corretamente, sempre dará uma prova ou refutação. Como essas se desenrolarão dependerá de quais linhas fazemos primeiro e o que decidimos assumir; provas e refutações podem diferir, mas ainda ser corretas.

7.4a Exercícios – também LogiCola GHI

Prove que todos estes argumentos são inválidos (todos são inválidos).

```
(A v ~ (B ⊃ C))
(D ⊃ (A ⊃ B))
∴ (C ⊃ ~ (D v A))
```

```
  1    (A¹ v ~ (B? ⊃ C¹)) = 1          Inválido
  2    (D⁰ ⊃ (A? ⊃ B¹)) = 1
   [∴ (C¹ ⊃ ~ (D⁰ v A¹)) = 0          A, C, ~ D
* 3    ass: ~ (C ⊃ ~ (D v A))
  4    ∴ C [de 3]
  5    ∴ (D v A) [de 3]
  6    ass: A [quebra 1]
  7    ass: ~ D [quebra 2]
```

1. ~ (A • B)
∴ (~ A • ~ B)

2. (A ⊃~B)
∴ ~ (A ⊃ B)

3. (A ⊃B)
(C⊃ (~ D • E))
∴ (D v F)

4. ~ (A • B)
∴ ~ (A ■ B)

5. (A ⊃ (B • C))
((D ⊃ E) ⊃ A)
∴ (E v C)

6. (~ A v ~ B)
∴ ~ (A v B)

7. ((A • B) ⊃ ~ (C • D))
C
(E ⊃ B)
∴ ~ E

8. (A ⊃ (B ⊃ C)
(B v ~ (C ⊃ D))
∴ (D ⊃ ~ (A v ~ B))

7.4b Exercícios – também LogiCola GHI

Primeiro avalie intuitivamente. Depois traduza em lógica (utilizando as letras dadas) e diga se o argumento é válido (e dê uma prova) ou inválido (e dê uma refutação).

1. Se a empregada preparou a bebida, então o mordomo não a preparou.
   A empregada não preparou a bebida.
   Se o mordomo preparou a bebida, então ele envenou a bebida e é culpado.
   ∴ O mordomo é culpado. [Utilize E, M, E' e C.]

2. Se você disser a seu professor que você gosta de lógica, então seu professor irá pensar que você é insincero e você terá problemas.
   Se você não diz a seu professor que você gosta de lógica, então seu professor pensará que você desgosta de lógica e você terá problemas.
   ∴ Você terá problemas. [Utilize L, I, P, D.]

3. Se não tivermos reforços, então o inimigo irá nos esmagar e não sobreviveremos.
   ∴ Se tivermos reforços, então conquistaremos o inimigo e sobreviveremos. [Utilize R, E, S e C.]

4. Se Sócrates não aprovasse as leis de Atenas, então ele teria deixado Atenas ou teria tentado mudar as leis.
   Se Sócrates não deixou Atenas e não tentou mudar as leis, então ele concordou em obedecer as leis.
   Sócrates não deixou Atenas.
   ∴ Se Sócrates não tentou mudar as leis, então ele aprovou as leis e concordou em obedecê-las. [Utilize A, D, M e O. Do *Criton* de Platão, que argumentou que Sócrates não deveria desobedecer a lei escapando da prisão.]

5. Se eu caminhar o Appalachian Trail e o fizer durante o final primavera, então terei o máximo de luz diurna e o máximo de mosquitos.
   Se eu tiver o máximo de mosquitos, então não estarei confortável.
   Se eu for logo após a escola, então eu irei durante o fim da primavera.
   ∴ Se eu caminhar o Appalachian Trail e não for logo após a escola, então eu estarei confortável. [A, F, D, M, C, E]

6. [Positivismo lógico diz "*Toda declaração genuinamente verdadeira é ou experimentalmente testável ou verdadeira por definição*". Essa visão, uma vez popular, se autorrefuta e, portanto, não é muito popular hoje.]

Se PL (positivismo lógico) é verdadeiro e é uma declaração genuinamente verdadeira, então é ou experimentalmente testável ou verdadeira por definição.
PL não é testável experimentalmente.
PL não é verdadeiro por definição.
Se PL não é uma declaração genuinamente verdadeira, então PL não é verdadeiro.
∴ PL não é verdadeiro. [V, G, E, D]

7. Se você der uma prova, então os alunos ou irão bem ou irão mal.
Se os alunos forem bem, então você achará que você fez uma prova muito fácil e você ficará frustrado.
Se os alunos forem mal, então você achará que eles não aprenderam nenhuma lógica e você ficará frustrado.
∴ Se você der uma prova, então você ficará frustrado. [Utilize P, B, M, F e L. De uma classe que tentou me convencer a não dar uma prova de lógica.]

8. Se o mundo contém bondade moral, então o mundo contém criaturas livres e as criaturas livres às vezes erram.
Se criaturas livres às vezes erram, então o mundo é imperfeito e o Criador é imperfeito.
∴ Se o mundo não contém bondade moral, então o Criador é imperfeito. [M, L, A, I, C]

9. Encontraremos a causa de sua ação, se e somente se suas ações tiverem uma causa e buscarmos seriamente por elas.
Se todo evento tem uma causa, então suas ações têm uma causa.
Todo evento tem causa.
∴ Encontraremos a causa de sua ação, se e somente se a buscarmos seriamente. [E, T, B, C]

10. Herman vê que esse pedaço de giz é branco.
O pedaço de giz é a menor coisa sobre a mesa.
Herman não vê que a menor coisa sobre a mesa é branca. (Ele não pode ver a mesa inteira e então não pode dizer que o pedaço de giz é a menor coisa sobre ela.)
Se Herman vê uma coisa material, então se ele vê que o pedaço de giz é branco e o pedaço de giz é a menor coisa sobre a mesa, então ele vê que a menor coisa sobre a mesa é branca.
Se Herman não vê uma coisa material, então ele vê um dado sensório.
∴ Herman não vê uma coisa material, mas ele de fato vê um dado sensório. [Utilize H, P, H', M e S. Esse argumento ataca diretamente

realismo – a visão de que percebemos coisas materiais diretamente, e não apenas sensações ou um dado sensório.]

11. Se o capacitor final no transmissor está arqueando, então a ROE (relação de ondas estacionárias) é muito alta e a eficiência é diminuída.
Se você ouvir um som de estalo, então o capacitor final no transmissor está arqueando.
∴ Se você não ouvir um som de estalo, então a ROE não é muito alta. [A, A', D, E]

12. Se podemos saber que Deus existe, então podemos conhecer Deus por experiência ou podemos conhecer Deus por inferência lógica a partir da experiência.
Se não podemos conhecer Deus empiricamente, então não podemos conhecer Deus por experiência e não podemos conhecer Deus por inferência lógica a partir da experiência.
Se podemos conhecer Deus empiricamente, então "Deus existe" é uma hipótese científica e é empiricamente falseável.
"Deus existe" não é empiricamente falseável.
∴ Não podemos saber se Deus existe. [S, E, L, E', C, F]

13. Se eu percebo, então minha percepção é ou ilusória ou verídica.
Se minha percepção é ilusória, então não percebo diretamente um objeto material.
Se minha percepção é verídica e eu percebo diretamente um objeto material, então minha experiência em percepção verídica sempre diferiria qualitativamente da minha experiência em percepção ilusória.
Minha experiência em percepção verídica nem sempre difere qualitativamente de minha experiência em ilusória percepção.
Se eu percebo e eu não percebo diretamente um objeto material, então eu percebo diretamente uma sensação.
∴ Se eu percebo, então eu percebo diretamente uma sensação e eu não percebo diretamente um objeto material. [Utilize P, I, V, M, Q e S. Esse argumento a partir da ilusão ataca realismo direto – a visão de que percebemos diretamente objetos materiais e não somente sensações ou dado sensório.]

14. Se você é romântico e você é italiano, então Julieta se apaixonará por você e quererá se casar com você.
Se você é italiano, então você é romântico.
∴ Se você é italiano, então Julieta quererá casar com você. [R, I, A, C]

15. Se emoções podem repousar sobre erros fatuais e erros fatuais podem ser criticados, então podemos criticar emoções.

Se podemos criticar emoções e juízos morais são baseados em emoções, então crenças sobre moralidade podem ser criticadas e moralidade não é inteiramente não-racional.

∴ Se moralidade é inteiramente não-racional, então emoções não podem repousar em erros fatuais. [E, F, W, M, B, N]

7.5 Outros métodos de prova

O método de prova deste livro tenta combinar as melhores características de dois outros métodos: provas tradicionais e árvores de verdade. Essas três abordagens (mais uma abordagem axiomática que mencionaremos na Seção 15.5), embora sejam diferentes no modo como fazem a prova, podem todas provar os mesmos argumentos.

Provas tradicionais utilizam conjuntos padrões de regras de inferência e regras de equivalência. As nove regras de inferência são como nossas regras-S e regras-I, no sentido de que elas nos permitem inferir linhas inteiras de linhas inteiras prévias:

$(P \cdot Q) \rightarrow P$	$(P \supset Q), P \rightarrow Q$
$P, Q \rightarrow (P \cdot Q)$	$(P \supset Q), \sim Q \rightarrow \sim P$
$(P \vee Q), \sim P \rightarrow Q$	$(P \supset Q), (Q \supset P) \rightarrow (P \supset R)$
$P \rightarrow (P \vee Q)$	$(P \supset Q) \rightarrow (P \supset (P \cdot Q))$

$$((P \supset Q) \cdot (R \supset S)), (P \vee R) \rightarrow (Q \vee S)$$

As 16 regras de equivalência nos permitem substituir partes de fórmulas com partes equivalentes (omiti parênteses externos aqui para promover legibilidade):

$P \equiv \sim\sim P$	$(P \supset Q) \equiv (\sim P \vee Q)$
$P \equiv (P \cdot P)$	$(P \cdot (Q \cdot R)) \equiv ((P \cdot Q) \cdot R)$
$P \equiv (P \vee P)$	$(P \vee (Q \vee R)) \equiv ((P \vee Q) \vee R)$
$(P \cdot Q) \equiv (Q \cdot P)$	$(P \cdot (Q \vee R)) \equiv ((P \cdot Q) \vee (P \cdot R))$
$(P \vee Q) \equiv (Q \vee P)$	$(P \vee (Q \cdot R)) \equiv ((P \vee Q) \cdot (P \vee R))$
$\sim(P \cdot Q) \equiv (\sim P \vee \sim Q)$	$(P \equiv Q) \equiv ((P \supset Q) \cdot (Q \supset P))$
$\sim(P \vee Q) \equiv (\sim P \cdot \sim Q)$	$(P \equiv Q) \equiv ((P \cdot Q) \vee (\sim P \cdot \sim Q))$
$(P \supset Q) \equiv (\sim Q \supset \sim P)$	$((P \cdot Q) \supset R) \equiv (P \supset (Q \supset R))$

Nossa abordagem utiliza um conjunto mais simples e compreensível de regras.

Provas tradicionais podem ser *provas indiretas* (onde assumimos o oposto da conclusão e então derivamos uma contradição); mas elas são mais frequentemente *provas diretas* (onde derivamos apenas coisas das

premissas e eventualmente derivamos a conclusão desejada) ou *provas condicionais* – onde provamos "(P ⊃ Q)" ao assumir "P" e então derivamos "Q". Aqui um argumento provado de duas maneiras:

	Prova tradicional			*Nossa prova*
1	((A ⊃ B) • (C ⊃ D))	*	1	((A ⊃ B) • (C ⊃ D))
	[∴ ((A • C) ⊃ (B v D))			[∴ ((A • C) ⊃ (B v D))
2	∴ (A ⊃ B) {de 1}	*	2	┌ ass: ~ ((A • C) ⊃ (B v D))
3	∴ (~ A v B) {de 2}	*	3	│ ∴ (A ⊃ B) {de 1}
4	∴ ((~A v B) v D) {de 3}		4	│ ∴ (C ⊃ D) {de 1}
5	∴ (~A v (B v D)) {de 4}	*	5	│ ∴ (A • C) {de 2}
6	∴ ((~A v (B v D)) v ~ C) {de 5}		6	│ ∴ ~ (B v D) {de 2}
7	∴ (~C v (~A v (B v D))) {de 6}		7	│ ∴ A {de 5}
8	∴ ((~C v ~A) v (B v D)) {de 7}		8	│ ∴ C {de 5}
9	∴ ((~A v ~C) v (B v D)) {de 8}		9	│ ∴ B {de 3 e 7}
10	∴ (~(A • C) v (B v D)) {de 9}		10	└ ∴ ~B {de 6}
11	∴ ((A • C) ⊃ (B v D)) {de 10, fornecendo a conclusão original}		11	∴ ((A • C) ⊃ (B v D)) {de 2; 9 contradiz 10}

Ambas as provas têm o mesmo número de linhas; mas isso pode variar dependendo em como fazemos cada prova.[3] Nossas linhas têm tipicamente fórmulas mais curtas. Nossas provas tendem a simplificar fórmulas mais compridas em fórmulas mais curtas, enquanto provas tradicionais tendem a manipular fórmulas mais compridas (frequentemente por substituir equivalentes) para alcançar o resultado desejado. Nossas provas são mais fáceis de fazer, já que elas utilizam uma estratégia que os alunos aprendem rapidamente; provas tradicionais requerem trabalho de adivinhação e intuição. Também, nosso sistema refuta argumentos inválidos; ele pode separar argumentos válidos de argumentos inválidos, e refutar argumentos inválidos. Em contraste, o sistema tradicional é somente um método de prova; se tentarmos provar que um argumento é inválido, nós falharemos, mas não aprenderemos necessariamente que o argumento é inválido.

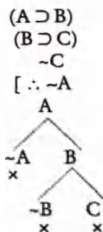
Outra abordagem comum são *árvores de verdade*, que decompõem as fórmulas nos casos que fazem delas verdadeiras. Árvores de verdade utilizam regras de simplificação e regras de ramificação. As regras de simplificação são como nossas regras-S, no sentido de que elas nos permitem simplificar fórmulas em partes menores e então ignorar a fórmula original. Estas quatro regras de simplificação (que são aplicadas a linhas inteiras) são utilizadas:

[3] Nossa prova ainda funciona se pularmos as linhas 4 e 8 (que são prescritas pela nossa estratégia de prova). Se pularmos essas, então nossa prova se tornará duas linhas mais curta.

$\sim\sim P \rightarrow P$
$(P \cdot Q) \rightarrow P, Q$
$\sim(P \vee Q) \rightarrow \sim P, \sim Q$
$\sim(P \supset Q) \rightarrow P, \sim Q$

Cada forma que não possa ser simplificada é ramificada em dois subcasos que a tornariam verdadeira, pois "~(P • Q)" é verdadeira se "~P" é verdadeira ou "~Q" é verdadeira, ela se ramifica nessas duas fórmulas. Existem 5 regras de ramificação:

$\sim(P \cdot Q)$	$(P \vee Q)$	$(P \supset Q)$	$(P \equiv Q)$	$\sim(P \equiv Q)$
$\sim P$ / $\sim Q$	P / Q	$\sim P$ / Q	P, Q / $\sim P, \sim Q$	$P, \sim Q$ / $Q, \sim P$

Para testar um argumento, escrevemos as premissas, bloqueamos a conclusão original (mostrando que ela deve ser ignorada na construção da árvore) e acrescentamos a negação da conclusão. Então aplicamos as regras de simplicação e as regras de ramificação a cada fórmula, e a cada fórmula que obtivermos, até que cada ramo morra (contenha um par de fbfs contraditórias) ou contenha somente fbfs simples (letras ou suas negações). O argumento é válido se e somente se todo ramo morre. Aqui um argumento provado de duas maneiras:

Na árvore de verdade, escrevemos as premissas, bloqueamos a conclusão original "~A" (e doravante a ignoramos), e acrescentamos sua contraditória "A". Então ramificamos "(A ⊃B)" em seus dois subcasos: "~A" e "B". O ramo esquerdo morre, já que ele contém "A" e "~A"; indicamos isso colocando "x" abaixo dele. Então ramificamos "(B ⊃C)" em seus dois subcasos: "~B" e "C". Cada ramo morre; o ramo

esquerdo contém "B" e "~B", enquanto o direito contém "C" e "~ C". Já que todo ramo da árvore morre, nenhuma condição de verdade possível faria de todas as premissas verdadeiras e a conclusão falsa, e portanto o argumento é válido.

Um argumento é inválido se algum ramo da árvore não morre. Então as fbfs simples de cada ramo que não morre fornecem uma refutação do argumento – condições de verdade fazendo todas as premissas verdadeiras e a conclusão falsa.

Árvores de verdade têm duas vantagens principais sobre provas tradicionais: árvores de verdade são mais fáceis de fazer (já que elas se baseiam em uma estratégia facilmente aprendida) e podem refutar argumentos inválidos (então elas fornecem uma maneira eficiente de testar se um argumento é válido ou inválido). Mas, árvores de verdade não espelham raciocínio ordinário muito bem; elas fornecem uma maneira mecânica para testar validade ao invés de uma maneira que ajuda a desenvolver habilidades de raciocínio. E a ramificação pode tornar-se bagunçada. Nosso método evita essas desvantagens, mas mantém as vantagens das árvores de verdade.

Nosso método é um casamento entre árvores de verdade e provas tradicionais. Em sua ênfase em simplificar fórmulas a suas partes básicas, nosso método é parecido com árvores de verdade; mas ramificação é substituído por regras-I e múltiplas assunções. Em sua ênfase em fornecer uma derivação linear de fórmulas, nosso método se parece com provas tradicionais. Nosso objetivo é combinar as melhores características de ambos os sistemas em um método prático e facilmente aprendido para construir provas e refutações.

Capítulo 8

LÓGICA QUANTIFICACIONAL BÁSICA

A lógica quantificacional fundamenta-se sobre a lógica proposicional e estuda argumentos cuja validade depende de "todo", "nenhum", algum" e noções similares.[1] Este capítulo cobre o básico e o próximo acrescenta relações e identidade.

8.1 Traduções mais fáceis

Para nos ajudar a avaliar argumentos quantificacionais, construiremos uma pequena linguagem quantificacional. Nossa linguagem fundamenta-se sobre lógica proposicional e inclui todo seu vocabulário, fbfs, regras de inferência e provas. Acrescentamos dois novos itens: letras minúsculas e "∃". A seguir, algumas fórmulas:

Ir	=	Romeu é italiano.
Ix	=	x é italiano.
(x)Ix	=	Para todo x, x é italiano (todos são italianos).
(∃x)Ix	=	Para algum x, x é italiano (alguns são italianos).

"Romeu é italiano" é "Ir"; escreva a letra maiúscula. Nesse caso, "I" denota a categoria geral "italiano" e "r" denota o indivíduo específico "Romeu":

[1] Embora sobreposta com lógica silogística (Capítulo 2), a lógica quantificacional é mais poderosa porque ela fundamenta-se na lógica proposicional. Por exemplo, ela pode expressar enunciados como "Se tudo que é A ou B é então C se e somente se é D, então ou algo é E ou nada é F."

esquerdo contém "B" e "~B", enquanto o direito contém "C" e "~ C". Já que todo ramo da árvore morre, nenhuma condição de verdade possível faria de todas as premissas verdadeiras e a conclusão falsa, e portanto o argumento é válido.

Um argumento é inválido se algum ramo da árvore não morre. Então as fbfs simples de cada ramo que não morre fornecem uma refutação do argumento – condições de verdade fazendo todas as premissas verdadeiras e a conclusão falsa.

Árvores de verdade têm duas vantagens principais sobre provas tradicionais: árvores de verdade são mais fáceis de fazer (já que elas se baseiam em uma estratégia facilmente aprendida) e podem refutar argumentos inválidos (então elas fornecem uma maneira eficiente de testar se um argumento é válido ou inválido). Mas, árvores de verdade não espelham raciocínio ordinário muito bem; elas fornecem uma maneira mecânica para testar validade ao invés de uma maneira que ajuda a desenvolver habilidades de raciocínio. E a ramificação pode tornar-se bagunçada. Nosso método evita essas desvantagens, mas mantém as vantagens das árvores de verdade.

Nosso método é um casamento entre árvores de verdade e provas tradicionais. Em sua ênfase em simplificar fórmulas a suas partes básicas, nosso método é parecido com árvores de verdade; mas ramificação é substituído por regras-I e múltiplas assunções. Em sua ênfase em fornecer uma derivação linear de fórmulas, nosso método se parece com provas tradicionais. Nosso objetivo é combinar as melhores características de ambos os sistemas em um método prático e facilmente aprendido para construir provas e refutações.

Capítulo 8

LÓGICA QUANTIFICACIONAL BÁSICA

A lógica quantificacional fundamenta-se sobre a lógica proposicional e estuda argumentos cuja validade depende de "todo", "nenhum", algum" e noções similares.[1] Este capítulo cobre o básico e o próximo acrescenta relações e identidade.

8.1 Traduções mais fáceis

Para nos ajudar a avaliar argumentos quantificacionais, construiremos uma pequena linguagem quantificacional. Nossa linguagem fundamenta-se sobre lógica proposicional e inclui todo seu vocabulário, fbfs, regras de inferência e provas. Acrescentamos dois novos itens: letras minúsculas e "∃". A seguir, algumas fórmulas:

Ir	=	Romeu é italiano.
Ix	=	x é italiano.
(x)Ix	=	Para todo x, x é italiano (todos são italianos).
(∃x)Ix	=	Para algum x, x é italiano (alguns são italianos).

"Romeu é italiano" é "Ir"; escreva a letra maiúscula. Nesse caso, "I" denota a categoria geral "italiano" e "r" denota o indivíduo específico "Romeu":

[1] Embora sobreposta com lógica silogística (Capítulo 2), a lógica quantificacional é mais poderosa porque ela fundamenta-se na lógica proposicional. Por exemplo, ela pode expressar enunciados como "Se tudo que é A ou B é então C se e somente se é D, então ou algo é E ou nada é F."

Utilize letras maiúsculas para termos gerais (termos que *descrevem* ou introduzem uma *categoria*):

I = um italiano
C = charmoso
F = dirige um Ford

Utilize letras maiúsculas para "um tal e tal", adjetivos e verbos.

Utilize letras minúsculas para **termos singulares** (termos que indicam uma pessoa ou coisa *específica*):

i = o italiano mais rico
c = essa criança
r = Romeu

Utilize letras minúsculas para "o tal e tal", "esse tal e tal" e nomes próprios.

Letras maiúsculas e minúsculas possuem diversos usos. Letras maiúsculas podem representar enunciados, termos gerais ou relações (que consideraremos no próximo capítulo):

Uma letra maiúscula sozinha (não seguida por uma letra minúscula) representa um *enunciado*.	N	*Está nevando.*
Uma letra maiúscula seguida por uma única letra minúscula representa um *termo geral*.	Ir	Romeu *é italiano.*
Uma letra maiúscula seguida por duas letras minúsculas representa uma *relação*.	Arj	Romeu *ama* Julieta.

De maneira similar, letras minúsculas podem ser constantes ou variáveis:

Uma letra minúscula de "a" a "w" é uma constante – e denota uma pessoa ou coisa específica.	Ir	*Romeu* é Italiano.
Uma letra minúscula de "x" a "z" é uma **variável** – e não denota uma pessoa ou coisa específica .	Ix	*x* é Italiano.

"Ix" ("x é Italiano"), que utiliza a variável "x", é incompleto, e por conseguinte não é verdadeiro ou falso, já que não dissemos sobre quem estamos falando; mas podemos adicionar um quantificador para completar a declaração.

Um **quantificador** é uma sequência da forma "(x)" ou "(∃x)" – onde qualquer variável pode substituir "x":

"(x)" é um **quantificador universal.** Ele declara que a fórmula que segue é verdadeira para *todo* valor de x.

(x)Ix = Para todo x, x é italiano.
= Todos são italianos.

"(∃x)" é um **quantificador existencial.** Ele declara que a fórmula que segue é verdadeira para *pelo menos um* valor de x.

(∃x)Ix = Para algum x, x é italiano.
= Alguém é italiano.

Quantificadores expressam "todo" e "algum" por dizer em quantos casos a fórmula que segue é verdadeira.

Como antes, uma fórmula gramaticalmente correta é chamada *fbf*, ou *fórmula bem formada.* Por ora, fbfs são sequências que podemos construir utilizando as regras proposicionais mais as duas seguintes regras:

1. O resultado de escrever uma letra maiúscula e depois uma letra minúscula é uma fbf.
2. O resultado de escrever um quantificador e depois uma fbf é uma fbf.

Essas regras nos permitem construir fbfs que já mencionamos: "Ir", "Ix", "(x)Ix" e "(∃x)Ix". Não utilize parênteses adicionais como nos casos a seguir:

Utilize um par de parênteses para cada quantificador e para cada instância de "•", "v", "⊃" e "≡"; não utilize outros parênteses. A seguir algumas outras fbfs:

~(x)Ix	=	Nem todos são italianos
	=	Não é o caso que, para todo x, x é italiano.
~(∃x)Ix	=	Ninguém é italiano.
	=	Não é o caso que, para algum x, x é italiano.
(Ix ⊃ Lx)	=	Se x é italiano então x é um amante.
(Ix • Lx)	=	x é italiano e x é um amante.

Traduzir sentenças do português em fbfs pode ser difícil. Começaremos com sentenças que são traduzidas em fbfs que iniciam com um quantificador, ou com "~" e depois um quantificador. A regra a seguir diz onde colocar qual quantificador:

Se a sentença em português começa com:	Então comece a fbf com:
todo (cada)	(x)
nem todo (não cada)	$\sim(x)$
algum	$(\exists x)$
nenhum	$\sim(\exists x)$

A seguir alguns exemplos básicos:

Todos são italianos	= $(x)Ix$	Alguns são italianos	= $(\exists x)Ix$
Nem todos são italianos	= $\sim(x)Ix$	Ninguém é italiano	= $\sim(\exists x)Ix$

Aqui alguns exemplos mais difíceis:

Todos são ricos ou italianos	=	$(x)(Rx \vee Ix)$
Nem todo mundo é não-italiano	=	$\sim(x)\sim Ix$
Alguns não são ricos	=	$(\exists x)\sim(Rx)$
Ninguém é rico e não-italiano	=	$\sim(\exists x)(Rx \bullet \sim Ix)$

Quando a sentença em português começa com "todo", "algum", "nem todo" ou "nenhum", o quantificador deve apresentar-se fora de todos os parênteses:

Todos são ricos ou italianos	=	$(x)(Rx \vee Ix)$	≠	$((x) Rx \vee Ix)$

A fórmula *errada* significa "Ou todo mundo é rico, ou x é italiano" – que não é o que queremos dizer.

Se a sentença em português especifica um conectivo lógico (como "ou", "e" ou "se-então"), então utilize o símbolo lógico correspondente. Quando a sentença em português não especifica o conectivo, utilize as seguintes regras:

Com "todo ... é ..". utilize "$\supset$" como conectivo *central*.	*Caso contrário*, utilize "$\bullet$" como conectivo.

Para "Todo (cada) A é B", utilize "$\supset$", enquanto para "Algum A é B" e "Nenhum A é B" utilize "$\bullet$"; a seguir alguns exemplos:

Todos os italianos são amantes = $(x)(Ix \supset Lx)$
= Para todo x, *se* x é italiano, *então* x é um amante.

Alguns italianos são amantes = $(\exists x)(Ix \bullet Lx)$
= Para algum x, x é italiano *e* x é um amante.

Nenhum italiano é amante = $\sim(\exists x)(Ix \bullet Lx)$
= Não é o caso que, para algum x, x é Italiano *e* x é um amante.

Quando você vir "Todos os italianos", pense "Para todo x, *se* x é italiano *então* ..". – e quando você vir "Algum italiano", pense "Para algum x, x é Italiano *e*...". Este próximo exemplo ilustra as duas regras nas caixas:

Todos os italianos ricos são amantes = $(x)((Rx \bullet Ix) \supset Lx)$
= Para todo x, *se* x é rico *e* italiano, *então* x é um amante

Utilizamos "$\supset$" como conectivo *central* ("*Se* italiano rico, *então* amante") e "•" na *outra posição* ("Se rico *e* italiano, então amante"). Note cuidadosamente os conectivos nos próximos dois exemplos:

Nem todos italianos são amantes = $\sim(x)(Ix \supset Lx)$
= Não é o caso que, para todo x, *se* x é italiano *então* x é um amante.

Todos são italianos ricos = $(x)(Ix \bullet Rx)$
= Para todo x, x é italiano *e* rico.

Em caso de dúvida, fraseie a fórmula simbólica para si mesmo e veja se ela significa o mesmo que a sentença em português.

Sentenças com um verbo principal diferente de "é" devem ser refraseadas de maneira que o verbo "é" se torne o verbo principal – e então traduzidas. Aqui um exemplo:

Todos os cachorros odeiam gatos
= Todos os cachorros são odiadores de gatos.
= Para todo x, se x é um cachorro então x é um odiador de gato.
= $(x)(Cx \supset Ox)$

O **universo de discurso** é um conjunto de entidades no qual palavras como "todo", "algum" e "nenhum" variam em um dado contexto.

Ao traduzir argumentos sobre um tipo de entidade (tal como pessoas ou enunciados), podemos simplificar nossas fórmulas restringindo nosso universo de discurso para aquele tipo de entidade.

Nós o fizemos implicitamente quando traduzimos "Todos são italianos" como "(x)Ix" – ao invés de (x)(Px ⊃ Ix)" ("Todas as pessoas são italianas"); aqui nosso "(x)" realmente significa "Para toda pessoa x". Frequentemente restringiremos nosso universo de discurso a pessoas.

O português possui diversas expressões idiomáticas; então nossas regras de tradução são aproximadas e nem sempre funcionam. Depois que você simbolizar uma sentença em português, é sábio ler sua fórmula cuidadosamente, para ter certeza de que ela reflete o que a sentença em português significa.

8.1a Exercício – também LogiCola H (EM & ET)

Traduza estas sentenças em português em fbfs.

Nem todo lógico corre.	~ (x)(Lx ⊃ Rx)

1. x não é um gato.
2. Alguma coisa é um gato.
3. Alguma coisa não é um gato.
4. Não é o caso que exista algo que não é um gato.
5. Tudo é um gato.
6. Se x é um cachorro, então x é um animal.
7. Todo cachorro é um animal.
8. Ninguém é mau.
9. Alguns lógicos são maus.
10. Nenhum lógico é mau.
11. Todo gato preto é azarado.
12. Alguns cachorros são grandes e famintos.
13. Nem todo cachorro faminto ladra.
14. Alguns animais não são cachorros que ladram.
15. Alguns animais são cachorros que não ladram.
16. Todos os cachorros que ladram são assustadores.
17. Nem todo não-cachorro é gato.
18. Alguns gatos que não são pretos não são azarados.
19. Alguns gatos não ronronam.
20. Nem todo gato ronrona.
21. Nem todo animal é gato ou cachorro.
22. Todos que são ou cachorro ou gato são animais.
23. Todos que são tanto cachorros como gatos são animais.

24. Todos os cachorros e gatos são animais.
25. Todo mundo é um lógico louco.

8.2 Provas mais fáceis

Provas quantificacionais funcionam de maneira bem parecida com provas proposicionais, mas utilizam quatro novas regras de inferência para quantificadores.

Estas duas regras de inversão de operadores (IO) valem indiferentemente de qual variável substitui "x" e que par de fbfs contraditórias substituem "Fx" / "~ Fx"; a seguir "→" significa que podemos inferir linhas inteiras da esquerda para a direita:

Inverter operadores	~ (x)Fx → (∃x) ~Fx ~ (∃x)Fx → (x) ~ Fx

Então "Nem todo mundo é engraçado" implica "Alguém não é engraçado". De maneira similar, "Não é o caso que alguém seja engraçado" ("Ninguém é engraçado") implica "Todo mundo é não-engraçado". Podemos inverter operadores em fórmulas mais longas, desde que a fórmula inteira comece com "~" e depois o quantificador (então a terceira caixa está errada):

~(∃x)~Gx ∴ (x)~ ~ Gx	~ (x)(Lx • ~ Mx) ∴ (∃x) ~ (Lx • ~ Mx)	(Ir ⊃ ~ (x)Gx) ∴ (Ir ⊃ (∃ x) ~ Gx)

Na primeira caixa, seria mais simples concluir "(x)Gx" (eliminando a negação dupla). Inverta operadores sempre que você tiver uma fbf que comece com "~" e depois um quantificador; inverter operadores move o quantificador para o começo da fórmula, então mais tarde podemos cortá-lo.

Cortamos quantificadores utilizando as próximas duas regras (que valem indiferentemente de qual variável substitui "x" e quais fbfs substituem "Fx" / "Fa" – desde que as duas fbfs sejam idênticas, exceto que sempre que a variável ocorre livremente[2] na anterior, a mesma constante ocorre na última). A seguir a regra cortar-existencial (CE):

[2] *Nota técnica*: uma instância de uma variável ocorre "livremente" se ela não ocorrer como parte de uma fbf que comece com um quantificador utilizando essa variável; somente a primeira instância de "x" em "(Fx • (x)(Gx)" ocorre livremente. Então vamos de "(∃ x) (Fx • (x)(Gx)" para "(Fa • (x)Gx)."

Cortar existencial	(∃x)Fx → Fa, utilize uma *nova* constante

Suponha que *alguém* roubou o banco; podemos dar um nome a essa pessoa – como "Al" –, mas há de ser um *nome arbitrário* que inventamos. Do mesmo modo, quando cortamos um existencial, nós rotulamos esse "alguém" com uma *nova constante* – uma que ainda não ocorreu em linhas anteriores da prova. Em provas, utilizaremos a próxima letra não utilizada em ordem alfabética – começando com "a", depois "b" e assim por diante:

(∃x)Mx — Alguém é do sexo masculino, alguém é do sexo feminino;
(∃x)Fx — chamemos sexo masculino "a" e sexo feminino "b".

∴ Ma ← "a" está CERTO, já que essa letra não ocorre em linhas anteriores.
∴ Fb ← Já que "a" ocorreu, utilizamos "b."

Podemos cortar existenciais de fórmulas complicadas se a fbf começa com um quantificador e substituímos sempre a variável com a mesma nova constante:

A segunda fórmula não *começa* com um quantificador; ao invés ,ela começa com um parêntese. *Corte somente quantificadores iniciais.*[3]

A seguir a regra cortar-universal (CU):

Cortar universal	(x)Fx → Fa, utilize qualquer constante

Se *todos* são engraçados, então Al é engraçado, Bob é engraçado e assim por diante. De "(x)Fx" podemos derivar "Fa", "Fb" e assim por diante – utilizando qualquer constante. No entanto, não é uma estratégia utilizar uma nova constante a não ser que realmente haja necessidade; normalmente devemos utilizar constantes já utilizadas. Como antes, o

[3] *Nota técnica*: Esse parágrafo precisa de três qualificações: (1) Se *alguém* roubou o banco, então talvez *mais de uma* pessoa o fez; então nosso nome (ou constante) se referirá a *um* dos ladrões aleatoriamente. (2) Utilizar um novo nome é consistente com o ladrão ser alguém mencionado no argumento; nomes diferentes (como "Jim" e "Smith") podem referir-se ao mesmo indivíduo. (3) A regra CE deve ser utilizada somente quando existe pelo menos uma assunção não bloqueada; caso contrário, a versão simbólica de "Alguém é um ladrão, então Gensler é um ladrão" seria uma prova de duas linhas.

quantificador deve iniciar a fbf e devemos sempre substituir a variável com a mesma constante:

(x)(Fx ⊃ Gx)
∴ (Fa ⊃ Ga)

A segunda inferência é incorreta, pois o quantificador não *inicia* a fórmula (um parêntese esquerdo a inicia). "((x)Fx ⊃ (x)Gx)" é um "se-então" e segue as regras de se-então: se temos a primeira parte "(x) Fx" verdadeira, podemos obter a segunda parte verdadeira; se temos a segunda parte "(x)Gx" falsa, podemos obter a primeira falsa; e se travamos, precisamos fazer outra assunção.

A seguir uma versão em português de uma prova quantificacional:

1 Todo lógico é engraçado.
2 Alguém é um lógico.
[∴ Alguém é engraçado.
3 ┌ Assuma: Não é o caso que alguém seja engraçado.
4 │ ∴ Todo mundo é não-engraçado. [de 3, inverter operadores]
5 │ ∴ a é um lógico [de 2, cortar existencial, chame o lógico de "a"]
6 │ ∴ Se a é um lógico, então a é engraçado. [de 1, cortar universal]
7 │ ∴ a é engraçado. [de 5 e 6] ⇐
8 └ ∴ a é não-engraçado. [de 4, cortar universal] ⇐
9 ∴ Alguém é engraçado. [de 3; 7 contradiz 8]

Nossa versão simbólica acrescenta três passos quantificacionais (inverter operadores, cortar existenciais, cortar universais) à nossa estratégia de prova proposicional:

1 (x)(Lx ⊃ Fx) **Válido**
* 2 (∃x)Lx
[∴ (∃x)Fx
* 3 ┌ ass: ~(∃x)Fx
4 │ ∴ (x)~Fx {de 3}
5 │ ∴ La {de 2}
* 6 │ ∴ (La ⊃ Fa) {de 1}
7 │ ∴ Fa {de 5 e 6} ⇐
8 └ ∴ ~Fa {de 4} ⇐
9 ∴ (∃x)Fx {de 3; 7 contradiz 8}

(1) Inverta operadores: vá de "~(∃x) Fx" para "(x)~Fx" (linha 4).

(2) Corte existenciais iniciais, usando uma nova letra por vez: vá de "(∃x)Lx" para "La" (linha 5).

(3) Por último, corte cada universal inicial para cada letra de antes: vá de "(x)(Lx ⊃ Fx)" para "(La ⊃ Fa)" – e de "(x)~Fx" para "~Fa."

Estrelamos as linhas 2, 3 e 6. Como antes, linhas estreladas podem ser amplamente ignoradas em derivar linhas adicionais. A seguir a nova regra de estrelar – com exemplos:

Estrele qualquer fbf em que você inverta operadores.

$$\frac{* \sim(x)Fx}{\therefore (\exists x)\sim Fx}$$

Estrele qualquer fbf da qual você corte um existencial.

$$\frac{* (\exists x)Fx}{\therefore Fa}$$

Quando invertemos operadores ou cortamos existenciais, a nova linha tem a mesma informação. Não estrele quando cortar universal; não podemos nunca exaurir um enunciado "todo" derivando instâncias – e talvez tenhamos que derivar coisas adicionais dele mais adiante na prova.

Aqui outra prova quantificacional:

```
    1   (x)(Fx • Gx)    Válido
      [ ∴ (x)Fx
*   2  ┌ ass: ~(x)Fx
*   3  │ ∴ (∃x)~Fx {de 2}
    4  │ ∴ ~Fa {de 3}
    5  │ ∴ (Fa • Ga) {de 1}
    6  └ ∴ Fa {de 5}
    7   ∴ (x)Fx {de 2; 4 contradiz 6}
```

(1) Inverter operadores: vá de "~(x) Fx" a "(∃x)~Fx" (linha 3)

(2) Corte existenciais iniciais, cada vez utilizando uma nova letra: vá de "(∃x)~Fx" a "~Fa" (linha 4).

(3) Por fim, corte cada universal inicial uma vez para cada letra já utilizada: vá de "(x)(Fx • Gx)" a "(Fa • Ga)."

Seria errado trocar as linhas 4 e 5. Se cortamos o universal primeiro utilizando "a", então não podemos cortar o próximo existencial utilizando "a" (já que "a" já teria sido utilizada).

Nossa estratégia de prova funciona de maneira semelhante à de antes. Primeiro assumimos o oposto da conclusão; depois utilizamos nossas quatro novas regras quantificacionais mais as regras-S e regras-I para derivar o que podemos. Se encontramos uma contradição, aplicamos RAA. Se travamos e precisamos quebrar uma fbf da forma "~(A • B)" ou "(A v B)" ou "(A ⊃ B)", então fazemos outra assunção. Se não obtemos nenhuma contradição e não podemos fazer nada mais, então tentamos refutar o argumento.

A seguir a enunciação completa dos três passos quantificacionais de nossa estratégia:

1. PRIMEIRO INVERTA OPERADORES: Para cada linha não estrelada e não bloqueada que inicia com "~" e depois um quantificador, derive uma linha utilizando as regras de inversão de operadores. Estrele a linha original.
2. E CORTE EXISTENCIAIS: Para cada linha não estrelada e não bloqueada que começa com um quantificador existencial, derive uma instância utilizando a próxima *nova* constante disponível (a

não ser que tal instância já tenha ocorrido em linhas não bloqueadas prévias). Estrele a linha original.

Nota: Não corte um existencial se você já possui uma instância não bloqueada em linhas prévias – não há sentido em derivar uma segunda instância. Então não corte "(∃x)Fx" se você já tem "Fc".

3. POR FIM, CORTE UNIVERSAIS: Para cada linha não bloqueada que começa com um quantificador universal, derive instâncias utilizando cada instância já utilizada. Não estrele a linha original; você pode ter que utilizá-la novamente.

   Nota: Corte um quantificador universal utilizando uma *nova* letra somente se você fez todo possível (fazendo assunções se necessário) e ainda não tem nenhuma letra já utilizada. Isso não é usual, mas acontece se tentamos provar "(x)~Fx ∴ ~(x)Fx."

Corte quantificadores existenciais antes de cortar quantificadores universais. Introduza uma nova letra toda vez que você cortar um quantificador existencial, e utilize a mesma letra já utilizada quando você cortar um quantificador universal. E corte somente quantificadores iniciais.

8.2a Exercício – também LogiCola IEV

Prove que cada um destes argumentos é válido (todos são válidos).

~(∃x)Fx
∴ (x)~(Fx • Gx)

*	1	~(∃x)Fx	**Válido**
		[∴ (x)~(Fx • Gx)	
*	2	┌ ass: ~(x)~(Fx • Gx)	
*	3	│ ∴ (∃x)(Fx • Gx) {de 2}	
	4	│ ∴ (x)~Fx {de 1}	
	5	│ ∴ (Fa • Ga) {de 3}	
	6	│ ∴ ~Fa {de 4}	
	7	└ ∴ Fa {de 5}	
	8	∴ (x)~(Fx • Gx) {de 2; 6 contradiz 7}	

1. (x)Fx
   ∴ (x)(Gx v Fx)

2. ~(∃x)(Fx • ~Gx)
   ∴ (x)(Fx ⊃ Gx)

3. ~(∃x)(Fx • Gx)
   (∃x)Fx
   ∴ (∃x)~Gx

4. (x)((Fx v Gx) ⊃ Hx)
   ∴ (x)(~Hx ⊃ ~Fx)

5. (x)(Fx ⊃ Gx)
   (∃x)Fx
   ∴ (∃x)(Fx • Gx)

6. (x)(Fx v Gx)
   ~(x)Fx
   ∴ (∃x)Gx

7. $(x)\sim(Fx \vee Gx)$
∴ $(x)\sim Fx$

8. $(x)(Fx \supset Gx)$
$(x)(Fx \supset \sim Gx)$
∴ $(x)\sim Fx$

9. $(x)(Fx \supset Gx)$
$(x)(\sim Fx \supset Hx)$
∴ $(x)(Gx \vee Hx)$

10. $(x)(Fx \equiv Gx)$
$(\exists x)\sim Gx$
∴ $(\exists x)\sim Fx$

8.2b Exercício – também LogiCola IEV

Primeiro avalie intuitivamente. Depois traduza em lógica (utilizando as letras dadas) e prove que são válidos (todos são válidos).

1. Todos que deliberam sobre alternativas acreditam em livre-arbítrio (pelo menos implicitamente).
Todos deliberam sobre alternativas.
∴ Todos acreditam em livre-arbítrio. [Utilize Dx e Ax. De William James.]

2. Todos cometem erros.
∴ Todo professor de lógica comete erros. [Utilize Cx e Lx.]

3. Nenhum sentimento de dor é publicamente observável.
Todo processo químico é publicamente observável.
∴ Nenhum sentimento de dor é um processo químico. [Utilize Sx, Ox e Qx. Esse argumento ataca uma forma de materialismo que identifica eventos mentais com eventos materiais. Nós poderíamos testar esse argumento utilizando lógica silogística (Capítulo 2).]

4. Todos (no colégio eleitoral) que fazem seu trabalho são inúteis.
Todos (no colégio eleitoral) que não fazem seu trabalho são perigosos.
∴ Todos (no colégio eleitoral) são inúteis ou perigosos. [Utilize Tx para "x faz seu trabalho", Ix para "x é inútil" e Px para "x é perigoso". Utilize o universo de discurso dos membros do colégio eleitoral: tome "(x)" como significando "para todo membro x do colégio eleitoral e não traduza "no colégio eleitoral".]

5. Tudo que é conhecido é experienciado pelos sentidos.
Nada que é experienciado pelos sentidos é conhecido.
∴ Nada é conhecido. [Utilize Cx e Ex. Empirismo (premissa 1) mais ceticismo sobre sentidos (premissa 2) implica ceticismo geral.]

6. Nenhuma água pura é inflamável.
Alguma água do rio Cuyahoga é inflamável.

∴ Alguma água do rio Cuyahoga não é água pura. [Utilize Px, Ix e Cx. Cuyahoga é um rio em Cleveland que costumava incendiar-se.]

7. Todos que não estão comigo estão contra mim.
∴ Todos que não estão contra mim estão comigo. [Utilize Cx e C'x. Essas declarações dos Evangelhos são às vezes consideradas incompatíveis.]

8. Todas as leis básicas dependem da vontade de Deus.
∴ Todas as leis básicas sobre moralidade dependem da vontade de Deus. [Bx, Dx, Mx]

9. Algumas mentiras em algumas situações não usuais não são erradas.
∴ Nem todas as mentiras são erradas. [Mx, Ux, Ex]

10. Nada baseado em experiência sensória é certo.
Algumas inferências lógicas são certas.
Toda coisa certa é verdade da razão.
∴ Algumas verdades da razão são certas e não são baseadas em experiência sensória. [Bx, Cx, Lx, Rx]

11. Nenhuma verdade por si mesma nos motiva a agir.
Todo imperativo categórico nos motivaria por si mesmo a agir.
Todo imperativo categórico seria uma verdade.
∴ Não existem imperativos categóricos. [Utilize Vx, Mx e Cx. Immanuel Kant declarou que a moralidade do bom senso aceita imperativos categóricos (juízos morais objetivamente verdadeiros que nos comandam a agir e que devemos seguir se formos racionais); mas alguns pensadores argumentam contra essa ideia.]

12. Toda declaração genuinamente verdadeira é ou experimentalmente testável ou verdadeira por definição.
Nenhum juízo moral é experimentalmente testável.
Nenhum juízo moral é verdadeiro por definição.
∴ Nenhum juízo moral é uma declaração genuinamente verdadeira. [Utilize Gx, Ex, Dx e Mx. Esse é o argumento dos positivistas lógicos contra verdades morais.]

13. Todos que podem pensar claramente iriam bem em lógica.
Todos que iriam bem em lógica devem estudar lógica.
Todos que não podem pensar claramente devem estudar lógica.
∴ Todos devem estudar lógica. [Px, Bx, Dx]

8.3 Refutações mais fáceis

Aplicar nossa estratégia de prova a um argumento inválido leva a uma refutação:

Todos os lógicos são engraçados.
Alguém é um lógico.
∴ Todo mundo é engraçado.

	1	$(x)(Lx \supset Fx)$	**Inválido**
*	2	$(\exists x)Lx$	a, b
		[∴ $(x)Fx$	
*	3	ass: $\sim(x)Fx$	La, Fa
*	4	∴ $(\exists x)\sim Fx$ {de 3}	$\sim$Lb, $\sim$Fb
	5	∴ La {de 2}	
	6	∴ $\sim$Fb {de 4}	
*	7	∴ $(La \supset Fa)$ {de 1}	
*	8	∴ $(Lb \supset Fb)$ {de 1}	
	9	∴ Fa {de 5 e 7}	
	10	∴ $\sim$Lb {de 6 e 8}	

Depois de fazer a assunção (linha 3), invertemos operadores para mover um quantificador para fora (linha 4). Então cortamos os dois quantificadores existenciais, utilizando cada vez uma constante nova e diferente (linhas 5 e 6). Cortamos o quantificador universal duas vezes, primeiro utilizando "a" e depois utilizando "b" (linhas 7 e 8). Já que não obtemos contradição, reunimos os pedaços simples para dar uma refutação. Nossa refutação é um pequeno mundo possível com duas pessoas, a e b:

a é um lógico.	a é engraçado.
b não é um lógico.	b não é engraçado.

Aqui as premissas são verdadeiras, já que todos os lógicos são engraçados e alguém é um lógico. A conclusão é falsa, já que alguém não é engraçado. Como as premissas são todas verdadeiras e a conclusão é falsa, nosso argumento é inválido.

Se tentarmos provar que um argumento é inválido, seremos ao invés levados a uma refutação – um pequeno mundo possível com vários indivíduos (como a e b) e verdades simples sobre tais indivíduos (como La e $\sim$Lb) que fariam com que todas as premissas fossem verdadeiras e a conclusão falsa. Ao avaliar as premissas e a conclusão, avalie cada fbf que comece com um quantificador de acordo com estas regras:

Uma fbf *existencial* é verdadeira se e somente se *pelo menos um caso* é verdadeiro.	Uma fbf *universal* é verdadeira se e somente se *todos os casos* são verdadeiros.

Em nosso mundo, a premissa universal "$(x)(Lx \supset Fx)$" é verdadeira, já que todos os casos são verdadeiros:

$$(La \supset Fa) = (1 \supset 1) = 1$$
$$(Lb \supset Fb) = (0 \supset 0) = 1$$

A premissa existencial "(∃x)Lx" é verdadeira, já que pelo menos um caso é verdadeiro (temos "La" – "a é um lógico"). Mas a conclusão universal "(x)Fx" é falsa, já que pelo menos em um caso ela é verdadeira (temos "~ Fb" – "b não é engraçado"). Então nosso mundo possível faz com que todas as premissas sejam verdadeiras e a conclusão falsa.

Esteja certo de verificar que nossa refutação funciona. Se você não obtém todas as premissas 1 e a conclusão 0, então você fez algo errado – e a fonte do problema é provavelmente o que você fez com a fórmula que resultou errada.

Segue outro exemplo:

Neste mundo, algumas coisas são F e algumas coisas são G, mas nada é ambos ao mesmo tempo. Ao avaliar a premissa "~(∃x)(Fx • Gx)", primeiro avaliamos a subfórmula que inicia com um quantificador. "~(∃x)(Fx • Gx)" é falsa, já que nenhum caso é verdadeiro:

$$(Fa \bullet Ga) = (1 \bullet 0) = 0$$
$$(Fb \bullet Gb) = (0 \bullet 1) = 0$$

Então a negação "~(∃x)(Fx • Gx)" é verdadeira. A premissa "(∃x) Fx" é verdadeira em um caso {a saber, Fa). Ao avaliar a conclusão "~(∃x) Gx", novamente avalie primeiro a subfórmula que inicia com o quantificador. "(∃x)Gx" é verdadeira já que pelo menos um caso é verdadeiro (a saber, Gb); então a negação "~(∃x)Gx" é falsa. Então obtemos todas as premissas verdadeiras e a conclusão falsa.

Estas duas regras são cruciais para calcular provas e refutações:

(1) Para cada *quantificador existencial* inicial, introduza uma *nova constante*.
(2) Para cada *quantificador universal*, derive uma instância para cada *constante já utilizada*.

Em nosso último exemplo, violaríamos (1) caso derivássemos "Ga" na linha 6 – já que "a" neste ponto já foi utilizada; então provaríamos que

o argumento é válido. Violaríamos (2) se não derivássemos "~(Fb • Gb)" na linha 8. Então nossa refutação não teria valor de verdade para "Fb"; então "Fb" e a premissa 1 seriam ambas "?" (valor de verdade desconhecido) – mostrando que teríamos que fazer algo mais com a premissa 1.

Mundos possíveis para refutações devem conter pelo menos uma entidade. Raramente precisamos mais do que duas entidades.

8.3a Exercício – também LogiCola IEI

Prove que cada um destes argumentos é inválido (todos são inválidos).

~ (x)(Fx ∨ Gx)
∴ ~ (∃x)Gx

* 1 ~ (x)(Fx ∨ Gx) — Inválido
[∴ ~ (∃x)Gx — a, b
* 2 ass: (∃x)Gx
* 3 ∴ (∃x)~(Fx ∨ Gx) {de 1}
* 4 ∴ ~ (Fa ∨ Ga) {de 3}
5 ∴ ~ Fa {de 4}
6 ∴ ~ Ga {de 4}
7 ∴ Gb {de 2}

~ Fa, ~ Ga
Gb

1. (∃x)Fx
∴ (x)Fx

2. (∃x)Fx
(∃x)Gx
∴ (∃x)(Fx • Gx)

3. (∃x)(Fx ∨ Gx)
~(x)Fx
∴ (∃x)Gx

4. (∃x)Fx
∴ (∃x)~Fx

5. ~ (∃x)(Fx • Gx)
(x)~ Fx
∴ (x)Gx

6. (x)(Fx ⊃ Gx)
~(x)Gx
∴ (x)~(Fx • Gx)

7. (x)((Fx • Gx) ⊃ Hx)
(∃x)Fx
(∃x)Gx
∴ (∃x)Hx

8. (∃x)(Fx ∨ ~Gx)
(x)(~Gx ⊃ Hx)
(∃x)(Fx ⊃ Hx)
∴ (∃x)Hx

9. (∃x)~(Fx ∨ Gx)
(∃x)Hx
~(∃x)Fx
∴ ~(x)(Hx ⊃ Gx)

10. (∃x)~Fx
(∃x)~Gx
∴ (∃x)(Fx • Gx)

8.3b Exercício – também LogiCola IEC

Primeiro avalie intuitivamente. Depois traduza em lógica (utilizando as letras dadas) e diga se o argumento é válido (e dê uma prova) ou inválildo (e dê uma refutação).

1. Alguns mordomos são culpados.
∴ Todos os mordomos são culpados. [Utilize Mx e Cx.]

2. Nenhuma coisa material é infinita.
Nem tudo é material.
∴ Algo é infinito. [Utilize Mx e Ix.]

3. Alguns fumam.
   Nem todos têm pulmões limpos.
   ∴ Alguns que fumam não têm pulmões limpos. [Utilize Fx e Lx.]

4. Alguns marxistas tramam revoluções violentas.
   Alguns membros de faculdade são marxistas.
   ∴ Alguns membros de faculdade tramam revoluções violentas. [Mx, Tx, Fx]

5. Todo argumento válido que tem "deve" na conclusão também tem "deve" nas premissas.
   Todo argumento que busca deduzir um "deve" de "é" tem "deve" na conclusão, mas não tem "deve" nas premissas.
   ∴ Nenhum argumento que busca deduzir um "deve" de um "é" é válido. [Utilize Vx para "x é válido", Cx para "x tem 'deve' na conclusão", Px para "x tem 'deve' nas premissas", Dx para "x busca deduzir um 'deve' de um 'é'" e o universo de discurso dos argumentos. Esse é difícil de traduzir.]

6. Todo receptor que é bem-sucedido é rápido.
   ∴ Todo receptor que é rápido é bem-sucedido. [Rx, Sx, R'x]

7. Todo dever desprovido de exceções é baseado no imperativo categórico.
   Todo dever não-desprovido de exceção é baseado no imperativo categórico.
   ∴ Todo dever é baseado no imperativo categórico. [Utilize Dx, Bx e o universo de discurso dos deveres, de Kant, que baseou todos os deveres em seu princípio moral supremo, chamado "o imperativo categórico".]

8. Todos que não são loucos concordam comigo.
   ∴ Ninguém que é louco concorda comigo. [Lx, Cx]

9. Tudo pode ser concebido.
   Tudo que pode ser concebido é mental.
   ∴ Tudo é mental. [Utilize Cx e Mx. Esse argumento é de George Berkeley, que atacou o materialismo argumentando que tudo é mental e que a matéria não existe separada de sensações mentais; portanto, uma cadeira é uma coleção de experiências. Bertrand Russell acreditava que a premissa 2 era confusa.]

10. Todo argumento correto é válido.
    ∴ Todo argumento incorreto é inválido. [Utilize Cx e Vx e o universo de discurso dos argumentos.]

11. Todo invasor é comido.
∴ Alguns invasores são comidos. [Utilize Ix e Cx. A premissa é de uma placa no Appalachian Trail no norte da Virgínia. Para lógica tradicional (Seção 2.8), "todo A é B" implica "algum A é B"; para lógica moderna, "todo A é B" significa "qualquer coisa que é A também é B" – qual pode ser verdadeiro, mesmo se não existem A's.]

12. Alguns seres necessários existem.
Todos os seres necessários são seres perfeitos.
∴ Alguns seres perfeitos existem. [Utilize Nx e Px. Kant afirmou que o argumento cosmológico da existência de Deus prova no máximo a premissa 1; não prova a existência de Deus (um ser perfeito) a não ser que acrescentemos a premissa 2. Mas a premissa 2, pelo próximo argumento, pressupõe a declaração central do argumento ontológico – que algum ser perfeito é um ser necessário. Então, Kant afirmou que o argumento cosmológico pressupõe o argumento ontológico.]

13. Todos os seres necessários são seres perfeitos.
∴ Algum ser perfeito é um ser necessário. [Utilize Nx e Px. Kant seguiu lógica tradicional (veja o problema 11) ao tomar que "todo A é B" implica "algum A é B."]

14. Ninguém que não é um positivista lógico sustenta o critério de verificação de significado.
∴ Todos que sustentam o critério de verificação de significado são positivistas lógicos. [Utilize Px e Sx. O critério de verificação de significado diz que toda declaração genuinamente verdadeira é ou testável experimentalmente ou verdadeira por definição.]

15. Nenhuma água pura é inflamável.
Alguma água do rio Cuyahoga é inflamável.
∴ Alguma água do rio Cuyahoga não é pura. [Utilize Px, Ix e Cx.]

8.4 Traduções mais difíceis

Começaremos utilizando letras de enunciado (como "S" para "Está nevando") e constantes individuais (como "r" para "Romeu") em nossas traduções e provas:

Se está nevando, então Romeu está com frio = $(S \supset Fr)$

Nesse caso "S", já que é uma letra maiúscula que não é seguida de uma letra minúscula, representa um enunciado inteiro. E "r", já que é uma letra minúscula entre "a" e "w", é uma constante que denota uma pessoa ou coisa específica.

Começaremos também a utilizar quantificadores múltiplos e não iniciais. De agora em diante, utilize as regras adicionais sobre qual quantificador utilizar e onde colocá-los:

Onde em português houver	coloque isso na fbf
todo (cada)	(x)
nem todo	$\sim(x)$
algum	$(\exists x)$
nenhum	$\sim(\exists x)$

A seguir um exemplo:

Se todos são italianos, então Romeu é italiano = $((x)\ Ix \supset Ir)$

Uma vez que "se" é traduzido como "(" do mesmo modo "se todo" é traduzido como "((x)". Ao traduzir, imite a ordem das palavras em português:

todo não = $(x)\sim$	todo ou = $(x)($	se todo ou = $((x)($
nem todo = $\sim(x)$	ou todo = $((x)$	se ou todo = $(((x)$

Utilize um quantificador separado para cada "todo", "algum" e "nenhum":

Se todos são italianos, então todos são amantes.	=	$((x)\ Ix \supset (x)\ Ax)$
Se nem todo mundo é italiano, então alguns não são amantes.	=	$(\sim(x)Ix \supset (\exists x)\sim Ax)$
Se nenhum italiano é amante, então algum italiano não é amante.	=	$(\sim(\exists x)(Ix \bullet Lx) \supset (\exists x)(Ix \bullet \sim Ax))$

"Qualquer" difere sutilmente de "todo" (que é traduzido como "(x)" que espelha onde "todo" ocorre em um sentença em português). "Qualquer" é governado por duas regras, mas equivalentes; a seguir a regra mais simples com exemplos:

(1) Para traduzir "qualquer", primeiro refraseie a sentença de modo que ela signifique a mesma coisa, mas sem o uso de "qualquer"; então traduza a segunda sentença.	"Ninguém ..". = "Nenhum ...." "Se qualquer ..". = "Se algum ...." "Qualquer ..". = "Todo ...."

	=	Ninguém é rico.
Nenhuma pessoa é rica.	=	~(∃x)Rx
Ninguém que seja italiano é um amante.	=	Nenhum italiano é um amante.
	=	~(∃x)(Ix • Ax)
Se qualquer pessoa é justa,	=	Se alguém é justo, haverá paz.
então haverá paz.	=	((∃x)Jx ⊃ P)

Nossa segunda regra normalmente dá uma fórmula diferente, mas que é equivalente:

> (2) Para traduzir "qualquer", ponha um "(x)" no começo da fbf, independentemente de onde o "qualquer" ocorre na sentença.

Nenhuma pessoa é rica	=	(x)~Rx
	=	Para todo x, x não é rico
Nenhum italiano é um amante	=	(x) ~ (Ix • Ax) ← Observe o "•" aqui!
	=	Para todo x, x não é tanto italiano quanto um amante.
Se qualquer pessoa é justa,	=	(x) (Jx ⊃ P)
então haverá paz	=	Para todo x, se x é justo haverá paz.

"Qualquer" no começo de uma sentença usualmente significa apenas "todo". Então "Qualquer italiano é um amante" significa "Todo italiano é amante."

8.4a Exercício – também LogiCola H (HM & HT)

Traduza estas sentenças em português em fbfs. Lembre-se que nossas regras de tradução são guias aproximados e às vezes não funcionam; então leia sua fórmula cuidadosamente para ter certeza que ela reflete o que a sentença em português significa.

Se todo mundo é mau, então Gensler é mau.	((x)Mx ⊃ Mg)

1. Gensler é ou louco ou mau.
2. Se Gensler é um lógico, então alguns lógicos são maus.

3. Se todos são lógicos, então todos são maus.
4. Se todos os lógicos são maus, então algum lógico é mau.
5. Se alguém é mau, choverá.
6. Se todo mundo é mau, choverá.
7. Se alguém é mau, então choverá.
8. Se Gensler é é um lógico, então alguém é um lógico.
9. Se ninguém é mau, então ninguém é um lógico mau.
10. Se todos são maus, então todos os lógicos são maus.
11. Se alguns são lógicos, então alguns são maus.
12. Todo lógico louco é mau.
13. Todo mundo que não é lógico é mau.
14. Nem todo mundo é mau.
15. Ninguém é mau.
16. Se Gensler é um lógico, então ele é mau.
17. Se alguem é um lógico, então Gensler é um lógico.
18. Se alguém é um lógico, então ele ou ela é mau.
19. Todo mundo é um lógico mau.
20. Nem todo lógico é mau.

8.5 Provas mais difíceis

Agora chegamos a provas utilizando fórmulas com quantificadores múltiplos ou não iniciais. Tais provas, enquanto não requerem nenhuma nova regra de inferência, com frequência são ardilosas e requerem assunções múltiplas. Como antes, corte somente quantificadores iniciais:

(ambas erradas)

A fórmula "((x)Fx ⊃ (x) Gx)" é um se-então; para fazer inferência com ela, precisamos que a primeira parte seja verdadeira ou que a segunda parte seja falsa – como nestes exemplos:

((x)Fx ⊃ (x)Gx) (x)Fx ∴ (x)Gx	*(ambas corretas)*	((x)Fx ⊃ (x)Gx) ~(x)Gx ∴ ~(x)Fx

Se travarmos, podemos precisar assumir um lado ou sua negação.

A seguir uma prova utilizando uma fórmula com múltiplos quantificadores:

Se *alguns* são escravizados, então todos têm sua liberdade ameaçada.
∴ Se esta pessoa é escravizada, então eu tenho minha liberdade ameaçada.

*	1	((∃x)Ex ⊃ (x)Ax)	**Válido**
		[∴ (Ep ⊃ Ae)	
*	2	┌ ass: ~(Ep ⊃ Ae)	
	3	│ ∴ Ep {de 2}	
	4	│ ∴ ~Ae {de 2}	
	5	│ ┌ ass: ~(∃x)Ex {quebra de 1}	
	6	│ │ ∴ (x)~Ex {de 5}	
	7	│ └ ∴ ~Ep {de 6}	
	8	│ ∴ (∃x)Ex {de 5; 3 contradiz 7}	
	9	│ ∴ (x)Ax {de 1 e 8}	
	10	└ ∴ Ae {de 9}	
	11	∴ (Ep ⊃ Ae) {de 2; 4 contradiz 10}	

Após fazer a assunção, aplicamos uma regra-S para obter linhas 3 e 4. Então travamos, já que não podemos cortar o quantificador não inicial em 1. Então fazemos uma segunda assunção na linha 5, obtemos uma contradição e derivamos 8. Logo obtemos uma segunda contradição para completar a prova.

Aqui um argumento inválido similar:

Se *todos* são escravizados, então todos têm sua liberdade ameaçada.
∴ Se esta pessoa é escravizada, então eu tenho minha liberdade ameaçada.

	1	((x)Ex ⊃ (x)Ax)	**Inválido**
		[∴ (Ep ⊃ Ae)	p, e, t
*	2	ass: ~(Ep ⊃ Ae)	Ep, ~Ae, ~Et
	3	∴ Ep {de 2}	
	4	∴ ~Ae {de 2}	
**	5	ass: ~(x)Ex {quebra de 1}	
**	6	∴ (∃x)~Ex {de 5}	
	7	∴ ~Et {de 6}	

Ao avaliar a primeira premissa nesse caso, primeiro avalie as subfórmulas que começam com quantificadores:

((x)Sx ⊃ (x)Tx)	← Nossa premissa. Primeiro avaliamos "(x)Sx" e "(x)Tx": "(x)Sx" é falsa porque "St" é falsa. "(x)Tx" é falsa porque "Te" é falsa.
(0 ⊃ 0)	← Então substitua "(x)Sx" por "0" e "(x)Tx" por "0."
1	← Portanto, "((x)Sx ⊃ (x)Tx)" é verdadeira.

Então a premissa é verdadeira. Já que a conclusão é falsa, o argumento é inválido.

8.5a Exercício – também LogiCola I (HC & MC)

Diga se cada argumento é válido (e dê uma prova) ou inválido (e dê uma refutação).

(x)(Mx ∨ Fx)
∴ ((x)Mx ∨ (x)Fx)

(Isso é como argumentar que, uma vez que todos são machos ou fêmeas, então ou todos são machos ou todos são fêmeas.)

		Inválido
	1 (x)(Mx ∨ Fx)	
	[∴ ((x)Mx ∨ (x)Fx)	a, b
*	2 ass: ~((x)Mx ∨ (x)Fx)	
*	3 ∴ ~(x)Mx {de 2}	Fa, ~Ma
*	4 ∴ ~(x)Fx {de 2}	Mb, ~Fb
*	5 ∴ (∃x)~Mx {de 3}	
*	6 ∴ (∃x)~Fx {de 4}	
	7 ∴ ~Ma {de 5}	
	8 ∴ ~Fb {de 6}	
*	9 ∴ (Ma ∨ Fa) {de 1}	
*	10 ∴ (Mb ∨ Fb) {de 1}	
	11 ∴ Fa {de 7 e 9}	
	12 ∴ Mb {de 8 e 10}	

1. (x)(Fx ∨ Gx)
   ~Fa
   ∴ (∃x)Gx

2. (x)(Ex ⊃ R)
   ∴ ((∃x)Ex ⊃ R)

3. ((x)Ex ⊃ R)
   ∴ (x)(Ex ⊃ R)

4. ((∃x)Fx ∨ (∃x)Gx)
   ∴ (∃x)(Fx ∨ Gx)

5. ((∃x)Fx ⊃ (∃x)Gx)
   ∴ (x)(Fx ⊃ Gx)

6. (x)((Fx ∨ Gx) ⊃ Hx)
   Fm
   ∴ Hm

7. Fj
   (∃x)Gx
   (x)((Fx • Gx) ⊃ Hx)
   ∴ (∃x)Hx

8. ((∃x)Fx ⊃ (x)Gx)
   ~Gp
   ∴ ~Fp

9. (∃x)(Fx ∨ Gx)
   ∴ ((x)~Gx ⊃ (∃x)Fx)

10. ~(∃x)(Fx • Gx)
   ~Fd
   ∴ Gd

11. (x)(Ex ⊃ R)
   ∴ ((x)Ex ⊃ R)

12. (x)(Fx • Gx)
   ∴ ((x)Fx • (x)Gx)

13. (R ⊃ (x)Ex)
   ∴ (x)(R ⊃ Ex)

14. ((x)Fx ∨ (x)Gx)
   ∴ (x)(Fx ∨ Gx)

15. ((∃x)Ex ⊃ R)
   ∴ (x)(Ex ⊃ R)

8.5b Exercício – também LogiCola I (HC & MC)

Primeiro avalie intuitivamente. Depois traduza em lógica (utilizando as letras dadas) e diga se o argumento é válido (e dê uma prova) ou inválido (dê uma refutação).

1. Tudo tem uma causa.
   Se o mundo tem uma causa, então existe Deus.
   ∴ Existe Deus. [Utilize Cx para "x tem uma causa". m para "o mundo" e D para "Existe Deus (que não necessitamos quebrar em "(∃x)Dx" – "Para algum x, x é um Deus"). Um estudante meu sugeriu esse argumento; mas o próximo exemplo mostra que a premissa 1 pode facilmente levar à conclusão oposta.]

2. Tudo tem uma causa.
Se existe Deus, então algo não tem uma causa (a saber, Deus).
∴ Deus não existe. [Utilize Cx e D. O próximo exemplo qualifica "Tudo tem uma causa" para evitar o problema; alguns preferem um argumento baseado em "Todo *ser contingente ou conjunto de coisas* tem uma causa."]

3. Tudo que começou a existir tem uma causa.
O mundo começou a existir.
Se o mundo tem uma causa, então existe Deus.
∴ Existe Deus. [Utilize Cx, C'x, m e D. Esse "argumento kalam" é de William Craig e James Moreland; eles defendem a premissa 2 apelando à teoria do big-bang, a lei de entropia e a impossibilidade de um infinito atual.]

4. Se todo mundo joga lixo no chão, então o mundo será sujo.
∴ Se você jogar lixo no chão, então o mundo será sujo. [Jx, D, v]

5. Qualquer coisa que seja agradável é ou imoral ou engorda.
∴ Se nada é imoral, então tudo que não engorda não é agradável. [Ax, Ix, Ex]

6. Tudo que pode ser explicado ou pode ser explicado como causado por leis científicas ou pode ser explicado como resultado de uma escolha livre de um ser racional.
A totalidade das leis básicas científicas não pode ser explicada como causada por leis científicas (já que isso seria circular).
∴ Ou a totalidade das leis científicas básicas não pode ser explicada ou então elas não podem ser explicadas como resultado de uma escolha livre de um ser racional (Deus). [Utilize Ex para "x pode ser explicado", Sx para "x pode ser explicado como causado por leis científicas", Fx para "x pode ser explicado como resultado de uma escolha livre de um ser racional" e t para "a totalidade das leis científicas". Esse argumento é de R. G. Swinburne.]

7. Se alguém conhece o futuro, então ninguém tem livre-arbítrio.
∴ Ninguém que conheça o futuro tem livre-arbítrio. [Cx, Lx]

8. Se todo mundo ensina filosofia, então todo mundo morrerá de fome.
∴ Todo mundo que ensina filosofia morrerá de fome. [Ex, Mx]

9. Nenhuma proposição baseada em experiência sensória é logicamente necessária.
∴ Ou nenhuma proposição matemática é baseada em experiência sensória, ou nenhuma proposição matemática é logicamente necessária.

[Utilize Sx, Nx, Mx e o universo das proposições. Esse argumento é do positivista lógico A. J. Ayer.]

10. Qualquer regra social básica com a qual as pessoas concordariam se elas fossem livres e racionais, mas ignorantes quanto a sua posição na sociedade (se rico ou pobre, preto ou branco, do sexo masculino ou feminino), é um princípio de justiça.
    O princípio de igual-liberdade e o princípio da diferença são regras sociais básicas com as quais as pessoas concordariam se elas fossem livres e racionais, mas ignorantes quanto a sua posição na sociedade.
    ∴ O princípio de igual-liberdade e o princípio da diferença são princípios de justiça. [Utilize {...}. De John Rawls. O princípio de igual-liberdade diz que cada pessoa é uma entidade {to the greatest} liberdade compatível com uma liberdade igualitária para todas as outras. O princípio da diferença diz que riqueza deve ser distribuída igualmente, exceto por {inequalilties} que servem como incentivo que {ultimately} beneficiam a todos é são igualmente abertas a todos.]

11. Se não existem seres, então não existem seres contingentes.
    ∴ Todos os seres contingentes são seres necessários. [Utilize Nx e Cx. Tomás de Aquino aceitou a premissa, mas não a conclusão.]

12. Qualquer coisa não refutada que é de valor prático à vida de alguém deve ser acreditada.
    Livre-arbítrio não é refutado.
    ∴ Se livre-arbítrio é de valor prático à vida de alguém, então deve ser acreditado. [Utilize Rx, Vx, D'x, l (para "livre-arbítrio"), e o universo de discurso das crenças. De William James.]

13. Se o mundo não tem início temporal, então alguma série de momentos antes do momento presente é uma série infinita completa.
    Não existe série infinita completa.
    ∴ O mundo teve um início temporal. [Utilize Tx para "x teve um início temporal", m para "mundo", Mx para "x é uma série de momentos antes do momento presente" e Ix para "x é uma série infinita completa". Esse argumento e o próximo são de Immanuel Kant, que pensava que nossos princípios metafísicos intuitivos levavam a conclusões conflitantes e, consequentemente, não poderiam ser confiáveis.]

14. Tudo que teve um início temporal tem a causa de sua existência em algo que já existia antes.

Se a existência do mundo foi causada por algo que já existia antes, então existia tempo antes do início do mundo.
Se o mundo teve um início temporal, então não houve tempo algum antes de o mundo começar.

∴ O mundo não teve um início temporal [utilize Tx para "x teve um início temporal", Cx para "x teve a causa da sua existência em (ou sua existência foi causada por) algo que já existia antes", m para "o mundo" e I para "houve tempo antes do início do mundo".
Se a existência do mundo foi causada por algo prévio em existência, então existia tempo antes do início do mundo.

15. Se emotivismo é verdadeiro, então "X é bom" significa "Hurrah para X!" e todos os juízos morais são exclamações.
Todas as exclamações são inerentemente emocionais.
"Esta isenção desonesta de impostos é errada" é um juízo moral.
"Esta isenção desonesta de impostos é errada" é inerentemente emocional.
∴ Emotivismo não é verdadeiro. [V, H, Mx, Ex, Ix, t]

16. Se todas as coisas são materiais, então todos os números primos são compostos de partículas físicas.
Sete é um número primo.
Sete não é composto de partículas físicas.
∴ Nem tudo é material. [Mx, Px, Cx, s]

17. Se todo mundo mentir, os resultados serão desastrosos.
∴ Se alguém mentir, os resultados serão desastrosos. [Mx, D]

18. Todo mundo faz juízos morais.
Juízos morais logicamente pressupõem crenças sobre Deus.
Se juízos morais logicamente pressupõem crenças sobre Deus, então todos que fazem juízos morais acreditam (pelo menos implicitamente) que existe Deus.
∴ Todos acreditam (pelo menos implicitamente) que Deus existe. [Utilize Mx para "x faz juízos morais", L para "Juízos morais pressupõem crenças sobre Deus" e Cx para "x acredita (pelo menos implicitamente) que existe um Deus". Esse argumento é do teólogo jesuíta Karl Rahner.]

19. "x=x" é uma lei básica.
"x=x" é verdadeira em si mesma e não é verdadeira porque alguém a fez verdadeira.

Se "x=x" depende da vontade de Deus, então "x=x" é verdadeira porque alguém a fez verdadeira.

∴ Algumas leis básicas não dependem da vontade de Deus. [Utilize e (para "x=x"), Bx, Vx, Fx e Dx.]

20. Nada que não foi causado pode ser integrado na unidade de nossa experiência.
Tudo que podemos conhecer experimentalmente pode ser integrado na unidade de nossa experiência.
∴ Tudo que podemos conhecer experimentalmente é causado. [Utilize Cx, Ix e Ex. De Immanuel Kant. A conclusão é limitada a objetos de experiência possível – já que diz "Tudo *que podemos conhecer experimentalmente é* causado"; Kant pensava que o absoluto "Tudo é causado" leva a contradição (veja problemas 1 e 2).]

21. Se todos deliberam sobre alternativas, então todos acreditam (pelo menos implicitamente) em livre-arbítrio.
∴ Todos que deliberam sobre alternativas acreditam (pelo menos implicitamente) em livre-arbítrio. [Dx, Ax]

22. Todos que são consistentes e acreditam que aborto é normalmente admissível consentirão com a ideia de eles terem sido abortados em circunstâncias normais.
Você não consente com a ideia de você ter sido abortado em circunstâncias normais.
∴ Se você é consistente, então você não acreditará que aborto é normalmente admissível. [Utilize Cx, Px, Ix e v. Veja meu artigo em *Philosophical Studies* de janeiro de 1986 ou o capítulo síntese de meu *Ethics: A Contemporary Introduction*, 2ª ed. (Nova York: Routledge, 2011).]

Capítulo 9

RELAÇÕES E IDENTIDADE

Esse capítulo leva a lógica quantificacional a seu poder total ao adicionar **enunciados de identidade** (como "a=b") e **enunciados de relação** (como "Lrj" para "Romeu ama Julieta").

9.1 Traduções de identidade

Nossa terceira regra para formar fbfs quantificacionais introduz "=" ("é igual a"):

3. O resultado de escrever uma letra minúscula e depois "=" e depois uma letra minúscula é uma fbf.

Essa regra nos permite construir fbfs como estas:

x=y	=	x é igual a y.
r=l	=	Romeu é o amante de Julieta.
~ p=l	=	Paris não é o amante de Julieta.

Negamos uma fbf de identidade escrevendo "~" na frente da fbf. "r=l" ou "~p=l" não utilizam parênteses, já que parênteses não são necessários para evitar ambiguidade.

O uso mais simples de "=" é para traduzir um "é" que se situa entre dois termos singulares. Lembre-se da diferença entre termos gerais e termos singulares:

Utilize letras maiúsculas para **termos gerais** (termos que *descrevem* ou introduzem uma *categoria):* A = um amante C = charmoso F = dirige um Ford Utilize letras maiúsculas para "um tal e tal", adjetivos e verbos.	Utilize letras minúsculas para **termos singulares** (termos que denotam uma pessoa ou coisa *específica*): a = o amante de Julieta c = uma criança r = Romeu Utilize letras minúsculas para "o tal e tal", "este tal e tal" e nomes próprios.

Compare estas duas formas:

Predicação	*Identidade*
Ar	r=l
Romeu é um amante.	Romeu é o amante de Julieta.

Utilize "=" para "é" se ambos os lados são termos singulares (e consequentemente representados por letras minúsculas). O "é" de identidade pode ser expresso com "é idêntico a" ou "é a mesma entidade que", e pode ser invertido (portanto, se x=y então y=x).

Podemos traduzir "exceto", "além de" e "somente" utilizando identidade:

Alguém *exceto* Romeu é rico	=	Alguém que não é Romeu é rico.
= Alguém *além* de Romeu é rico	=	Para algum x, x ≠Romeu e x é rico.
	=	(∃x)(~x=r • Rx)
Somente Romeu é rico	=	Romeu é rico e ninguém além de Romeu é rico.
	=	(Rr• ~ (∃x)(~x=r • Rx))

Podemos também traduzir algumas noções numéricas, por exemplo:

Pelo menos dois são ricos	=	Para algum x e algum y: x≠y, x é rico, e y é rico.
	=	(∃x)(∃y)(~ x=y • (Rx • Ry))

O par de quantificadores "(∃x)(∃y)" ("para algum x e algum y") não diz se x e y são idênticos; então precisamos de "~x=y" para dizer que eles não são idênticos.

Doravante frequentemente precisaremos de mais letras para variáveis do que "x" para manter claras as referências. Não importa que letras utilizamos; estas duas são equivalentes:

$(\exists x)Rx$	=	Para algum x, x é rico	=	Pelo menos um ser é rico.
$(\exists y)Ry$	=	Para algum y, y é rico	=	Pelo menos um ser é rico.

Aqui, como traduzimos "exatamente um" e "exatamente dois":

	=	Para algum x: x é rico e não existe um y tal que x≠y e y é rico.
Exatamente um ser é rico	=	$(\exists x)(Rx \bullet \sim(\exists y)(\sim y{=}x \bullet Ry))$
	=	Para algum x e algum y: x é rico e y é rico e x≠y e não existe z tal que z≠x e z≠y e z é rico.
Exatamente dois seres são ricos	=	$(\exists x)(\exists y)(((Rx \bullet Ry) \bullet \sim x{=}y) \bullet \sim(\exists z)((\sim z{=}x \bullet \sim z{=}y) \bullet Rz))$

Nossa notação pode expressar "Existem exatamente n F's" para qualquer número inteiro específico n.

Podemos também expressar adição. Aqui uma paráfrase em português de "1 + 1 = 2" e a fórmula correspondente:

Se exatamente um ser é F e exatamente um ser é G e nada é F-e-G, então exatamente dois seres são F-ou-G.	$((((\exists x)(Fx \bullet \sim(\exists y)(\sim y{=}x \bullet Fy)) \bullet (\exists x)(Gx \bullet \sim(\exists y)(\sim y{=}x \bullet Gy))) \bullet \sim(\exists x)(Fx \bullet Gx)) \supset (\exists x)(\exists y)(((Fx \vee Gx) \bullet (Fy \vee Gy)) \bullet (\sim x{=}y \bullet \sim(\exists z)((\sim z{=}x \bullet \sim z{=}y) \bullet (Fz \vee Gz)))))$

Podemos provar nossa fórmula "1 + 1 = 2" assumindo sua negação e derivando uma contradição. Ainda que isso seja uma tarefa tediosa, é interessante notar que ela poderia ser feita. Em princípio, poderíamos provar "2 + 2 = 4" e "5 + 7 = 12" – e as adições em seu formulário de impostos. Alguns professores de lógica maldosos dão tais coisas como dever de casa.

9.1a Exercícios – também LogiCola H (IM & IT)

Traduza estas sentenças em português em lógica.

Jim é o goleiro e é um estudante.	$(j{=}g \bullet Sj)$

1. Aristóteles é um lógico.
2. Aristóteles é o maior lógico.

3. Aristóteles não é Platão.
4. Alguém além de Aristóteles é um lógico.
5. Existem ao menos dois lógicos.
6. Aristóteles por si só é um lógico.
7. Todos os lógicos exceto Aristóteles são maus.
8. Ninguém além de Aristóteles é mau.
9. O filósofo é Aristóteles.
10. Existe exatamente um lógico.
11. Existe exatamente um lógico mau.
12. Todos além de Aristóteles e Platão são maus.
13. Se o ladrão é inteligente, então você não é o ladrão.
14. Carol é minha única irmã.
15. Alice corre, mas não é a corredora mais rápida.
16. Existe no máximo um rei.
17. O rei é careca.
18. Existe exatamente um rei e ele é careca.

9.2 Provas de identidade

Precisamos de duas novas regras para identidade. A seguinte regra de autoidentidade (AI) vale indiferentemente de qual constante substitui "a":

Autoidentidade	a=a

Isso é um **axioma** – uma asserção básica que não é provada, mas pode ser utilizada para provar outras coisas. A regra AI diz que podemos asserir uma autoidentidade como uma "linha derivada" em qualquer lugar em uma prova, indiferentemente do que sejam as linhas prévias. Acrescentar "a=a" pode ser útil se já temos "~a=a" (já que então obtemos uma contradição) ou se já temos uma linha como "(a=a ⊃ Gb)" (já que podemos aplicar uma regra I).

A regra substituição de iguais (SI) é baseada na ideia de que idênticos são intercambiáveis: se a=b, então tudo que seja verdadeiro sobre a também é verdadeiro sobre b, e vice-versa. Essa regra vale indiferentemente das variáveis que substituem "a" e "b" e quais fbfs substituem "Fa" e Fb" – contanto que as duas fbfs sejam semelhantes, exceto que as constantes sejam em uma ou mais ocorrências:

Substituição de iguais	a=b, Fa → Fb

A seguir uma prova simples de identidade:

Eu peso 90 quilos.
Minha mente não pesa 90 quilos.
∴ Eu não sou idêntico a minha mente.

1 Pi **Válido**
2 ~ Pm
[∴ ~ i=m
3 ┌ ass: i=m
4 └ ∴ Pm {de 1 e 3}
5 ∴ ~ i=m {de 3; 2 contradiz 4}

Linha 4 segue por substituição de iguais; se m e i são idênticos, então tudo que é verdadeiro para um é verdadeiro para o outro.

A seguir, um simples argumento inválido e sua refutação:

O ladrão de bancos calça 40.
Você calça 40.
∴ Você é o ladrão de bancos.

1 Cb
2 Cu
[∴ u=b
3 ass: ~ u=b

Inválido b, u

Wb, Wu, ~ u=b

Já que não podemos inferir nada aqui (não podemos fazer muito com "~ u=b"), montamos um mundo possível para refutar o argumento. Esse mundo contém duas pessoas distintas, o ladrão de bancos e você, ambos calçando 40. Já que todas as premissas são verdadeiras e a conclusão falsa nesse mundo, nosso argumento é inválido.

Nosso próximo exemplo envolve *pluralismo* e *monismo*:

Pluralismo	*Monismo*
Existe mais de um ser.	Existe exatamente um ser.
(∃x)(∃y)~ x=y	(∃ x)(y)y=x
Para algum x e algum y: x≠y.	Para algum x, todo y é idêntico a x.

Aqui uma prova que pluralismo implica a falsidade de monismo:

Existe mais de um ser.
∴ É falso que existe exatamente um ser.

* 1 (∃x)(∃y)~x=y **Válido**
[∴ ~(∃x)(y)y=x
* 2 ┌ ass: (∃x)(y)y=x
* 3 │ ∴ (∃y)~a=y {de 1}
4 │ ∴ ~a=b {de 3}
5 │ ∴ (y)y=c {de 2}
6 │ ∴ a=c {de 5}
7 │ ∴ b=c {de 5}
8 └ ∴ a=b {de 6 e 7}
9 ∴ ~(∃x)(y)y=x {de 2; 4 contradiz 8}

As linhas 1 e 2 têm quantificadores lado a lado. Podemos cortar quantificadores que são iniciais e, portanto, extremos; então temos que cortar um de cada vez, começando de fora. Depois de cortar os quantificadores, substituímos iguais para obter a linha 8: nossa premissa "b=c" nos permite tomar "a=c" e substituir "c" por "b", obtendo assim "a=b."

Não nos preocupamos em derivar "c=c" de "(y)y=c" na linha 5. De agora em diante, será frequentemente muito tedioso cortar quantificadores universais utilizando *toda* constante já utilizada. Então derivaremos somente instâncias aparentemente úteis para nossa prova ou refutação.

Nossa regra substituição de iguais parece valer universalmente em argumentos sobre matéria ou matemática. Mas a regra pode falhar com fenômenos mentais. Considere o seguinte argumento (onde "Bx" denota "Jones acredita que x está no penny"):

Jones acredita que Lincoln está no penny.	Bl
Lincoln foi o primeiro presidente republicano dos Estados Unidos.	l=r
∴ Jones acredita que o primeiro presidente republicano dos Estados Unidos está no penny.	∴ Br

Se Jones não estivesse ciente de que Lincoln foi o primeiro presidente republicano dos Estados Unidos, as premissas poderiam ser verdadeiras enquanto a conclusão seria falsa. Então o argumento é inválido. Mas ainda podemos derivar a conclusão das premissas utilizando a regra substituição de iguais. Então algo está errado aqui.

Para evitar o problema, não permitiremos traduzir em lógica quantificacional nenhum predicado ou relação que viola a regra substituição de iguais. Então não permitiremos que "Bx" denote "Jones acredita que x está no penny". Enunciados sobre crenças e outros fenômenos mentais frequentemente violam essa regra; então temos que ser cuidadosos ao traduzir tais enunciados em lógica quantificacional.[1]

Então o mental parece seguir padrões lógicos diferentes do físico. Isso refuta o projeto materialista de reduzir o mental ao físico? Filósofos disputam sobre essa questão.

9.2a Exercício – também LogiCola IDC

Diga se cada um é válido (e de uma prova) ou inválido (de uma refutação).

[1] O capítulo 13 desenvolverá maneiras especiais de simbolizar crenças e irá restringir explicitamente o uso da regra de substituição de iguais com tais fórmulas (Seção 13.2).

a=b
∴ b=a

1 a=b Válido
[∴ b=a
2 ┌ ass: ~b=a
3 │ ∴ ~b=b {de 1 e 2}
4 └ ∴ b=b {autoidentidade, para contradizer 3}
5 ∴ b=a {de 2; 3 contradiz 4}

1. Fa
∴ ~(∃x)(Fx • ~x=a)

2. (a=b ⊃ ~(∃x)Fx)
∴ (Fa ⊃ ~Fb)

3. a=b
b=c
∴ a=c

4. ~a=b
c=b
∴ ~a=c

5. ~a=b
~c=b
∴ a=c

6. a=b
∴ (Fa ≡ Fb)

7. a=b
(x)(Fx ⊃ Gx)
~Ga
∴ ~Fb

8. Fa
∴ (x)(x=a ⊃ Fx)

9. ∴ (∃x)(y)y=x

10. ∴ (∃x)(∃y)~y=x

9.2b Exercício – também LogiCola IDC

Primeiro avalie intuitivamente. Depois traduza em lógica e diga se o argumento é válido (e dê uma prova) ou inválido (e dê uma refutação). Você terá que compreender que letras utilizar; seja cuidadoso ao decidir entre letras maiúsculas e minúsculas.

1. Keith é meu único sobrinho.
Meu único sobrinho sabe mais sobre BASIC do que eu.
Keith tem 10 anos de idade.
∴ Alguma pessoa de 10 anos de idade sabe mais sobre BASIC do que eu. [Eu escrevi esse argumento muitos anos atrás; agora Keith é mais velho e eu tenho dois sobrinhos.]

2. Alguns são lógicos.
Alguns não são lógicos.
∴ Existe mais de um ser.

3. Este processo químico é publicamente observável.
Esta dor não é publicamente observável.
∴ Esta dor não é idêntica a este processo químico. [Este argumento ataca a teoria de identidade da mente, que identifica os eventos mentais com processos químicos.]

4. A pessoa que deixou um isqueiro é o assassino.
A pessoa que deixou um isqueiro é um fumante.
Nenhum fumante é mochileiro.
∴ O assassino não é um mochileiro.

5. O assassino não é um mochileiro.
   Você não é um mochileiro.
   ∴ Você é o assassino.

6. Se Speedy Jones olhar para o *quarterback* logo antes de correr, então Speedy Jones é o receptor principal.
   O receptor principal é o receptor que você deveria tentar cobrir.
   ∴ Se Speedy Jones olha para o *quarteback* logo antes de correr, então Speedy Jones é o receptor que você deveria tentar cobrir.

7. Judy não é a melhor cozinheira do mundo.
   O melhor cozinheiro do mundo mora em Detroit.
   ∴ Judy não mora em Detroit.

8. Patrícia mora em Dakota de Norte.
   Blondie mora em Dakota de Norte.
   ∴ Pelo menos duas pessoas moram em Dakota de Norte.

9. Sua nota é a média de seus testes.
   A média de seus testes é B.
   ∴ Sua nota é B.

10. Ou você sabia onde o dinheiro estava, ou o ladrão sabia onde o dinheiro estava.
    Você não sabia onde o dinheiro estava.
    ∴ Você não é o ladrão.

11. O homem dos sonhos de Suzy é ou rico ou bonito.
    Você não é rico.
    ∴ Se você é bonito, então você é o homem dos sonhos de Suzy.

12. Se alguém confessa, então alguém vai para a prisão.
    Eu confesso.
    Eu não vou para a prisão.
    ∴ Alguém além de mim vai para a prisão.

13. David roubou dinheiro.
    A pessoa mais desagradável na festa roubou dinheiro.
    David não é a pessoa mais desagradável na festa.
    ∴ Pelo menos duas pessoas roubaram o dinheiro. [Veja o problema 4 da seção 2.3b.]

14. Ninguém além de Carol e o detetive tinham a chave.
    Alguém que tinha a chave roubou o dinheiro.
    ∴ Ou Carol ou o detetive roubou o dinheiro.

15. Exatamente uma pessoa mora em Dakota do Norte.
    Paul mora em Dakota do Norte.
    Paul é um fazendeiro.
  ∴ Todos que moram em Dakota do Norte são fazendeiros.

16. O time curinga com os melhores resultados vai ao *playoff*.
    Cleveland não é o time curinga com os melhores resultados.
  ∴ Cleveland não vai ao *playoff*.

17. Se o ladrão é inteligente, então você não é o ladrão.
  ∴ Você não é inteligente.

18. Você não é inteligente.
  ∴ Se o ladrão é inteligente, então você não é o ladrão.

9.3 Relações fáceis

Nossa última regra para formar fbfs quantificacionais introduz relações:

4. o resultado de escrever uma letra maiúscula e então duas ou mais letras minúsculas é uma fbf.

Arj = Romeu ama Julieta.
Gxyz = x deu y a z.

Traduzir sentenças relacionais em lógica pode ser difícil, já que existem poucas regras para nos ajudar. Temos que estudar exemplos e capturar os padrões. Esta seção cobre traduções que requerem no máximo um quantificador; a próxima seção cobre traduções que requerem um ou mais quantificadores.

Aqui alguns exemplos sem quantificadores:

Romeu ama Julieta.	=	Arj
Julieta ama a si mesma.	=	Ajj
Julieta ama Romeu, mas não ama Paris.	=	(Arj • ~ Ajp)

E aqui alguns exemplos fáceis com quantificadores:

Todo mundo ama a si mesmo.	=	(x)Axx
Alguém ama a si mesmo.	=	(∃x)Axx
Ninguém ama a si mesmo.	=	~ (∃x)Axx

Normalmente coloque quantificadores *antes* das relações:

Alguém (todos, ninguém) ama Romeu. = Para algum (todo, nenhum) x, x ama Romeu.	Romeu ama alguém (todo mundo, ninguém). = Para algum (todo, nenhum) x, Romeu ama x.

Na caixa da direita, em português coloca-se o quantificador depois – mas a lógica o coloca primeiro. A seguir outras traduções completas:

Alguém ama Romeu = (∃x)Axr Para algum x, x ama Romeu. Todos amam Romeu = (x)Axr Para todo x, x ama Romeu. Ninguém ama Romeu = ~(∃x)Axr Não é o caso que, para algum x, x ama Romeu.	Romeu ama alguém = (∃x)Arx Para algum x, Romeu ama x. Romeu ama todo mundo = (x)Arx Para todo x, Romeu ama x. Romeu ama ninguém = ~(∃x)Arx Não é o caso que, para algum x, Romeu ama x.

Esses exemplos são mais complicados:

Algum Montecchio ama Julieta = (∃x)(Mx • Axj)

Para algum x,	x é um Montecchio e	x ama Julieta.

Todo Montecchio ama Julieta = (x)(Mx ⊃Axj)

Para todo x,	se x é um Montecchio, então	x ama Julieta.

Romeu ama algum Capuleto = (∃x)(Cx • Arx)

Para algum x,	x é um Capuleto e	Romeu ama x.

Romeu ama todos os Capuletos = (x)(Cx ⊃Arx)

Para todo x,	se x é um Capuleto, então	Romeu ama x.

Aqui mais alguns exemplos:

Algum Montecchio além de Romeu ama Julieta = (∃x)((Mx• ~ x=r) • Axj)

Para algum x,	x é um Montecchio e x não é Romeu e	x ama Julieta.

Romeu ama todos os Capuletos, exceto Julieta = (x)((Cx •~x=j) • Arx).

Para todo x,	se x é um Capuleto e x não é Julieta, então	Romeu ama x.

Romeu ama todos os Capuleto que amam a si mesmos = (x)((Cx • Axx) ⊃Arx).

Para todo x,	se x é um Capuleto e x ama x então	Romeu ama x.

Por fim, aqui exemplos com duas relações diferentes:

Todos que conhecem Julieta amam Julieta = (x)(Cxj ⊃ Axj).

Para todo x,	se x conhece Julieta então	x ama Julieta.

Todos que conhecem a si mesmos amam a si mesmos = (x)(Cxx ⊃ Axx).

Para todo x,	se x conhece x, então	x ama x.

É útil refrasear o português no idioma quantificacional antes de traduzir em lógica, tal como nos exemplos dados aqui.

9.3a Exercícios – também LogiCola H (RM & RT)

Utilizando estes equivalentes, traduza as sentenças em português em fbfs.

Axy	=	x ama y	Ix	=	x é italiano	t	=	Tony
Cxy	=	x causou y	Rx	=	x é russo	o	=	Olga
Mxy	=	x é maior que y	Mx	=	x é mau	d	=	Deus

Deus não causa nada que seja mal.	– (∃x)(Mx • Cdx)

1. Tony ama Olga e Olga ama Tony.
2. Nem todo russo ama Olga.
3. Tony ama todo mundo que é russo.
4. Olga ama alguém que não é italiano.
5. Todo mundo ama Olga, mas nem todo mundo é amado por Olga.
6. Todo italiano ama a si mesmo.
7. Olga ama todo italiano exceto Tony.
8. Tony ama todo mundo que ama Olga.
9. Nenhum russo exceto Olga ama Tony.
10. Olga ama todos que amam a si mesmos.

11. Tony não ama nenhum russo que ama a si mesmo.
12. Olga é amada.
13. Deus causou tudo exceto a si mesmo.
14. Nada causou Deus.
15. Tudo que Deus causou é amado por Deus.
16. Nada causou a si mesmo.
17. Deusama a si mesmo.
18. Se Deus não causou a si mesmo, então existe algo que Deus não causou.
19. Nada é maior que Deus.
20. Deus é maior que qualquer coisa da qual ele é a causa.

9.4 Relações difíceis

A seguinte sentença relacional requer dois quantificadores:

Alguém ama alguém = (∃x)(∃y)(Axy)

Para algum x e para algum y,	x ama y.

Isso pode ser verdadeiro porque alguns amam a si mesmos ("(∃x) Axx") ou porque alguém ama a uma outra pessoa ("(∃x)(∃y)(~x=y • Axy)"). As seguintes também requerem dois quantificadores:

Algum Montecchio odeia algum Capuleto = (∃x)(∃y)((Mx • Cy) • Oxy)

Para algum x e para algum y,	x é um Montecchio e y é um Capuleto e	x odeia y.

Todo mundo ama todo mundo = (x)(y)Axy

Para todo x e para todo y,	x ama y.

Todo Montecchio odeia todo Capuleto = (x)(y)((Mx • Cy) ⊃ Hxy).

Para todo x e para todo y,	se x é um Montecchio e y é um Capuleto, então	x odeia y.

Estude cuidadosamente este próximo par – que difere somente na ordem dos quantificadores:

Todo mundo ama alguém. Para todo x existe um y, tal que x ama y. $(x)(\exists y)Axy$	Existe alguém que todos amam. Existe algum y tal que, para todo x, x ama y. $(\exists y)(x)Axy$

No primeiro caso, podemos amar *diferentes* pessoas. No segundo, amamos a *mesma* pessoa; talvez nós todos amemos a Deus. Estes pares enfatizam a diferença:

Todo mundo ama alguém	≠	Existe alguém que todos amam.
Todos moram em alguma casa	≠	Existe alguma casa onde todos moram.
Todos cometem algum erro	≠	Existe algum erro que todos cometem.

As sentenças à direita fazem declarações mais fortes.

Com quantificadores lado a lado, a ordem não importa se ambos os quantificadores são do mesmo tipo; mas a ordem importa se os quantificadores estão misturados:

$(x)(y) = (y)(x)$ $(\exists x)(\exists y) = (\exists y)(\exists x)$ $(x)(\exists y) \neq (\exists y)(x)$

Também não importa que letras para variáveis utilizamos, desde que o padrão de referência seja o mesmo. Estas três são equivalentes:

$(x)(\exists y)Ayx$ $(y)(\exists x)Axy$ $(z)(\exists x)Axz$

Cada uma tem um universal, depois um existencial, depois "L", depois a variável utilizada no existencial, e por fim a variável utilizada no universal.

A seguir alguns exemplos de quantificadores misturados de maior complexidade:

Todo Capuleto ama algum Montecchio = $(x)(Cx \supset (\exists y)(My \cdot Axy))$

Para todo x,	se x é um Capuleto, então	x ama algum Montecchio
		para algum y, y é um Montecchio e x ama y.

Todo Capuleto ama alguém = $(x)(Cx \supset (\exists y)Axy)$

Para todo x,	se x é um Capuleto, então	x ama alguém
		para algum y, x ama y.

Todo mundo ama algum Montecchio = $(x)(\exists y)(My \cdot Axy)$

<table>
<tr><td rowspan="2">Para todo x,</td><td>x ama algum Montecchio</td></tr>
<tr><td>para algum y, y é um Montecchio e x ama y.</td></tr>
</table>

Quando você vê "Todo Capuleto", pense "Para todo x, se x é um Capuleto, então..." – e quando você vê "Algum Montecchio", pense "Para algum x, x é um Montecchio e ..."; algumas vezes você terá que utilizar uma variável diferente de "x" para manter as referências claras. A seguir casos onde temos "algum" e "todo":

Algum Capuleto ama todo Montecchio = $(\exists x)(Cx \cdot (y)(My \supset Axy))$

<table>
<tr><td rowspan="2">Para algum x,</td><td rowspan="2">x é um Capuleto e</td><td>x ama todo Montecchio</td></tr>
<tr><td>Para todo y, se y é um Montecchio, então x ama y.</td></tr>
</table>

Algum Capuleto ama todo mundo = $(\exists x)(Cx \cdot (y)Axy)$

<table>
<tr><td rowspan="2">Para algum x,</td><td rowspan="2">x é um Capuleto e</td><td>x ama todo mundo</td></tr>
<tr><td>Para todo y, x ama y</td></tr>
</table>

Alguém ama todo Montecchio = $(\exists x)(y)(My \supset Axy)$

<table>
<tr><td rowspan="2">Para algum x,</td><td>x ama todo Montecchio</td></tr>
<tr><td>para todo y, se y é um Montecchio, então x ama y para algum x.</td></tr>
</table>

A seguir alguns exemplos variados:

Existe um amante não amado = $(\exists x)(\sim(\exists y)Ayx \cdot (\exists y)Axy)$

<table>
<tr><td rowspan="2">Para algum x,</td><td>x é não amado</td><td rowspan="2">e</td><td>x é um amante</td></tr>
<tr><td>é falso que para algum y, y ama x</td><td>para algum y, x ama y.</td></tr>
</table>

Todos amam um amante = $(x)((\exists y)Axy \supset (y)Ayx)$

<table>
<tr><td rowspan="2">Para todo x</td><td>se x é um amante</td><td rowspan="2">então</td><td>todos amam x</td></tr>
<tr><td>se, para algum y, x ama y</td><td>para todo y, y ama x.</td></tr>
</table>

Romeu ama todos e somente aqueles que não amam a si mesmos = (x)(Arx ≡~Axx)

Para todo x,	Romeu ama x	se e somente se	x não ama x

Todos que conhecem qualquer pessoa amam essa pessoa = (x)(y)(Cxy ⊃Axy)

Para todo x e para todo y,	se x conhece y, então	x ama y.

Enquanto existem poucas regras mecânicas para traduzir sentenças relacionais, com frequência ajuda continuar parafraseando a sentença de acordo com o idioma quantificacional em partes que são mais refinadas.

Muitas relações possuem propriedades especiais, tal como reflexividade, simetria ou transitividade. A seguir exemplos:

"É idêntico a" é *reflexiva*
= Tudo é idêntico a si mesmo.
= (x)x=x [identidade é uma relação com um símbolo especial.]

"Maior que" é *irreflexiva.*
= Nada é maior que si mesmo.
= ~ (∃x)Mxx

"Ser parente de" é *simétrica.*
= Em todos os casos, se x é um parente de y, então y é um parente de x.
= (x)(y)(Pxy ⊃ Pyx)

"Ser pai de" é *assimétrica.*
= Em todos os casos, se x é pai de y, então y não é pai de x.
= (x)(y)(Pxy ⊃ ~ Pyx)

"Ser maior que" é *transitiva.*
= Em todo caso, se x é maior que y e y é maior que z, então x é maior que z.
= (x)(y)(z)((Mxy • Myz) ⊃ Mxz)

"Ser um pé mais alto" é *intransitiva.*
= Em todos os casos, se x é um pé mais alto que y e y é um pé mais alto que z, então x não é um pé mais alto que z.
= (x)(y)(z)((Mxy • Myz) ⊃ ~ Mxz)

O amor não se enquadra em nenhuma dessas categorias, amor não é nem reflexivo ou irreflexivo: algumas vezes pessoas amam a si mesmas e algumas vezes não. Amor não é nem simétrico ou assimétrico: se x ama y, então algumas vezes y ama x em retorno e algumas vezes não. Amor não é nem transitivo ou intransitivo: se x ama y e y ama z, então às vezes x ama z e algumas vezes não.

9.4a Exercício – também LogiCola H (RM & RT)

Utilizando estas equivalências, traduza estas sentenças em português em fbfs.

Axy	=	x ama y	Ix	=	x é italiano	t	=	Tony
Cxy	=	x causou y	Rx	=	x é russo	o	=	Olga
Mxy	=	x é maior que y	Mx	=	x é mau			

Todo russo ama todo mundo.	(x)(Rx ⊃ (y)Axy) *ou* (x)(y)(Rx ⊃ Axy)

1. Todo mundo ama todo russo.
2. Alguns russos amam alguém.
3. Alguém ama algum russo.
4. Algum russo ama todo italiano.
5. Todo russo ama algum italiano.
6. Existe um italiano que todo russo ama.
7. Todos amam todos os outros.
8. Todo italiano ama todo outro italiano.
9. Alguns italianos amam a ninguém.
10. Nenhum italiano ama todo mundo.
11. Ninguém ama todos os italianos.
12. Alguém ama não italianos.
13. Nenhum russo ama todos os italianos.
14. Se todo mundo ama Olga, então existe algum russo que todo mundo ama.
15. Se Tony ama todo mundo, então existe algum italiano que ama todo mundo.
16. Não é sempre verdadeiro que, se uma coisa primeira causou uma segunda, então a primeira é maior que a segunda.
17. Em todos os casos, se uma coisa primeira é maior que uma segunda, então a segunda não é maior que a primeira.
18. Tudo é maior que alguma coisa.
19. Existe algo de que nada é maior.
20. Tudo é causado por alguma coisa.
21. Existe algo que causou tudo.
22. Algo mau causou todas as coisas más.
23. Em todos os casos, se uma coisa primeira causou uma segunda e a segunda causou uma terceira, então a primeira causou a terceira.
24. Existe uma primeira causa (existe algum x que causou alguma coisa, mas nada causou x).
25. Qualquer um que tenha causado qualquer coisa ama essa coisa.

9.5 Provas relacionais

Em provas relacionais como antes, inverteremos operadores, cortaremos existenciais (utilizando novas constantes) e, por último, cortaremos universais. Mas, agora, quantificadores lado a lado serão comuns (como na linha 3 desta próxima prova); cortaremos tais quantificadores um de cada vez, começando por fora, já que podemos apenas cortar um quantificador *inicial*:

Paris ama Julieta.
Julieta não ama Paris.
∴ Não é sempre verdadeiro que, se uma primeira pessoa ama uma segunda, então a segunda ama a primeira.

```
    1  Apj          Válido
    2  ~Ajp
       [ ∴ ~(x)(y)(Axy ⊃ Ayx)
    3  ┌ ass: (x)(y)(Axy ⊃ Ayx)
    4  │ ∴ (y)(Apy ⊃ Ayp) {de 3}
*   5  │ ∴ (Apj ⊃ Ajp) {de 4}
    6  └ ∴ Ajp {de 1 e 5}
    7  ∴ ~(x)(y)(Axy ⊃ Ayx) {de 3; 2
         contradiz 6}
```

Nossa estratégia anterior de prova nos faria cortar cada quantificador universal inicial duas vezes, uma vez utilizando "p" e uma vez utilizando "j". Mas agora isso seria tedioso; então doravante derivaremos somente o que será útil para nossa prova ou refutação.

A seguir outra prova relacional:

Existe alguém
que todos amam.
∴ Todo mundo ama alguém.

```
*   1 (∃y)(x)Axy        Válido
      [  ∴ (x)(∃y)Axy
*   2 ┌ ass: ~(x)(∃y)Axy
*   3 │ ∴ (∃x)~(∃y)Axy {de 2}
*   4 │ ∴ ~(∃y)Aay {de 3}
    5 │ ∴ (y)~Aay {de 4}
    6 │ ∴ (x)Axb {de 1}
    7 │ ∴ Aab {de 6}
    8 └ ∴ ~Aab {de 5}
    9 ∴ (x)(∃y)Axy {de 2; 7 contradiz 8}
```

Esse argumento deveria ser intuitivamente válido – já que, se existe uma pessoa específica (Deus, por exemplo) que todos amam, então todo mundo ama pelo menos uma pessoa.

Provas relacionais levantam problemas interessantes. Com argumentos quantificacionais que carecem de relações e identidade:

1. Existem estratégias mecânicas (como a delineada na Seção 8.2) que sempre darão uma prova ou refutação em um número finito de linhas;

2. E uma refutação necessita de no máximo 2^n entidades (onde *n* é o número de predicados distintos no argumento) e nunca necessita de um número infinito de entidades.

Nenhuma das características valem para argumentos relacionais. Contra 1, não existe estratégia mecânica possível que sempre nos fornecerá uma prova ou refutação de um argumento relacional. Este resultado é chamado *teorema de Church*, em referência ao lógico Alonzo Church. Como resultado, calcular às vezes requer engenhosidade e não apenas métodos mecânicos; o defeito de nossa estratégia de prova, veremos, é que ela pode nos conduzir a um *loop* infinito.[2] Contra 2, refutar argumentos relacionais inválidos às vezes requer um mundo possível com um número infinito de entidades.

Instruções conduzem a um **loop infinito** se elas comandam a mesma sequência de ações repetidamente, infinitamente. Já escrevi programas de computador com *loops* infinitos por erro. Por diversão coloquei um *loop* infinito no índice por diversão:

Loop infinito. Ver infinito, *loop*.

Infinito, *loop*. Ver *loop* infinito.

Nossa estratégia de prova quantificacional pode nos conduzir em tal *loop*. Se você o vir chegar, abandone a estratégia e improvise sua própria refutação.

Ao tentar provar "~(x)(∃y)x=y" ("Nem tudo é idêntico a alguma coisa") conduz a um *loop* infinito:

[∴ Nem tudo é idêntico a alguma coisa.		[∴ ~(x)(∃y)x=y **Inválido**
Assuma: Tudo é idêntico a alguma coisa.	1	ass: (x)(∃y)x=y
∴ a é idêntico a alguma coisa.	2	∴ (∃y)a=y {de 1}
∴ a é idêntico a b.	3	∴ a=b {de 2}
∴ b é idêntico a algo.	4	∴ (∃y)b=y {de 1}
∴ b é idêntico a c.	5	∴ b=c {de 4}
∴ c é identico a alguma coisa...	6	∴ (∃y)c=y {de 1} ...

Nós cortamos o quantificador existencial em 1, utilizando uma nova constante "a" (já que não há constantes já utilizadas) para obter 2; uma linha depois obtemos uma nova constante "b". Cortamos o universal em 1 utilizando "b" para obter 4; uma linha depois, obtemos

[2] O programa de computador LogiCola, que vai com este livro, segue regras mecânicas (algoritmos) para construir provas. Se deixado a si mesmo, LogiCola entraria em um *loop* infinito para algum argumento relacional inválido. Mas a LogiCola é previamente dito quais argumentos entrariam em um *loop* infinito e que refutação fornecer, então ele pode parar o *loop* em um ponto razoável.

uma nova constante "c". E assim por diante infinitamente. Para refutar o argumento, podemos utilizar um mundo com uma única entidade, a, que é idêntica a si mesma:

a	a=a

Nesse mundo, tudo é idêntico a alguma coisa – e, consequentemente, a conclusão é falsa. Temos que imaginar esse mundo para nós mesmos. A estratégia não o fornece automaticamente; ao invés, conduz a um *loop* infinito.

Fbfs que começam com uma combinação de quantificadores universais/existenciais, como "$(x)(\exists y)$", frequentemente conduzem a um *loop* infinito. Aqui outro exemplo:[3]

Todo mundo ama alguém.	$(x)(\exists y)Axy$	**Inválido**
∴ Existe alguém que todos amam.	$\therefore (\exists y)(x)Axy$	

Aqui a premissa por si mesma conduz a um *loop* infinito:

Todo mundo ama alguém.	$(x)(\exists y)Axy$
∴ a ama alguém.	$\therefore (\exists y)Aay$
∴ a ama b.	$\therefore Aab$
∴ b ama alguém.	$\therefore (\exists y)Aby$
∴ b ama c.	$\therefore Abc$
∴ c ama alguém...	$\therefore (\exists y)Acy \ldots$

De novo devemos improvisar, já que nossa estratégia não nos fornece automaticamente uma prova ou uma refutação. Com alguma engenhosidade, podemos construir este mundo possível com os seres a e b, que fazem das premissas verdadeiras e a conclusão falsa:

a, b	Aaa, ~Aab Abb, ~Aba	(mundo egoísta)

Aqui todos amam a si mesmos, e somente a si mesmos. Isso faz de "Todo mundo ama alguém" verdadeiro, mas "Existe alguém que todo mundo ama" falso. A seguir outra refutação:

[3] Esse exemplo é como argumentar "Todo mundo mora em alguma casa, então deve existir alguma (uma) casa em que todo mundo mora". Algumas grandes mentes cometeram essa falácia. Aristóteles argumentou: "Todo agente age para um fim, então deve haver algum (um) fim para o qual todo agente age". São Tomás de Aquino argumentou: "Se todas as coisas em algum tempo falham em existir, então deve haver algum (um) tempo no qual todas as coisas falham em existir". E John Locke argumentou: "Todas as coisas são causadas por alguma coisa, então deve existir alguma (uma) coisa que causou todas as coisas".

a, b	Aab, ~Aaa Aba, ~Abb	(mundo altruísta)

Nesse caso, todos amam o outro, mas não a si mesmos; isso novamente faz a premissa verdadeira e a conclusão falsa.

Não obtemos automaticamente uma refutação com argumentos inválidos que levam a um *loop* infinito. Ao invés, temos que pensar uma refutação por nós mesmos. Enquanto não há estratégia que sempre funcione, sugiro que você:

1. tente quebrar o *loop* introduzindo sua terceira constante (frequentemente é suficiente utilizar dois seres, a e b; não multiplique entidades desnecessariamente),
2. inicie sua refutação com valores que você já possui (talvez, por exemplo, você já tenha "Lab" e "Laa"), e
3. experimente acrescentar outras fbfs para fazer com que a premissa seja verdadeira e a conclusão falsa (se você já tem "Lab" e "Laa", então tente acrescentar "Lba" ou "~Lba" – e "Lbb" ou "~Lbb" – até que você obtenha uma refutação).

Temos que mexer com os valores até que encontremos uma refutação que funcione.

Refutar um argumento relacional muitas vezes requer um universo com um número infito de entidades. Segue um exemplo:

Em todos os casos, se x é maior que y e y é maior que z, então x é maior que z.	(x)(y)(z)((Mxy • Myz) ⊃ Mxz)
Em todos os casos, se x é maior que y e então y não é maior que x.	(x)(y)(Mxy ⊃ ~Myx)
b é maior que a.	Mba
∴ Existe alguma coisa da qual nada é maior.	∴ (∃x)~(∃y)Myx

Dadas essas premissas, todo mundo com um número finito de seres possui algum ser insuperável em grandeza (fazendo com que a conclusão seja verdadeira). Mas podemos imaginar um mundo com uma infinidade de seres – no qual cada ser é superável em grandeza por outro. Então o argumento é inválido.

Podemos refutar um argumento dando outro da mesma forma com premissas verdadeiras e uma conclusão falsa. Tomemos os números naturais (0, 1, 2, ...) como o universo de discurso. Que "a" refira a 0 e "b" refira a 1 e "Gxy" significa "$x \ngtr y$". Nessa interpretação, as premissas são todas verdadeiras. Mas a conclulsão, que diz "Existe um número do qual nenhum número é maior", é falsa. Isso mostra que a forma é inválida.

Portanto, argumentos relacionais levantam problemas sobre infinidade (*loops* infinitos e mundos infinitos) que outros tipos de argumentos que estudamos não levantam.

9.5a Exercícios – também LogiCola I (RC & BC)

Diga se cada argumento é válido (e dê uma prova) ou inválido (e dê uma refutação).

```
(∃x)(∃y)Axy
∴ (∃y)(∃x)Axy
```

```
*  1   (∃x)(∃y)Axy        Válido
      [ ∴ (∃y)(∃x)Axy
*  2  ┌ass: ~(∃y)(∃x)Axy
   3  │∴ (y)~(∃x)Axy   {de 2}
*  4  │ ∴ (∃y)Aay   {de 1}
   5  │ ∴ Aab   {de 4}
*  6  │ ∴ ~(∃x)Axb   {de 3}
   7  │ ∴ (x)~Axb   {de 6}
   8  └ ∴ ~Aab   {de 7}
   9 ∴ (∃y)(∃x)Axy   {de 2; 5 contradiz 8}
```

1. (x)Axa
∴ (x)Aax

2. (∃x)(y)Axy
∴ (∃x)Axa

3. (x)(y)(Axy ⊃ x=y)
∴ (x)Axx

4. (x)(∃y)Axy
∴ Aaa

5. (x)(y)Axy
∴ (x)(y)((Fx • My) ⊃ Axy)

6. (x)(y)(Uxy ⊃ Axy)
(x)(∃y)Uxy
∴ (x)(∃y)Axy

7. (x)Axx
∴ (∃x)(y)Axy

8. (x)Maxb
∴ (∃x)(∃y)Mxcy

9. (x)(y)Axy
∴ (∃x)Aax

10. Aab
Abc
∴ (∃x)(Aax • Axc)

11. (x)Axx
∴ (x)(y)(Axy ⊃ x=y)

12. (∃x)Axa
~Aaa
∴ (∃x)(~a=x • Axa)

13. (x)(y)(z)((Axy • Ayz) ⊃ Axz)
(x)(y)(Kxy ⊃ Ayx)
∴ (x)Axx

14. (x)Axa
(x)(Aax ⊃ x=b)
∴ (x)Axb

15. (x)(y)(Axy ⊃ (Fx • ~Fy))
∴ (x)(y)(Axy ⊃ ~Ayx)

9.5b Exercício – também LogiCola I (RC & BC)

Primeiro avalie intuitivamente. Depois traduza em lógica e diga se o argumento é válido (e de uma prova) ou inválido (e de uma refutação).

1. Julieta ama a todos.
∴ Alguém ama você. [Utilize Axy, j e v]

2. Nada causou a si mesmo.
∴ Não existe nada que tenha causado tudo. [Utilize Cxy.]

3. Alice é mais velha do que Betty.
∴ Betty não é mais velha do que Alice. [Utilize Vxy, a e b. Que premissa implícita faria com que esse argumento fosse válido?]

4. Existe algo do qual tudo depende.
∴ Tudo depende de algo. [Dxy]

5. Tudo depende de algo.
∴ Existe alguma coisa da qual tudo depende. [Dxy]

6. Paris ama toda pessoa do sexo feminino.
Nenhuma pessoa do sexo feminino ama Paris.
Julieta é uma pessoa do sexo feminino.
∴ Paris ama alguém que não o ama. [Axy, p, Fx, j]

7. Em todos os casos, se uma terceira coisa causou uma segunda, então a primeira existe antes da segunda.
Nada existe antes que ele próprio exista.
∴ Nada causou a si mesmo. [Utilize Cxy e Axy (para "x existe antes que y exista").]

8. Todos odeiam meu inimigo.
Meu inimigo não odeia ninguém além de mim.
∴ Meu inimigo sou eu. [Oxy, i, e]

9. Nem todo mundo ama a todo mundo.
∴ Nem todo mundo ama a você. [Axy, v]

10. Existe alguém a quem todos amam.
∴ Alguns amam a si mesmos.

11. Andy barbeia todos e somente aqueles que não barbeiam a si mesmos.
∴ Está chovendo. [Bxy, a, C]

12. Ninguém odeia a si mesmo.
Eu odeio todos os lógicos.
∴ Eu não sou um lógico. [Oxy, e, Lx]

13. Julieta ama a todos, menos a si mesma.
Julieta é italiana.
Romeu é meu professor de lógica.
Meu professor de lógica não é italiano.
∴ Julieta ama Romeo. [j, Axy, Ix, r, m]

14. Romeu ama ou Lisa ou Colleen.
Romeu não ama ninguém que não seja italiano.
Colleen não é italiana.
∴ Romeu ama Lisa. [Axy, r, l, c]

15. Todo mundo ama todos os amantes.
Romeu ama Julieta.
∴ Eu amo você. [utilize Axy, r, j, e e v. Esse é difícil.]

16. Todo mundo ama alguém.
∴ Alguns amam a si mesmos.

17. Nada causou a si mesmo.
Este processo químico cerebral causou esta dor.
∴ Este processo químico cerebral não é idêntico a esta dor. [Cxy, c, d]

18. Para toda verdade contingente positiva, algo explica por que é verdadeiro.
A existência do mundo é uma verdade contingente positiva.
Se algo explica a existência do mundo, então algum ser necessário explica a existência do mundo.
∴ Algum ser necessário explica a existência do mundo. [Utilize Cx, Exy, e e Nx. Esse argumento para a existência de Deus é de Richard

19. Essa mulher é a senhorita Novak.
∴ Se você não gosta da senhorita Novak, então você não gosta dessa mulher. [Utilize e, n, v e Gxy. Isso é do filme *The Little Shop around the Corner*: "Se você não gosta de senhorita Novak, eu posso dizer com certeza que você não vai gostar dessa mulher. Por quê? Porque ela é senhorita Novak."]

20. Todo mundo que é inteiramente bom previne todo mal que pode.
Todo mundo que é onipotente pode prevenir todo mal.
Se alguém previne todo mal, então não existe mal.
Mal existe.
∴ Ou Deus não é onipotente, ou Deus não é inteiramente bom. [Utilize Bx, Mx, Pxy (para "x pode prevenir y"), P'xy (para "x previne y"), Ox e d. De J. L. Mackie.]

21. Seu amigo é inteiramente bom.
Sua dor no joelho é má.
Seu amigo pode prevenir sua dor no joelho.
Seu amigo não previne sua dor no joelho (uma vez que ele poderia fazê-lo somente amputando sua perna – o que acarretaria uma situação pior.
∴ "Todo mundo que é inteiramente bom previne todo mal que ele pode prevenir" é falso. [Utilize a, Bx, j, Mx, Pxy e P'xy. Alvis Platinga assim atacou a premissa 1 do argumento anterior; ele propôs, ao invés, aproximadamente isto: "Todo mundo que é inteiramente bom previne todo mal que ele conhece se ele pode fazê-lo, sem assim eliminar um bem maior ou acarretar um mal maior".

22. Para toda coisa contingente, existe algum tempo em que ela falhou em existir.
∴ Se tudo é contingente, então existe algum tempo em que toda coisa falhou em existir. [Utilize Cx para "x é contingente"; Ext para "x existe no tempo t"; t para uma variável de tempo; e t', t", t"', ... para constantes de tempo. Esse é um passo crítico no terceiro argumento para a existência de Deus de São Tomas de Aquino.]

23. Se toda coisa é contingente, então existe algum tempo em que ela falha em existir.
Se existe algum tempo no qual toda coisa falha em existir, então nada existe em existência agora.
Existe algo em existência agora.
Toda coisa que não é contingente é necessária.
∴ Existe um ser necessário. [Além das letras do argumento anterior, utilize Nx para "x é necessário" e a para "agora". Isso continua o argumento de São Tomás de Aquino; aqui a premissa 1 é do argumento anterior.]

24. [O grande lógico Gottlob Frege tentou sistematizar a matemática. Um de seus axiomas dizia que *toda sentença com uma variável livre*[4] *determina um conjunto*. Então "x é azul" determina um conjunto: existe um conjunto y contendo toda e somente coisa azul. Enquanto isso parece razoável, Bertrand Russell mostrou que o axioma de Frege implica que "x não pertence a x" determina um conjunto – então existe um conjunto y contendo toda e somente as coisas que não pertencem a si mesmas – e isso leva à contradição "y pertence a y se

[4] Uma instância de uma variável é "livre" se ela não ocorre como parte de uma fbf que começa com um quantificador utilizando a variável; cada instância de "x" é livre em "Fx", mas não em "(x)Fx".

e somente se y não pertence a y". Os fundamentos da matemática não têm sido os mesmos a partir do "paradoxo de Russell."]
Se toda sentença com uma variável livre determina um conjunto, então existe um conjunto y tal que, para todo x, x pertence a y se e somente se x não pertence a x.
∴ Nem toda sentença com uma variável livre determina um conjunto. [Utilize D para "toda sentença com uma variável livre determina um conjunto", Cx para "x é um conjunto" e Cxy para "x pertence a y". Veja seção 16.4.]

25. Todo cachorro é animal.
∴ Toda cabeça de cachorro é cabeça de animal. [Utilize Cx, Ax e C'xy (para "x é uma cabeça de y"). Traduza "x é uma cabeça de um cachorro" como "para algum y, y é um cachorro e x é uma cabeça de y". Augustus de Morgan, no século 19, declarou que esse era um argumento válido que a lógica tradicional não poderia validar.]

9.6 Descrições definidas

Frases da forma "o tal e tal" são chamadas **descrições definidas**, já que têm a intenção de descrever uma pessoa (única) ou coisa definida. Essa seção final delineia as ideias influentes de Bertrand Russell sobre descrições definidas. Enquanto discussões filosóficas sobre descrições definidas e sobre nomes próprios podem tornar-se complexas e controversas, tentarei manter as coisas razoavelmente simples.

Considere estas duas sentenças e como as simbolizamos:

Sócrates é careca.	O rei da França é careca.
Cs	Cr

A primeira sentença possui um nome próprio ("Sócrates"), enquanto a segunda possui uma descrição definida ("o rei da França"); ambas parecem atribuir uma *propriedade* (ser careca) a um *objeto* particular ou entidade. Russell argumentou que essa análise de propriedade/objeto é enganosa no segundo caso;[3] sentenças com descrições definidas (como "o rei da França") eram na realidade mais complicadas e deveriam ser analisadas em termos de um complexo de predicados e quantificadores:

[3] Ele também considerou enganosa a análise no primeiro caso, mas não quero discutir isso agora.

O rei da França é careca.
= Existe exatamente um rei da França e ele é careca.
= Para algum x: x é o rei da França, não existe um y tal que $y \neq x$ e y é rei da França, e x é careca.
= $(\exists x)((Kx \bullet \sim(\exists y)(\sim y=x \bullet Ky)) \bullet Cx)$

Russell viu sua análise como tendo diversas vantagens; mencionarei duas.

Primeiro, "o rei da França é careca" pode ser falsa por qualquer uma destas três razões:

1. Não existe rei da França;
2. Existe mais do que um rei da França; ou
3. Existe exatamente um rei da França, e ele tem cabelo em sua cabeça.

De fato, "O rei da França e careca" é falso devido a 1: França é uma república e não possui rei. Isso está de acordo com a análise de Russell. Por contraste, a análise de propriedade de objeto sugere que, se "o rei da França é careca" é falsa, então "o rei da França não é careca"* teria que ser verdadeira – e então o rei da França teria que ter cabelo! Então, a análise de Russell parece expressar melhor a complexidade lógica de descrições definidas.

Segundo, a análise de propriedade de objeto de descrições definidas pode facilmente nos levar a erros metafísicos, como pressupor coisas existentes que não são reais. O filósofo Alexius Meinong argumentou aproximadamente como segue:

"O quadrado redondo não existe" é um enunciado verdadeiro sobre o quadrado redondo.
Se existe um enunciado verdadeiro sobre alguma coisa, então essa coisa há de existir.
∴ O quadrado redondo existe.
Mas o quadrado redondo não é uma coisa real.
∴ Algumas coisas que existem não são reais.

Inicialmente Russell aceitou esse argumento. Posteriormente ele veio a ver a crença em objetos existentes não reais como insensata; ele rejeitou a primeira premissa de Meinong e apelou à teoria da descrição para clarear a confusão.

De acordo com Russell, o erro de Meinong é proveniente de sua compreensão ingênua de propriedade de objeto do seguinte enunciado:

O quadrado redondo não existe.

* Na análise de Russell, "o rei da França não é careca" é tambem falsa – uma vez que significa "Existe exatamente um rei da França e ele não é careca".

Russell argumentou que isso não é um enunciado verdadeiro atribuindo não existência a algum objeto chamado "o quadrado redondo". Se fosse um enunciado verdadeiro sobre o quadrado redondo, então o quadrado redondo teria que existir – o que o enunciado nega. Ao invés, o enunciado nega apenas que existe exatamente um quadrado redondo. Portanto, a análise de Russell nos abstém de ter que aceitar que existem coisas que não são reais.

Capítulo 10

LÓGICA MODAL BÁSICA

A lógica modal estuda argumentos cuja validade depende de "necessário", "possível" e noções similares. Este capítulo cobre o básico, e o próximo aborda outros sistemas modais.

10.1 Traduções

Para nos ajudar a avaliar argumentos, construiremos uma pequena linguagem modal. Por ora, nossa linguagem se constrói sobre lógica proposicional, e portanto inclui todo seu vocabulário, fbfs, regras de inferência e provas. Nossa linguagem acrescenta dois novos itens:

$\Diamond$A =	É possível que A	=	A é verdadeiro em algum mundo possível.
A =	É verdadeiro que A	=	A é verdadeiro no mundo atual.
$\Box$A =	É necessário que A	=	A é verdadeiro em todos os mundos possíveis.

Chamar algo de *possível* é uma declaração fraca – mais fraca do que chamá-lo verdadeiro. Chamar algo de *necessário* é uma declaracão forte; diz não apenas que a coisa é verdadeira, mas que ela *há* de ser verdadeira – *não poderia* ser falsa.

"Possível" aqui significa *logicamente possível* (*não contraditório*). "Eu corro uma milha em dois minutos" pode ser fisicamente impossível; mas como não há contradição na ideia, ela é logicamente possível. Do mesmo modo, "necessário" significa *logicamente necessário* (*seria contraditório se fosse negado*). "2+2=4" e "Todo solteiro é não casado" são exemplos de **verdades necessárias**; tais verdades são baseadas em lógica, no significado de conceitos, ou nas conexões necessárias entre propriedades.

Podemos refrasear "possível" como *verdadeiro em algum mundo possível* – "necessário" como *verdadeiro em todos os mundos possíveis*. Um **mundo possível** é uma descrição completa e consis-

tente[1] de como as coisas poderiam ter sido ou de como as coisas são. Imagine um mundo possível como uma *estória consistente* (ou romance). A estória é *consistente* no sentido em que seus enunciados não implicam contradições; ela descreve um conjunto de situações possíveis que são todas possíveis juntas. A estória pode ou não ser verdadeira. O mundo atual é a estória que é verdadeira – a descrição de como coisas de fato são.

Como antes, uma fórmula gramaticalmente correta é chamada *fbf*, ou fórmula-bem-formada. Por ora, fbfs são sequências que podemos construir utilizando regras proposicionais mais esta regra adicional:

O resultado de escrever "◇" ou "□", e depois uma fbf, é uma fbf.

Não utilize parênteses com "◇A" e "□A":

Parênteses nesses casos não servem a nenhum propósito.

Agora focaremos em como traduzir sentenças do português em lógica modal. A seguir alguns exemplos mais simples:

A é possível (consistente, pode ser verdadeiro) = ◇A
A é necessário (deve ser, há de ser verdadeiro) = □A

A é impossível (contraditório) = ~◇A = A não pode ser verdadeiro.
= □~A = A há de ser falso.

Um enunciado impossível (como "2 ≠ 2") é um que é falso em todo mundo possível.

Estes exemplos são mais complicados:

A é consistente (compatível) com B = É possível que A e B sejam ambos verdadeiros.
= ◇(A • B)

A implica B = É necessário que se A então B.
= □(A ⊃ B)

[1] Como somos seres finitos, daremos na prática somente descrições parciais (não "completas").

"Implica" faz uma declaração mais forte do que simples "se-então". Compare estes dois:

"Há chuva" implica "Há precipitação"	=	$\Box(C \supset P)$
Se é sábado, então eu não leciono	=	$(S \supset {\sim}L)$

O primeiro se-então é logicamente necessário; toda situação concebível com chuva também tem precipitação. O segundo se-então acontece de ser verdadeiro; no entanto, posso me imaginar consistentemente dando aulas no sábado – mesmo que de fato eu nunca o faça.

Estas formas comuns negam a fbf inteira:

A é inconsistente com B	=	Não é possível que A e B sejam ambos verdadeiros.
	=	${\sim}\Diamond(A \bullet B)$
A não implica B	=	Não é necessário que se A então B.
	=	${\sim}\Box(A \supset B)$

A seguir, como traduzimos contingente:

A é um enunciado contingente	=	A é possível e não-A é possível.
	=	$(\Diamond A \bullet \Diamond{\sim}A)$
A é uma verdade contingente	=	A é verdadeiro, mas poderia ser falso.
	=	$(A \bullet \Diamond{\sim}A)$

Enunciados são necessários, impossíveis ou contingentes. Mas verdades são somente necessárias ou contingentes (já que enunciados impossíveis são falsos).

Ao traduzir, é bom imitar a ordem das palavras em português:

necessário não	=	$\Box{\sim}$	necessário se	=	$\Box($
não necessário	=	${\sim}\Box$	se necessário	=	$(\Box$

Utilize um quadrado ou losango separado para cada "necessário" ou "possível":

Se A é necessário e B possível, então C é possível	=	$((\Box A \bullet \Diamond B) \supset \Diamond C)$

Algumas vezes uma sentença em português é ambígua entre dois tipos de necessidades; traduza tal enunciado em duas fbfs modais e diga que poderia significar uma ou outra. Então esta próxima sentença pode ter qualquer dos dois significados:

"Se você é um solteiro, então você deve ser não casado."

Necessidade Simples $(S \supset \Box C)$	**Necessidade Condicional** $\Box(S \supset C)$
Se você é solteiro, então você é *inerentemente não casável* (em nenhum mundo possível alguém se casaria com você).	É necessário que *se* você é um solteiro *então* você não é casado.
Se S, então C (por si só) é necessária.	É necessário que se S então C

O **quadrado-dentro** "$(S \supset \Box C)$" estabelece uma *necessidade inerente simples*: dado seu estado de solteiro, "Você é não casado" é inerentemente necessário. Essa versão é insultante e presumivelmente falsa. Em contraste, o **quadrado-fora** "$\Box(S \supset C)$" estabelece uma *necessidade condicional*: o que é necessário não é "Você é um homem não casado" ou "Você é não casado" por si só, mas a conexão entre as duas. Essa segunda versão é trivialmente verdadeira porque "solteiro" significa *homem não casado*. Nossa sentença em português ("*Se você é um solteiro, então você deve ser não casado*") é ambígua; suas palavras sugerem necessidade simples (que nega sua liberdade em casar), mas soa mais como necessidade condicional.

Os medievais chamaram a forma quadrado-dentro de "necessidade do *consequente*" (a segunda parte sendo necessária); eles chamaram a forma quadrado-fora de "necessidade da *consequência*" (o se-então inteiro sendo necessário). A ambiguidade é filosoficamente importante; muitos argumentos filosóficos intrigantes, mas falaciosos, dependem da ambiguidade para sua plausabilidade.

Não é ambíguo se você disser que a segunda parte é "por si mesma" ou "intrinsicamente" necessária ou impossível – ou se você utiliza "implica" ou começa com "necessário". Estas formas não são ambíguas:

Se A, então B (por si mesmo) é necessário	=	$(A \supset \Box B)$
Se A, então B é intrinsicamente necessário	=	$(A \supset \Box B)$
A implica B	=	$\Box(A \supset B)$
Necessariamente, se A então B	=	$\Box(A \supset B)$
É necessário que se A então B	=	$\Box(A \supset B)$
"Se A então B" é uma verdade necessária	=	$\Box(A \supset B)$

As formas ambíguas possuem se-então com um termo modal forte (como "necessário", "deve", "impossível" ou "não pode") no consequente:[2]

"Se A é verdadeiro, então é necessário (deve ser) que B" pode significar "(A ⊃□B)" ou "□(A ⊃ B)".	*"Se A é verdadeiro, então é impossível (não poderia ser) que B"* pode significar "(A ⊃□~B)" ou "□(A ⊃ ~B)".

Quando você traduzir uma sentença ambígua em português, diga que é ambígua e dê ambas as traduções. Quando você fizer um argumento com uma premissa ambígua, dê ambas as traduções e trabalhe ambas as versões do argumento.

10.1a Exercício – também LogiCola J (BM & BT)

Traduza estas em fbfs. Esteja certo de traduzir formas ambíguas em ambas as maneiras.

"Deus existe e mal não existe" implica "Não existe matéria".	□((D • ~M) ⊃ ~M')

1. É necessário que Deus exista.
2. "Existe um Deus" é contraditória.
3. É necessário que exista matéria.
4. É necessário que não exista matéria.
5. "Há chuva" implica "Há precipitação".
6. "Há precipitação" não implica "Há chuva".
7. "Não há precipitação" implica "Não há chuva".
8. Se chuva é possível, então precipitação é possível.
9. Deus existe.
10. Se há chuva, então deve haver chuva.
11. Não é possível que haja mal.
12. É possível que haja mal.
13. Se você obtiver mais pontos que seu oponente, então é impossível para você perder.
14. É necessário que, se você vir B como verdadeiro, então B é verdadeiro.
15. Se B possui uma tabela de verdade inteira 1, então B é inerentemente necessário.

[2] Existe uma exceção a essas regras nas caixas: se o antecedente é uma afirmação sobre necessidade ou possibilidade, então uilize apenas a forma de quadrado-dentro. Então "Se A é necessário, então B é necessário" é somente "(□A ⊃ □B)" – e "Se A é possível, então B é impossível" é somente "(◇A ⊃ ~◇B)".

16. Necessariamente, se existe um Deus então não existe mal.
17. Se existe um Deus, não pode existir mal.
18. Se matéria deve existir, então existe mal.
19. Necessariamente, se existe um Deus, então "Existe mal" (por si mesma) é contraditória.
20. É necessário que seja cara ou coroa.
21. Ou é necessário que seja cara ou é necessário que seja coroa.
22. "Há chuva" é um enunciado contingente.
23. "Há chuva" é uma verdade contingente.
24. "Se há chuva, então existe mal" é uma verdade necessária.
25. Se há chuva, então "Existe mal" (por si mesma) é logicamente necessário.
26. Se há chuva, então é necessário que haja mal.
27. É necessário que seja possível que haja matéria.
28. "Existe Deus" é uma verdade contingente.
29. Se existe um Deus, então deve ser que existe um Deus.
30. É necessário que, se há um Deus, então "Existe um Deus" (por si mesma) é necessária.

10.2 Provas

Provas modais funcionam de maneira similar a provas proposicionais; mas precisamos acrescentar mundos possíveis e quatro novas inferências.

Um **prefixo de mundo** é uma sequência de zero ou mais instâncias de "W". Então " " (zero instâncias), "W", "WW" e assim por diante são prefixos de mundos; esses representam mundos possíveis, com o prefixo de mundo vazio (" ") representando o mundo atual. Uma *linha derivada* é agora uma linha que consiste de um prefixo de mundo e depois "∴" e depois uma fbf. E uma *assunção* é agora uma linha que consiste de um prefixo de mundo e depois "ass:" e depois uma fbf. A seguir exemplos de linhas derivadas e assunções:

∴ A	(Então A é verdadeiro no mundo atual.)	ass: A	(Assuma que A é verdadeiro no mundo atual.)
W ∴ A	(Então A é verdadeiro no mundo W.)	W ass: A	(Assuma que A é verdadeiro no mundo W.)
WW ∴ A	(Então A é verdadeiro no mundo WW.)	WW ass: A	(Assuma que A é verdadeiro no mundo WW.)

Raramente precisamos assumir algo em outro mundo.

Ainda utilizamos regras S e regras I e RAA em provas modais. A não ser que seja especificado o contrário, podemos utilizar uma regra de inferência somente dentro de um mundo dado; então, se temos "(A ⊃ B)" e "A" no mesmo mundo, então podemos inferir "B" no mesmo mundo. RAA precisa de palavras adicionais (*em itálico abaixo*) para prefixos de mundos:

> RAA: Suponha algum par de linhas não bloqueadas *utilizando o mesmo prefixo de mundo* que tem fbfs contraditórias. Então bloqueie todas as linhas a partir da última assunção não bloqueada para baixo e infira uma linha consistindo *nessa assunção do prefixo de mundo seguido de "∴"* seguido de uma contradição da assunção.

Para aplicar RAA, linhas com o mesmo prefixo de mundo devem ser fbfs contraditórias. Ter "W ∴ A" e "WW ∴~A" não é suficiente; "A" pode muito bem ser verdadeiro em um mundo e falso em outro. Mas "WW ∴ A" e "WW ∴~ A" fornecem uma contradição genuína. A linha derivada utilizando RAA deve ter o mesmo prefixo de mundo que a assunção; se "W ass: A" conduz a uma contradição em qualquer mundo, então RAA nos permite derivar "W ∴~A."

Provas modais utilizam quatro novas inferências. Estas duas regras de inversão de operadores (RS) valem indiferentemente de qual par de fbfs contraditórias substituem "A" / "~A" (aqui "→" significa que podemos inferir linhas inteiras da esquerda para a direita):

Inversão de operadores			
	~□A	→	◇~A
	~◇A	→	□~A

Essas nos permitem ir de "não necessário" a "possivelmente falso" – e de "não possível" a "necessariamente falso". Utilize essas regras somente em um mesmo mundo. Podemos inverter operadores em fórmulas complicadas, desde que a fórmula inteira comece com "~□" ou "~◇" (portanto, a terceira caixa está errada):

Na primeira caixa, seria mais simples concluir "□B" (eliminando a dupla negação). Inverta operadores sempre que você tiver uma fbf que comece com "~" e depois um operador modal; reverter operadores move o operador modal ao início da fórmula, então podemos mais tarde cortá-lo.

Cortamos operadores modais utilizando as próximas duas regras (que valem indiferentemente de que fbf substitui "A"). Segue a regra cortar losango (CL):

Cortar losango	◇ A → W ∴ A, use uma *nova* sequência de Ws.

Aqui a linha com "◇A" pode utilizar qualquer prefixo de mundo – e a linha com "∴ A" deve utilizar uma *nova* sequência (uma que não tenha ocorrido em linhas precedentes) de um ou mais W. Se "A" é possível, então "A" é desse modo verdadeiro em *algum* mundo possível; podemos dar a esse mundo um nome – mas um nome *novo*, já que "A" não necessita ser verdadeiro em qualquer dos mundos utilizado na prova até então. Em provas, utilizaremos "W" para o primeiro losango que cortamos, "WW" para o segundo e assim por diante. Portanto, se cortamos dois losangos, então devemos introduzir dois mundos:

◇H ◇T	Cara é possível, coroa é possível; chame um mundo imaginário com caras "W," e um com coroas "WW".
W ∴ H	← "W" é OK porque ele não ocorre em linhas anteriores.
WW ∴ T	← Uma vez que "W" ocorreu, utilizamos "WW".

Podemos cortar losangos de fórmulas complicadas, desde que o losango *inicie* a fbf:

◇(A • B)
W ∴ (A • B)

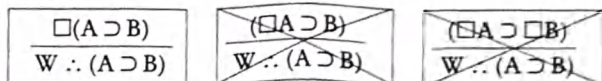
As duas últimas fórmulas não *iniciam* com um losango; ao invés, elas iniciam com "(". Corte somente operadores *iniciais* (losangos ou quadrados) – e introduza um prefixo de mundo novo e diferente sempre que você cortar um losango.

A seguir a regra de cortar quadrado:

Cortar quadrado	□A → W ∴ A, utilize qualquer prefixo de mundo.

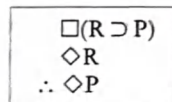
A linha com "□A" pode utilizar qualquer prefixo de mundo – e a linha com "∴A" também (incluindo o vazio). Se "A" é necessário, então "A" é verdadeiro em *todo* mundo possível, e portanto podemos colocar "A" em qualquer mundo que quisermos. No entanto, é uma má estratégia cortar um quadrado em um novo mundo; ao invés, permaneça

em mundos já utilizados. Como antes, podemos cortar quadrados de fórmulas complicadas, desde que o quadrado *inicie* a fbf:

$\Box(A \supset B)$	~~$(\Box A \supset B)$~~	~~$(\Box A \supset \Box B)$~~
$W \therefore (A \supset B)$	~~$W \therefore (A \supset B)$~~	~~$W \therefore (A \supset B)$~~

As últimas duas fórmulas não começam com um quadrado, mas com um parêntese esquerdo. "$\Box(A \supset B)$" e "$(\Box A \supset \Box B)$" são formas se-então e seguem as regras se-então: se temos a primeira parte verdadeira, podemos obter a segunda parte verdadeira; se temos a segunda parte falsa, podemos obter a primeira falsa; e se travarmos, precisamos fazer outra assunção.

Segue um exemplo de um argumento modal válido:

Necessariamente, se há chuva então há precipitação.
É possível que haja chuva.
∴ É possível que haja precipitação.

$\Box(R \supset P)$
$\Diamond R$
$\therefore \Diamond P$

Nossa prova adiciona três passos modais (inversão de operadores, cortar losango, cortar quadrado) a nossa estratégia de prova proposicional:

```
    1   □ (R ⊃ P)      Válido
*   2   ◇R
     [ ∴ ◇P
*   3 ┌ ass: ~◇P
    4 │ ∴ □~P {de 3}
    5 │ W ∴ R {de 2}
*   6 │ W ∴ (R ⊃ P) {de 1}
    7 │ W ∴ P {de 5 e 6}
    8 └ W ∴ ~P {de 4}
    9 ∴ ◇P {de 3; 7 contradiz 8}
```

(1) Inversão de operadores: vá de "$\sim\Diamond P$" para "$\Box\sim P$" (linha 4).

(2) Corte os losangos iniciais, usando um novo mundo a cada vez: vá de "$\Diamond R$" para "$W \therefore R$" (linha 5).

(3) Por último, corte cada quadrado inicial uma vez para cada mundo: vá de "$\Box(R \supset P)$" para "$W \therefore (R \supset P)$" – e de "$\Box\sim P$" para "$W \therefore \sim P$".

Estrelamos as linhas 2, 3 e 6. Como antes, linhas estreladas podem ser largamente ignoradas em derivar linhas adicionais. Aqui estão as novas regras de estrelar – com exemplos:

Estrele qualquer fbf que você inverta operadores.

$$\frac{* \sim\Box A}{\therefore \Diamond\sim A}$$

Estrele qualquer fbf que você corte um losango.

$$\frac{* \Diamond A}{W \therefore A}$$

Quando invertemos operadores ou cortamos losangos, a nova linha tem a mesma informação. Não estrele quando cortar quadrado;

não podemos nunca exaurir um enunciado "necessário" – e podemos ter que utilizá-lo novamente mais tarde na prova.

Segue outra prova modal:

```
    1  □(A • B)           Válido
       [∴ □A
*   2  ┌ ass: ~□A
*   3  │ ∴ ◇~A {de 2}
    4  │ W ∴ ~A {de 3}
    5  │ W ∴ (A • B) {de 1}
    6  └ W ∴ A {de 5}
    7  ∴ □A {de 2; 4 contradiz 6}
```

(1) Inversão de operadores: vá de "~□A" para "◇~A" (linha 3).
(2) Corte os losangos iniciais, usando um novo mundo por vez: vá de "◇~A" para "W ∴ ~A" (linha 4).
(3) Por fim, corte cada quadrado inicial uma vez para cada mundo: vá de "□(A • B)" para "W ∴ (A • B)."

Seria incorreto inverter as linhas 4 e 5; se cortarmos o quadrado primeiro utilizando mundo W, então poderemos cortar o próximo losango utilizando W (já que W seria um mundo já utilizado).

Nessa prova, seria inútil e uma má estratégia cortar quadrado no mundo atual – ir de "□(A • B)" na linha 1 para "∴(A • B)" sem nenhum W inicial. Corte um quadrado no mundo atual apenas em dois casos:

> Corte um quadrado no mundo atual somente se:
>
> - você tiver uma instância não modalizada de uma letra em sua premissa original ou conclusão, ou
> - você fez todo possível (incluindo mais assunções se preciso) e ainda você não tem outros mundos.

Estas duas provas a seguir ilustram os dois casos (o primeiro caso é mais comum):

```
1      □(A • B)
    [ ∴ A ← não modalizado
2   ┌ ass: ~A
3   │ ∴ (A • B)  {de 1}  ◄
4   └ ∴ A        {de 3}
5   ∴ A      {de 2; 2 contradiz 4}
```

A instância de "A" na conclusão é *não modalizada* (não ocorre como parte de uma fbf maior começando com uma quadrado ou losango). Sempre que nossas premissas originais ou conclusão possuem uma instância não modalizada de uma letra, nossa estratégia padrão é cortar todos os quadrados no mundo atual.[3]

```
1      □~A        sem outros mundos
    [ ∴ ~□A
2   ┌ ass: □A
3   │ ∴ A     {de 2}  ◄
4   └ ∴ ~A    {de 1}
5   ∴ ~□A {de 2; 3 contradiz 4}
```

Nesse caso nós cortamos um quadrado no mundo atual porque não há outros mundo antigos para utilizar (já que não havia "◇" {para cortar}) e fizemos todo o resto que podemos fazer.

[3] Em "(A•◇B)", a primeira letra é não modalizada; se essa fórmula fosse uma premissa ou uma conclusão, então nossa estratégia padrão seria de cortar todos os quadrados no mundo atual.

Nossa "estratégia padrão" sobre cortar quadrados no mundo sempre nos dará uma prova, mas às vezes ela nos dá linhas que não precisamos. Se vemos que podemos completar a prova sem essas linhas, então não há problema de omiti-las.

Nossa estratégia de prova funciona de modo muito parecido ao de antes. Primeiro assumimos o oposto da conclusão; depois utilizamos nossas quatro novas regras mais as regras S e I para derivar o que podemos. Encontramos uma contradição, aplicamos RAA. Se emperramos e precisamos quebrar uma fbf da forma "~(A • B)" ou "(A v B)" ou "(A ⊃ B)", então fazemos uma outra assunção. Se não obtemos nenhuma contradição e ainda não podemos fazer nada mais, então tentamos refutar o argumento.

A seguir um enunciado mais completo dos três passos modais de nossa estratégia:

1. PRIMEIRO INVERTA OPERADORES: Para cada linha não estrelada e não bloqueada que começa com "~" e depois um quadrado ou losango, derive uma linha utilizando as regras de inversão de operadores. Estrele a linha original

2. E CORTE LOSANGOS: Para cada linha não estrelada e não bloqueada que comece com um losango, derive uma instância utilizando o seguinte *novo* prefixo de mundo disponível (a não ser que alguma instância já ocorra em linhas não bloqueadas prévias). Estrele a linha original;

   Nota: Não corte um losango se você já possui uma instância não bloqueadas em linhas prévias – não faz sentido derivar uma segunda instância. Por exemplo, não corte "◇A" se você já possui "W ∴ A."

3. POR FIM CORTE QUADRADOS: Para cada linha não bloqueada que comece com um quadrado, derive instâncias utilizando cada mundo *antigo*. [Corte quadrados no mundo atual sob as duas condições dadas na página anterior.] Não estrele a linha original; você pode ter que utilizá-la novamente.

Corte os losangos antes dos quadrados. Introduza um novo mundo cada vez que você cortar um losango, e utilize os mesmos mundos já utilizados quando você cortar um quadrado. E corte somente losangos e quadrados iniciais.

10.2a Exercício – também LogiCola KV

Prove cada argumento como válido (todos são válidos).

$\Box(A \supset B)$
$\Diamond{\sim}B$
$\therefore \Diamond{\sim}A$

	1	$\Box(A \supset B)$	Válido
*	2	$\Diamond{\sim}B$	
		$[\therefore \Diamond{\sim}A$	
*	3	ass: $\sim\Diamond{\sim}A$	
	4	$\therefore \Box A$ {de 3}	
	5	W $\therefore {\sim}B$ {de 2}	
*	6	W $\therefore (A \supset B)$ {de 1}	
	7	W $\therefore A$ {de 4}	
	8	W $\therefore B$ {de 6 e 7}	
	9	$\therefore \Diamond{\sim}A$ {de 3; 5 contradiz 8}	

1. $\Diamond(A \cdot B)$
$\therefore \Diamond A$

2. A
$\therefore \Diamond A$

3. $\sim\Diamond(A \cdot {\sim}B)$
$\therefore \Box(A \supset B)$

4. $\Box(A \vee {\sim}B)$
${\sim}\Box A$
$\therefore \Diamond{\sim}B$

5. $(\Diamond A \vee \Diamond B)$
$\therefore \Diamond(A \vee B)$

6. $(A \supset \Box B)$
$\Diamond{\sim}B$
$\therefore \Diamond{\sim}A$

7. $\sim\Diamond(A \cdot B)$
$\Diamond A$
$\therefore {\sim}\Box B$

8. $\Box A$
$\therefore \Diamond A$

9. $\Box A$
${\sim}\Box B$
$\therefore {\sim}\Box(A \supset B)$

10. $\Box(A \supset B)$
$\therefore (\Box A \supset \Box B)$

10.2b Exercícios – também LogiCola KV

Primeiro avalie intuitivamente. Depois traduza em lógica (utilizando as letras dadas) e prove como válido (todos são válidos).

1. "Você conscientemente testemunha falsamente devido a ameaças de morte" implica "Você mente."
É possível que você conscientemente testemunhe falsamente devido a ameaças de morte, mas não tenha a intenção de iludir. (Talvez você espere que ninguém acreditará em você.)
∴ "Você mente" é consistente com "Você não tem a intenção de iludir". [Utilize T, M e I. Esse argumento é de Tom Carson, que escreve sobre a moralidade de mentir.]

2. Necessariamente, se você não decide, então você decide não decidir.
Necessariamente, se você decide não decidir, então você decide.
∴ Necessariamente, se você não decide, então você decide. ([Utilize D para "Você decide" e N para "Você decide não decidir". Adaptado de Jean-Paul Sartre.]

3. Se verdade é uma correspondência com a mente, então "Existem verdades" implica "Existem mentes".
   "Existem mentes" não é logicamente necessário.
   Necessariamente, se não existem verdades, então não é verdade que não existem verdades.
   ∴ Verdade não é uma correspondência com a mente. [Utilize C, V e M.]

4. Existe um Deus perfeito.
   Existe mal no mundo.
   ∴ "Existe um Deus perfeito" é logicamente compatível com "Existe mal no mundo". [Utilize D e M. A maioria dos que duvidam da conclusão também duvidariam da premissa 1.]

5. "Existe um Deus perfeito" é logicamente compatível com T.
   T logicamente implica "Existe mal no mundo".
   ∴ Existe um Deus perfeito" é logicamente compatível com "Existe mal no mundo". [Utilize D, T e M. Aqui T (para "teodiceia" é uma explicação possível de por que Deus permite o mal que é consistente com a perfeição de Deus e implica a existência do mal. T pode dizer: "O mundo possui o mal porque Deus, que é perfeito, quer que nós façamos escolhas significantemente livres para lutar que um mundo incompleto vá em direção à realização de sua plenitude; o mal moral provém do abuso da liberdade humana e do mal físico do estado incompleto do mundo".
   Esse argumento básico (mas não o T específico) é de Alvin Plantinga.]

6. "Existe um Deus perfeito e existe mal no mundo e Deus tem alguma razão para permitir o mal" é logicamente consistente.
   ∴ "Existe um Deus perfeito e existe mal no mundo" é logicamente consistente. [Utilize D, M, e R. Uma versão do argumento de Plantinga por Ravi Zacharias.]

7. Deus é onipotente.
   "Você livremente sempre faz a coisa certa" é logicamente possível.
   Se "Você livremente sempre faz a coisa certa" é logicamente possível e Deus é onipotente, então é possível para Deus permitir que você livremente sempre faça a coisa certa.
   ∴ É possível para Deus permitir que você livremente sempre faça a coisa certa. [Utilize O, L e P. Esse argumento é de J. L. Mackie. Ele pensava que Deustinha uma terceira opção além de fazer robôs que sempre agem corretamente e seres livres que às vezes agem erroneamente: ele poderia fazer seres livres que sempre agem corretamente.]

8. "Deus permite que você faça A" implica "Você livremente faz A".
   "Deus permite que você livremente faça A" implica "Deus permite que você faça A".
   "Deus permite que você livremente faça A" implica "Você livremente faz A".
   ∴ É impossível para Deus permitir que você faça livremente A. [Utilize {P}, L e D. Esse argumento ataca a conclusão do argumento prévio.]

9. "Isto é um quadrado" implica "Isto é composto de linhas retas."
   "Isto é um círculo" implica "Isto não é composto de linhas retas."
   ∴ "Isto é um quadrado e também um círculo" é contraditório. [Q, l, C]

10. "Isto é vermelho e existe uma linha azul que faz coisas vermelhas parecerem violeta a observadores normais" implica "Observadores normais não perceberão vermelhidão".
    "Isto é vermelho e existe uma linha azul que faz coisas vermelhas parecerem violeta a observadores normais" é logicamente consistente.
    ∴ "Isto é vermelho" não implica "Observadores normais perceberão vermelhidão". [Utilize V, A e N. De Roderick Chisholm.]

11. "Todo cachorro marrom é marrom" é necessariamente verdadeiro.
    "Algum cachorro é marrom" não é uma verdade necessária.
    "Algum cachorro marrom é marrom" implica "Algum cachorro é marrom."
    ∴ "Todo cachorro marrom é marrom" não implica "Algum cachorro é marrom". [Utilize A para "Todo cachorro marrom é marrom", X para "Algum cachorro é marrom" e S para "Algum cachorro marrom é marrom". Esse argumento ataca uma doutrina de lógica tradicional (Seção 2.8), que "todo A é B" implica "algum A é B".]

12. É necessário que, se Deus existe como uma possibilidade, mas não existe em realidade, então pode haver um ser maior do que Deus(a saber, um ser similar que também exista em realidade).
    "Pode haver um ser maior do que Deus" é contraditório (já que "Deus" é definido como "um ser do qual nenhum outro poderia ser maior").
    É necessário que Deus exista como uma possibilidade.
    ∴ É necessário que Deus exista em realidade. [Utilize P para "Deus existe como uma possibilidade", R para "Deus existe em realidade" e M para "existe um ser maior do que Deus". Isso é uma versão modal do argumento ontológico de Santo Anselmo.]

13. Se "X é bom" e "Eu gosto de X" são intercambiáveis, então "Eu gosto de machucar pessoas" logicamente implica "Machucar pessoas é bom". "Eu gosto de machucar pessoas, mas machucar pessoas não é bom" é consistente.
∴ "X é bom" e "Eu gosto de X" não são itercambiáveis. [Utilize E, G e B. Esse argumento ataca o subjetivismo]. Esse argumento ataca subjetivismo.]

14. "Você peca" implica "Você sabe o que você deve fazer e você é capaz de fazê-lo, mas você não o faz".
É necessário que, se você sabe o que você deve fazer, então você quer fazê-lo.
É necessário que, se você quer fazer isso e você é capaz de fazê-lo, então você o faz.
∴ É impossível para você pecar. [P, S, C, F, Q]

15. Necessariamente, se é verdade que não existem verdades, então existem verdades.
∴ É necessário que existam verdades. [Utilize V para "Existem verdades".]

10.3 Refutações

Aplicar nossa estratégia de prova a um argumento inválido nos leva a uma refutação:

É possível que não seja cara.
É necessário que seja cara ou coroa.
∴ É necessário que seja coroa.

* 1 ◇~H
2 □(H v T)
[∴□T
* 3 ass: ~□T
* 4 ∴ ◇~T {de 3}
5 W ∴ ~T {de 4}
6 WW ∴ ~H {de 1}
* 7 W ∴ (H v T) {de 2}
* 8 WW ∴ (H v T) {de 2}
9 W ∴ H {de 5 e 7}
10 WW ∴ T {de 6 e 8}

Inválido

W	H, ~T
WW	T, ~H

Depois de fazer a assunção, invertemos operadores para mover o operador para o lado de fora (linha 4). Depois cortamos os dois losangos, utilizando um novo e diferente mundo cada vez (linhas 5 e 6). Cortamos quadrados duas vezes, utilizando primeiro mundo W e depois mundo WW (linhas 7e 8). Já que não obtemos nenhuma contradição, coletamos as peças simples para dar uma refutação. Nesse caso nossa refutação possui dois mundos possíveis: com caras e nenhuma coroa e outro com coroas e

nenhuma cara. Presumivelmente, nossa refutação fará as premissas verdadeiras e a conclusão falsa, e portanto mostra que o argumento é inválido. Mas como calculamos o valor de verdade das premissas e da conclusão?

Ao avaliar as premissas e a conclusão, avalie cada fbf que comece com um losango ou um quadrado de acordo com estas regras:

"◇A" é verdadeiro se e somente se *pelo menos um mundo* possui "A" verdadeiro.	"□A" é verdadeiro se e somente se *todos os mundos* possuem "A" como verdadeiro.

Lembre-se da galáxia de mundos possíveis que obtivemos para o nosso último argumento:

W	H, ~T
WW	T, ~H

Essa galáxia faz nossas premissas verdadeiras e a conclusão falsa. Segue como avaliaríamos cada fbf:

◇~H ← Primeira premissa: por nossa regra, isso é verdadeiro se e somente se *pelo menos um mundo* possui "~H" verdadeiro.
Mas mundo WW possui "~H" verdadeiro.
1 ← Portanto, "◇~H" é verdadeiro.

□(H v T) ← Segunda premissa: por nossa regra, isso é verdadeiro se e somente se *todos os mundos* possuem "(H v T)" verdadeiro.
No mundo W: (H v T) = (1 v 0) = 1;
No mundo WW: (H vT) = (0 v 1) = 1.
1 ← Portanto, "□(H v T)" é verdadeiro.

□T ← Conclusão: por nossa regra, isso é verdadeiro se e somente se *todos os mundos* possuem T verdadeiro.
0
Mas mundo W possui T falso.
← Portanto, "□T" é falso.

Portanto, essa galáxia de mundos possíveis mostra que nosso argumento é inválido.

Como antes, é importante checar que nossa refutação funciona. Se não obtemos todas as premissas verdadeiras e a conclusão falsa, então fizemos algo errado – e devemos checar o que fizemos com a fórmula que não deu certo. Com frequência o problema é que não cortamos um quadrado em todos os mundos antigos.

Até então avaliamos fórmulas que iniciam com um losango ou um quadrado, como "◇~H" ou "□(H v T)". Mas algumas fórmulas, como "(◇H ⊃ □T)", possuem o losango ou o quadrado adicional dentro. Nesses casos, avaliamos primeiramente subfórmulas que iniciam com um losango ou quadrado e depois substituímos "1" ou "0" para esses. Com "(◇H ⊃ □T)", avaliamos primeiro "◇H" e "□T" para verificar se essas são "1" ou "0"; depois substituímos "1" ou "0" para essas partes e determinamos o valor de verdade da fórmula inteira.

Darei exemplos para mostrar como isso funciona. Vamos assumir a mesma galáxia:

W	H, ~T
WW	T, ~H

Agora vamos avaliar três fórmulas como exemplo:

~□H ← Aqui primeiro avaliamos "□H". Ela é verdadeira se e somente se *todos os mundos* possuem H verdadeiro.
Já que o mundo WW possui H falso, "□H" é falso.
~0 ← Então substituímos "□H" por "0."
1 ← Portanto, "~□H" é verdadeiro.

(◇H ⊃ □T) ← Aqui primeiro avaliamos "◇H" e "□T".
"◇H" é verdadeiro se e somente se *pelo menos um mundo* possui H como verdadeiro. Já que o mundo W possui H verdadeiro, "◇H" é verdadeiro.
"□T" é verdadeiro se e somente se *todos os mundos* possuem T verdadeiro. Já que o mundo W possui T falso, "□T" é falso.
(1 ⊃ 0) ← Então substituímos "◇H"por "1"e "□T" por "0".
0 ← Portanto, "(◇H ⊃ □T)" é falso.

~□(H ⊃ ~T) ← Aqui primeiro avaliamos "□(H ⊃ ~T)". Ela é verdadeira se e somente se *todos os mundos* possuem "(H ⊃ ~T)" verdadeiro.
No mundo W: (H ⊃ ~T) = (1 ⊃ ~0) = (1 ⊃ 1) = 1.
No mundo WW: (H ⊃ ~T) = (0 ⊃ ~1) = (0 ⊃ 0) = 1.
~1 ← Então "□(H ⊃ ~T)" é verdadeira; então a substituímos por "1".
0 ← Portanto, "~□(H ⊃ ~T)" é falso.

O ponto-chave é avaliar cada subfórmula que comece com um losango ou quadrado, e então substituí-la por "1" ou "0".

Ao trabalhar argumentos modais em português, às vezes encontramos uma premissa ambígua – como no seguinte argumento:

Se você é solteiro, então você há de ser não casado.
Você é solteiro.
∴ É logicamente necessário que você seja não casado.

Nesse caso, a premissa 1 pode ter ambos destes significados:

(B ⊃ □U)
Se você é solteiro, então você é *inerentemente não casável* – em nenhum mundo possível ninguém casaria com você. (Esperamos que isso seja falso.)

□(B ⊃ U)
É necessário que, *se* você é solteiro, *então* você é não casado. (Isso é trivialmente verdadeiro, porque "solteiro" significa *homem não casado*.)

Em tais casos, diga que o argumento é ambíguo e trabalhe ambas as versões:

Versão da caixa dentro:

* 1 (B ⊃ □U) **Válido**
2 B
[∴ □U
3 ┌ ass: ~□U
4 └ ∴ □U {de 1 e 2}
5 ∴ □U {de 3; 3 contradiz 4}

(Apesar de o argumento ser válido, a premissa 1 é falsa.)

Versão da caixa fora:

1 □ (B ⊃ U) **Inválido**
2 B
[∴ □U
* 3 ass: ~□U
* 4 ∴ ◇~U {de 3}
5 W ∴ ~U {de 4}
* 6 W ∴ (B ⊃ U) {de 1}
* 7 ∴ (B ⊃ U) {de 1}
8 W ∴ ~B {de 5 e 6}
9 ∴ U {de 2 e 7}

	B,U
W	~B, ~U

Ambas as versões são falhas; a primeira possui uma premissa falsa, enquanto a segunda é inválida. Portanto, a prova de que você é inerentemente não casável ("□U" – "É logicamente necessário que você seja não casado") falha.

Na segunda versão, a refutação utiliza um mundo atual e um mundo possível W. Uma instância não modalizada de uma letra, como B na premissa 2, deve ser avaliada de acordo com o mundo atual; então aqui B é verdadeiro. Premissa 1 "□ (B ⊃ U)" também se revela verdadeira, já que "(B ⊃ U)" é verdadeiro em ambos os mundos.

No mundo atual: (B ⊃ U) = (1 ⊃ 1) = 1
No mundo W: (B ⊃ U) = (0 ⊃ 0) = 1

E a conclusão "□U" é falsa, já que "U" é falso no mundo W. Portanto, a galáxia faz com que todas as premissas sejam verdadeiras e a conclusão falsa, estabelecendo invalidade.

Argumentos com uma ambiguidade modal frequentemente possuem uma interpretação com uma premissa falsa e outra que é inválida. Tais argumentos frequentemente parecem corretos até que nos foquemos na ambiguidade.

10.3a Exercícios – também LogiCola KI

Prove cada um destes argumentos como inválido (todos são inválidos).

□(A ⊃ B)
◇A
∴ □B

	1	□(A ⊃ B)	
*	2	◇ A	
		[∴ □B	
*	3	ass: ~□B	
*	4	∴ ◇~B {de 3}	
	5	W ∴ ~B {de 4}	
	6	WW ∴ A {de 2}	
*	7	W ∴ (A ⊃ B) {de 1}	
*	8	WW ∴ (A ⊃ B) {de 1}	
	9	W ∴ ~A {de 5 e 7}	
	10	WW ∴ B {de 6 e 8}	

Inválido

W	~A, ~B
WW	A, B

1. ◇A
   ∴ □A

2. A
   ∴ □A

3. ◇A
   ◇B
   ∴ ◇(A • B)

4. □(A ⊃ ~B)
   B
   ∴ □~A

5. (□A ⊃ □B)
   ∴ □(A ⊃ B)

6. ◇A
   ~□B
   ∴ ~□(A ⊃ B)

7. □(C ⊃ (A v B))
   (~A • ◇~B)
   ∴ ◇~C

8. □(A v ~B)
   ∴ (~◇B v □A)

9. □((A • B) ⊃ C)
   ◇A
   ◇B
   ∴ ◇C

10. ~□A
    □(B ≡ A)
    ∴ ~◇B

10.3b Exercício – também LogiCola KC

Primeiro avalie intuitivamente. Depois traduza em lógica (utilizando as letras dadas) e diga se é válido (e dê uma prova) ou inválido (e de uma refutação). Traduza argumentos em português ambíguos de ambas as maneiras; prove ou refute cada simbolização separadamente.

1. Se a visão pragmatista de verdade é correta, então "A é verdadeiro" implica "A é útil de acreditar."
   "A é verdadeiro, mas não é útil de acreditar" é consistente.
   ∴ A visão pragmatista de verdade não é correta. [Utilize P, V, e A.]

2. Você sabe.
   "Você está errado"é logicamente possível.
 ∴ "Você sabe e está errado" é logicamente possível. [Utilize S e E.]

3. Necessariamente, se isso for, então isso será.
 ∴ Se isso for, então é necessário (em si mesmo) que isso será. [Utilize S. Isso ilustra dois sentidos de "Que será será[3]" – "Que será será". O primeiro sentido é uma verdade lógica, enquanto o segundo é uma forma de fatalismo.]

4. Estou imóvel.
   Se estou imóvel, então é necessário que eu não esteja me movendo.
   Se é necessário que eu não esteja me movendo, então se eu me movo não é uma questão de minha escolha livre.
 ∴ Se eu me movo, não é uma questão de minha escolha livre. [Utilize I, M e {L}. Essa é uma adaptação do pensador medieval Boécio, que utilizou um exemplo similar para explicar a distinção quadrado-dentro/quadrado-fora.]

5. É necessariamente verdadeiro que, se você é moralmente responsável pelas suas ações, então você é livre.
   É necessariamente verdadeiro que, se suas ações são sem causa, então você não é moralmente responsável por suas ações.
 ∴ "Você é livre" não implica "Suas ações são sem causa". [Utilize R, L e S (para sem causa). De A. J. Ayer.]

6. Se "A vida consciente de alguém não continuará para sempre" implica "Vida não tem sentido," então um vão finito de vida não tem sentido.
   Se um período finito de vida não tem sentido, então um período infinito de vida não tem sentido.
   Se um período infinito de vida não tem sentido, então "A vida consciente de alguém não continuará para sempre" implica "Vida não tem sentido".
 ∴ Se é possível que a vida não seja sem sentido, então "A vida consciente de alguém não continuará para sempre" não implica "Vida não tem setido". [C, V, R]

7. Se você tem dinheiro, então você não pode estar quebrado.
   Você pode estar quebrado.
 ∴ Você não tem dinheiro. [Utilize D e Q. Esse argumento é simplesmente uma instância válida de *modus tollens*: "(P ⊃ Q), ~ Q ∴ ~ P"?]

[3] Tal como no original, sendo que o segundo foi traduzido. N. T.

8. Se você sabe, então você não pode estar enganado.
   Você pode estar enganado.
   ∴ Você não sabe. [Utilize S e E. Já que podemos repetir esse raciocínio para qualquer item alegado de conhecimento, o argumento parece mostrar que conhecimento genuíno é impossível.]

9. É necessário que, se existe um ser necessário, então "Existe um ser necessário" (por si mesma) é necessário.
   "Existe um ser necessário" é logicamente possível.
   ∴ "Existe um ser necessário" é logicamente necessário. [Utilize N para "Existe um ser necessário" ou "Existe um ser que existe por necessidade lógica"; esse ser é frequentemente identificado com Deus. De Charles Hartshorne e Santo Anselmo; às vezes chamado "Segundo argumento ontológico de Anselmo". A prova levanta questões lógicas que trataremos no próximo capítulo.]

10. É necessário que ou eu farei isto ou eu não farei isto.
    Se é necessário que eu farei isto, então eu não sou livre.
    Se é necessário que eu não farei isto, então eu não sou livre.
    ∴ Eu não sou livre. [Utilize F para "Eu farei isto". Aristóteles e o estoico Crisipo discutiram esse argumento. A falha nesse argumento está relacionada a um ponto levantado por Crisipo, que "$\Box (F \vee \sim F) \therefore (\Box F \vee \Box \sim F)$" é inválido e é como argumentar "Tudo é ou A ou não-A; portanto, ou tudo é A ou tudo é não-A."]

11. "As ações desse agente foram todas determinadas" é consistente com "Eu descrevo o caráter desse agente em uma maneira aprovadora".
    "Eu descrevo o caráter desse agente em uma maneira aprovadora" é consistente com "Eu louvo esse agente".
    ∴ "As ações desse agente foram todas determinadas" é consistente com "Eu louvo esse agente". [D, A, L]

12. Se pensar é simplesmente um processo químico cerebral, então "Eu penso" implica "Existe um processo químico no meu cérebro".
    "Existe um processo químico no meu cérebro" implica "Eu tenho um corpo".
    "Eu penso mas eu não tenho um corpo" é logicamente consistente.
    ∴ Pensar não é simplesmente um processo químico cerebral. [Utilize S, P, Q e C. Esse argumento ataca uma forma de materialismo.]

13. Se "Eu fiz isso de propósito" implica "Eu tomei uma decisão prévia propositada para fazer isso", então existe uma cadeia infinita de decisões prévias para decidir.

É impossível que exista uma cadeia infinita de decisões prévias para decidir.
∴ "Eu fiz isso de propósito" é consistente com "Eu não tomei uma decisão prévia propositada para fazer isso". [Utilize F, P, I. De Gilbert Ryle.]

14. Deus sabia que você faria isso.
Se Deus sabia que você faria isso, então era necessário que você fizesse isso.
Se era necessário que você fizesse isso, então você não é livre.
∴ Você não é livre. [Utilize S, F e L. Esse argumento é o foco de uma antiga controvérsia. Presciência divina excluiria liberdade humana? Se excluísse, então deríamos rejeitar liberdade humana (como o fez Lutero) ou presciência divina (como o fez Charles Hartshorne)? Ou talvez (como os pensadores medievais Boécio, Aquino e Ockham afirmaram) exista uma falha no argumento de que presciência divina exclui liberdade humana?]

15. Se "bom" significa "socialmente aprovado", então "Racismo é socialmente aprovado" logicamente implica "Racismo é bom".
"Racismo é socialmente aprovado, mas não é bom" é consistente.
∴ "Bom" não significa "socialmente aprovado". [Utilize S, S' e B. Esse argumento ataca o relativismo cultural.]

16. Necessariamente, se Deus permite que A seja verdadeiro, então A é verdadeiro.
A é uma contradição.
∴ É impossível para Deus permitir que A seja verdadeiro. [Utilize B e A, onde B é para "Deus permite que A seja verdadeiro."]

17. Se isto é experienciado, então deve-se pensar a respeito disso.
"Pensa-se a respeito disto" implica "Isto é colocado na categoria de juízos".
∴ Se é possível que isto seja experienciado, então é possível que isto seja colocado na categoria de juízos. [Utilize E, P e C. De Immanuel Kant, que argumentou que nossas categorias mentais não se aplicam a tudo que existe, mas a tudo que podemos experienciar.]

18. Necessariamente, se a fórmula B possui uma tabela de verdade inteira com valor 1, então B é verdadeiro.
∴ Se a fórmula B possui uma tabela de verdade inteira com valor 1, então B (tomado por si mesmo) é necessário. [Utilize A e B. Isso ilustra a distinção quadrado-dentro *versus* quadrado-fora.]

19. Necessariamente, se você erroneamente pensa que você existe então você não existe.
    Necessariamente, se você erroneamente pensa que você existe então você existe.
    ∴ "Você erroneamente pensa que você existe" é impossível. [Utilize E e E'. Relacionado a Descartes, "Eu penso, logo existo" ("*Cogito ergo sum*").]

20. Se "bom" significa "desejado por Deus", então "Isso é bom" implica "Existe um Deus".
    "Não existe um Deus, mas isso é bom" é consistente.
    ∴ "Bom" não significa "desejado por Deus". [Utilize S, A e B. Isso ataca uma forma da teoria divina de comando de ética. Alguns (veja os problemas 9 e 26 dessa seção e o problema 12 da seção 10.2b) questionariam a premissa 2 e diriam que "Não existe Deus" é logicamente impossível.]

21. Se Platão está certo, então é necessário que ideias sejam superiores a coisas materiais.
    É possível que ideias não sejam superiores a coisas materiais.
    ∴ Platão não está certo. [P, S]

22. "Parece que eu vejo uma cadeira" não implica "Existe uma cadeira real que parece que eu vejo".
    Se percebemos objetos materiais diretamente, então "Parece que eu vejo uma cadeira e existe uma cadeira real que parece que eu vejo" é consistente.
    ∴ Não percebemos objetos materiais diretamente. [V, R, D]

23. "Existe Deus" é logicamente incompatível com "Existe mal no mundo".
    Existe mal no mundo.
    ∴ "Existe um Deus" é autocontraditório. [D, M]

24. Se você fizer toda sua lição de casa certo, então é impossível que você erre esse problema.
    É possível que você erre esse problema.
    ∴ Você não faz toda sua lição de casa certo. [C, E]

25. "Você faz o que você quer" é compatível com "Sua ação é determinada".
    "Você faz o que você quer" implica "Sua ação é livre".
    ∴ "Sua ação é livre" é compatível com "Sua ação é determinada". [Q, D, L]

26. É necessariamente verdadeiro que, se Deus não existe em realidade, então existe um ser maior do que Deus(já que qualquer ser que existisse seria maior que Deus).
    Não é possível que exista um ser maior do que Deus(já que "Deus" é definido como "um ser do qual nenhum ser pode ser maior").
    ∴ É necessário que Deus exista em realidade. [Utilize R e M. Esse argumento é uma forma simplificada do argumento ontológico de Santo Anselmo.]

27. Foi sempre verdadeiro que você faria isso.
    Se foi sempre verdadeiro que você faria isso, então era necessário que você fizesse isso.
    Se era necessário que você fizesse isso, então você não era livre.
    ∴ Você não era livre. [Utilize A (para "Foi sempre verdadeiro que você faria isso" – não utilize um quadrado aqui), F e L. Esse argumento é muito parecido com o problema 14. São enunciados sobre contingências futuras (por exemplo, "Eu escovarei meus dentes amanhã") verdadeiros ou falsos antes deles ocorrerem? Deveríamos construir tabelas de verdade para tais enunciados da maneira normal, atribuindo "1" ou "0"? Isso exclui liberdade humana? Se sim, devemos rejeitar liberdade humana? Ou devemos adotar uma lógica de múltiplos valores que diz que enunciados sobre contingências futuras não são "1" ou "0", mas devem, ao invés, ter um terceiro valor de verdade (talvez "½")? Ou o argumento é falacioso?]

Capítulo 11

OUTROS SISTEMAS MODAIS

A lógica modal estuda argumentos que dependem de "necessário", "possível" e noções similares. O capítulo anterior apresentou um sistema básico que se constrói sobre lógica proposicional. Este capítulo considera sistemas alternativos de lógica modal proposicional e quantificacional.

11.1 Viagem galáctica

Enquanto lógicos usualmente concordam sobre quais argumentos são válidos, existem algumas discordâncias sobre argumentos modais. Muitas das disputas envolvem argumentos nos quais um operador modal ocorre dentro do escopo de outro – como "$\Diamond\Diamond A \therefore \Diamond A$" e "$\Box(A \supset \Box B), \Diamond A \therefore B$".

Essas disputas refletem diferenças em como formular a regra de cortar quadrado. Até agora assumimos um sistema chamado "S5," que nos permite ir de qualquer mundo a qualquer mundo quando cortamos um quadrado (Seção 10.2):

Cortar quadrado	$\Box A \rightarrow W \therefore A$, utilize qualquer prefixo de mundo	Aqui a linha com "$\Box A$" pode utilizar qualquer prefixo de mundo – e também pode a linha com "$\therefore A$".

Isso assume que qualquer coisa que seja necessária em *qualquer* mundo é assim verdadeira em *qualquer* mundo sem restrição. Uma outra implicação é que qualquer coisa que seja verdadeira em um mundo é assim necessária em todos os mundos.

Algumas visões mais fracas rejeitam essas ideias. Nessas visões, o que é necessário somente há de ser verdadeiro em todo mundo adequadamente relacionado; então essas visões restringem a regra cortar quadrado. Todas as visões em questão nos permitem ir de "$\Box A$" em um mundo a "A" no *mesmo* mundo. Mas não podemos sempre ir de "$\Box A$" em um mundo a "A" em *outro* mundo; viajar entre mundos requer um "bilhete de viagem" adequado.

Obtemos bilhetes de viagem quando cortamos losangos. Que "W1" e "W2" denote prefixos de mundo. Suponha que vamos de "◇A" em um mundo W1 a "A" em um novo mundo W2. Então obtemos um bilhete de viagem de W1 a W2, e escreveremos "W1 → W2":

W1 → W2	Temos um bilhete para mover do mundo W1 ao mundo W2.

Aqui um exemplo. Suponha que estejamos fazendo uma prova com as fbfs "◇◇A" e "◇B". Obteríamos esses bilhetes de viagem quando cortamos losangos (aqui "#" denota o mundo atual):

		Bilhetes de viagem:
1	◇◇A	
2	◇B	
......		
11	W ∴ ◇A {de 1}	# → W
12	WW ∴ A {de 11}	W → WW
13	WWW ∴ B {de 2}	# → WWW

Cortar um losango nos fornece um bilhete de viagem do mundo na linha "de" ao mundo na linha "para". Portanto, na linha 11 obtemos bilhete "# → W" – pois movemos de "◇◇A" no mundo atual ("#") a "◇A" no mundo W.

Bilhetes são reutilizáveis; podemos utilizar "W1 → W2" qualquer número de vezes. As regras para utilizar bilhetes varia. O sistema T nos permite utilizar apenas um bilhete de cada vez e somente na direção da flecha; o sistema S4 nos permite combinar uma série de bilhetes, enquanto o sistema B nos permite utilizá-los em uma direção inversa. Suponha que temos "□A" no mundo W1 e queremos colocar "A" no mundo W2:

Sistema T	*Sistema S4*	*Sistema B*
Precisamos de um *bilhete* de W1 a W2.	Como T, mas podemos também utilizar uma *série* de bilhetes.	Como T, mas um bilhete também funciona *na direção inversa*.

Suponha que tenhamos este três bilhetes de viagem:

→ W   W → WW   # → WWW

O sistema T nos permitiria, quando cortamos quadrados, ir de # a W, de W a WW e de # a WWW. Os outros sistemas permitem isso e mais. O sistema S4 nos permite utilizar uma *série* de bilhetes na direção

da flecha; isso nos permite ir de W a #, de WW a W e de WWW a #. Em contraste, o sistema S5 nos permite ir de qualquer mundo a qualquer mundo; isso é equivalente a nos permitir utilizar qualquer bilhete ou série de bilhetes em ambas as direções.

S5 é o sistema mais liberal e aceita a maioria dos argumentos válidos; então S5 é o sistema mais forte. T é o sistema mais fraco, permitindo a minoria das provas. S4 e B são intermediários, cada um permitindo algumas provas que o outro não permite. Os quatro sistemas dão os mesmos resultados para a maioria dos argumentos. Mas alguns argumentos são válidos em um sistema, mas inválidos em outro; esses argumentos utilizam fbfs que aplicam um operador modal a uma fbf que já contém um operador.

O argumento a seguir é válido em S4 e S5, mas inválido em T ou B:

```
    1    □A             Válido
       [ ∴ □□A
*   2   ┌ ass: ~□□A
*   3   │ ∴ ◇~□A {de 2}
*   4   │ W ∴ ~□A {de 3}                  # → W
*   5   │ W ∴ ◇~A {de 4}
    6   │ WW ∴ ~A {de 5}                  W → WW
    7   └ WW ∴ A {de 1}                   Requer S4 ou S5
    8    ∴□□A {de 2; 6 contradiz 7}
```

A linha 7 requer que combinemos uma série de bilhetes na direção da flecha. Bilhetes "# → W" e "W → WW" nos permitem ir do mundo atual # (linha 1) ao mundo WW (linha 7). Isso requer S4 ou S5.

Este próximo é válido em B ou S5, mas inválido em T ou S4:

```
    1    A              Válido
       [ ∴ □ ◇A
*   2   ┌ ass: ~□◇A
*   3   │ ∴ ◇~◇A {de 2}
*   4   │ W ∴ ~◇A {de 3}                  # → W
    5   │ W ∴ □~A {de 4}
    6   └ ∴ ~A {de 5}                     Requer B ou S5
    7    ∴ □◇A {de 2; 1 contradiz 6}
```

A linha 6 requer a utilização do bilhete "# → W" em direção inversa, para ir do mundo W (linha 5) ao mundo atual # (linha 6). Isso requer sistemas B ou S5.

Este último é válido em S5, mas inválido em T ou B ou S4:

```
*  1      ◇A                         Válido
        [ ∴ □◇A
*  2    ┌ ass: ~□◇A
*  3    │ ∴ ◇~◇A {de 2}
*  4    │ W ∴ ~◇A {de 3}                          # → W
   5    │ ∴ □~A {de 4}
   6    │ WW ∴ A {de 1}                           # → WW
   7    └ WW ∴ ~A {de 5}                          Requer S5
   8    ∴ □◇A {de 2; 6 contradiz 7}
```

A linha 7 requer a combinação de uma série de bilhetes e devem-se utilizar somente na direção inversa. Bilhetes "# → W" e "W → WW" nos permitem ir de W (linha 5) a WW (linha 7). Isso requer o sistema S5.

S5 é o sistema mais simples em diversas maneiras:

- Podemos formular S5 mais simplesmente. A regra cortar quadrado não precisa mencionar bilhetes de viagem; precisamos apenas dizer que, se temos "□A" em qualquer mundo, então colocamos A em qualquer mundo (o mesmo ou um diferente).
- S5 captura intuições simples sobre necessidade e possibilidade: o que é *necessário* é o que é verdadeiro em *todos* os mundos, o que é *possível* é verdadeiro em *alguns* mundos, e o que é necessário e possível não varia entre mundos.
- Em S5, qualquer sequência de quadrados e losangos simplifica ao último elemento da sequência. Portanto "□□" e "◇□" são simplificados como "□" – e "◇◇" e "□◇" são simplificados como "◇"

Qual o melhor sistema? Isso depende de quais significados tomamos para o quadrado e o losango. Se os tomamos como sendo sobre necessidade lógica e possibilidade de *ideias*, então S5 é o melhor sistema. Se uma ideia (por exemplo, a declaração de que 2=2) é logicamente necessária, então não poderia haver outro além do logicamente necessário. Portanto, se A é logicamente necessário, então é logicamente necessário que A seja logicamente necessário ["(□A ⊃ □□A)"]. De maneira similar, se uma ideia é logicamente possível, então é logicamente necessário que ela seja logicamente possível ["(◇A ⊃ □◇A)"]. Dos quatro sistemas, apenas S5 aceita ambas as fórmulas. Tudo isso pressupõe que utilizemos o quadrado para falar sobre necessidade lógica de *ideias* ou de *sentenças*.

De maneira alternativa, podemos tomar um quadrado como sendo sobre a necessidade lógica de *sentenças*. Agora a *sentença* "2=2" expressa somente uma verdade necessária; não expressaria uma se a língua portuguesa utilizasse "=" como significando "≠". Então a sentença

é necessária, mas não é necessário que ela seja necessária; isso faz de "(□A ⊃ □□A)" falso. Mas a *ideia* de que "2=2" agora expressa é tanto necessária e necessariamente necessária – e uma mudança em como utilizamos a linguagem não tornaria essa *ideia* falsa. Então se S5 é o melhor sistema pode depender em se tomamos o quadrado como sendo sobre a necessidade de *ideias* ou *sentenças*.

Existem ainda outras maneiras de entender o "necessário". Algumas vezes chamar algo de "necessário" pode significar que é "fisicamente necessário", "provado", "conhecido" ou "obrigatório". Alguns lógicos gostam do sistema fraco T porque ele vale para vários sentidos de "necessário"; tais lógicos podem ainda utilizar S5 para argumentos sobre necessidade lógica de *ideias*. Enquanto eu tenho simpatia com essa visão, a maioria dos argumentos modais nos quais eu estou interessado são sobre necessidade lógica de ideias. Então utilizo S5 como sistema padrão de lógica modal, mas me sinto livre em mudar para sistemas mais fracos para argumentos sobre outros tipos de necessidade.

Aqui consideramos os quatro principais sistemas modais. Poderíamos inventar outros sistemas – por exemplo, um no qual podemos combinar bilhetes de viagem apenas em grupos de três. Lógicos desenvolvem esses sistemas não para os ajudar a analisar argumentos reais, mas para explorar estruturas formais interessantes.[1]

11.1a Exercícios – também LoogiCola KG

Utilizando o sistema S5, prove que cada argumento é válido (todos são válidos em S5). Também diga em quais sistemas o argumento é válido: T, B, S4 ou S5.

~□A
∴ □~□A

A linha 7 combina uma série de bilhetes e vai algumas vezes na direção inversa. Isso requer S5.

*	1	~□A	**Válido**
		[∴ □~□A	
*	2	┌ ass: ~□~□A	
*	3	│ ∴ ◇□A {de 2}	
*	4	│ ∴ ◇~A {de 1}	
	5	│ W ∴ □A {de 3}	# → W
	6	│ WW ∴ ~A {de 4}	# → WW
	7	└ WW ∴ A {de 5}	Requer S5
	8	∴ □~□A {de 2; 6 contradiz 7}	

[1] Para mais sobre sistemas modais alternativos, consulte G. E. Hughes e M. J. Cresswell, *A new Introduction to Modal Logic* (Londres: Routledge, 1996).

1. $\Diamond A$
   $\therefore A$

2. $\Diamond A$
   $\therefore \Diamond\Diamond A$

3. $\Diamond\Diamond A$
   $\therefore \Diamond A$

4. $\Diamond\Box A$
   $\therefore \Box A$

5. $(\Box A \supset \Box B)$
   $\therefore \Box(\Box A \supset \Box B)$

6. $\Box(A \supset B)$
   $\therefore \Box(\Box A \supset \Box B)$

7. $(\Diamond A \supset \Box B)$
   $\therefore \Box(A \supset \Box B)$

8. $\Box(A \supset \Box B)$
   $\therefore (\Diamond A \supset \Box B)$

9. $\Diamond\Box\Diamond A$
   $\therefore \Diamond A$

10. $\Diamond A$
    $\therefore \Diamond\Box\Diamond A$

11. $\Box A$
    $\therefore \Box(B \supset \Box A)$

12. $\Box\Diamond\Box\Diamond A$
    $\therefore \Box\Diamond A$

13. $\Box\Diamond A$
    $\therefore \Box\Diamond\Box\Diamond A$

14. $\Box(A \supset \Box B)$
    $\Diamond A$
    $\therefore \Box B$

15. $\Box A$
    $\therefore \Box\Box\Box A$

11.1b Exercício – também LogiCola KG

Primeiro avalie intuitivamente. Depois traduza em lógica (utilizando as letras dadas) e prove que são válidos no sistema S5 (todos são válidos em S5). Também diga em quais sistemas o argumento é válido: T, B, S4 ou S5.

1. É necessário que, se existe um ser necessário, então "Existe um ser necessário" (por si mesmo) é necessário.
   "Existe um ser necessário" é logicamente possível.
   ∴ "Existe um ser necessário" é logicamente necessário. [Utilize N para "Existe um ser necessário" ou "Existe um ser que existe a partir de necessidade lógica"; esse ser é comumente identificado com Deus. Esse argumento (que vimos antes na seção 10.3b) é de Charles Hartshorne e Santo Anselmo. Sua validade depende de qual sistema de lógica modal é correto. Alguns filósofos defendem o argumento, com frequência depois de defender um sistema modal necessário para torná-lo válido. Outros argumentam que o argumento é inválido, e portanto também que qualquer sistema modal que o torne válido está errado. Ainda outros negam o significado teológico da conclusão; eles dizem que um ser necessário pode ser um número primo ou o mundo e não precisa ser Deus.]

2. "Existe um ser necessário" não é um enunciado contingente.
   "Existe um ser necessário" é logicamente possível.
   ∴ Existe um ser necessário. [Utilize N. Essa versão do argumento de Anselmo-Hartshorne é mais claramente válida.]

3. Prove que a primeira premissa do argumento é logicamente equivalente à primeira premissa do argumento 2. (Você pode provar que

dois enunciados são logicamente equivalentes por primeiro deduzir o segundo do primeiro, e depois deduzir o primeiro do segundo.) Em quais sistemas essa equivalência vale?

4. É necessário que, se existe um ser necessário, então "Existe um ser necessário" (por si mesmo) é necessário.
   "Não existe ser necessário" é logicamente possível.
   ∴ Não existe ser necessário. [Utilize N. Alguns objetam que a primeira premissa do argumento de Anselmo-Hartshorne leva facilmente a uma conclusão oposta.]

5. É necessário que 2+2=4.
   É possível que nenhuma linguagem nunca tenha existido.
   Se toda verdade necessária vale devido a convenções de linguagem, então "É necessário que 2+2=4" implica "Alguma linguagem em algum tempo existiu".
   ∴ Nem toda verdade necessária sempre vale devido a convenções de linguagem. [Utilize D, L e N. Esse argumento ataca a teoria linguística de necessidade lógica.]

11.2 Traduções quantificacionais

Desenvolveremos agora um sistema de lógica modal quantificacional que combina nosso sistema quantificacional e modal. Chamaremos esse de nosso sistema "ingênuo", já que ele ignora alguns problemas; mais tarde acrescentaremos refinamentos.[2]

Muitas traduções modais seguem padrões familiares. Por exemplo, "todo mundo" traduz-se em um quantificador universal que segue a ordem da palavra em português – enquanto "qualquer um", indiferentemente de onde ocorre, traduz-se em um quantificador universal no começo da fbf:

	=	Todo mundo pode estar acima da média. (FALSO)
$\Diamond(x)Ax$	=	É possível para todo mundo esteja acima da média.
	=	É possível que, para todo x, x esteja acima da média.

	=	Qualquer um pode estar acima da média. (VERDADEIRO)
$(x)\Diamond Ax$	=	É possível para qualquer um estar acima da média.
	=	Para todo x, é possível que x esteja acima da média.

[2] A minha compreensão de lógica modal quantificacional segue *The Nature of Necessity* (Londres: Oxford University Press, 1974) de Alvin Plantinga. Para discussões relacionadas, veja *Naming and Necessity* (Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1980) e *Introductory Modal Logic* (Notre Dame, Ind.: Notre Dame Press, 1986).

A lógica modal quantificacional pode expressar a diferença entre propriedades necessárias e contingentes. Números parecem ter ambos os tipos de propriedades. O número 8, por exemplo, possui a propriedade necessária de ser par e de ser um maior do que sete; 8 não poderia prescindir dessas propriedades. Mas 8 também possui propriedades contingentes, algumas das quais poderia prescindir, tal como ser meu número favorito ou ser menor do que o número de capítulos deste livro. Podemos simbolizar "propriedades necessárias" e "propriedades contingentes" como segue:

	=	F é uma propriedade necessária (essencial) de x.
$\Box Fx$	=	x possui a propriedade necessária de ser F.
	=	x necessariamente é F.
	=	Em todos os mundos possíveis, x seria F.

	=	F é uma propriedade contingente (acidental) de x.
$(Fx \bullet \Diamond{\sim}Fx)$	=	x é F, mas poderia prescindir de F.
	=	x é contingentemente F.
	=	No mundo atual, x é F; mas em algum mundo possível x não é F.

Humanos possuem principalmente propriedades contingentes. Sócrates possuía propriedades contingentes, como ter uma barba e ser um filósofo; essas são contingentes, pois ele poderia (sem contradição) ser um não-filósofo sem barba. Mas Sócrates também possuía propriedades necessárias, como ser idêntico a si mesmo e não ser um quadrado redondo; todo ser possui essas propriedades de necessidade.

Essencialismo aristotélico é a visão controversa de que existem propriedades que alguns seres possuem necessariamente, mas outros seres prescindem totalmente. Plantinga, apoiando essa visão, sugere que Sócrates tinha necessariamente essas propriedades (que outros seres prescindem completamente): não ser um número primo, ser esnobe em W (um mundo possível específico), ser uma pessoa (capaz de atividade racional consciente) e ser idêntico a Sócrates. A última propriedade difere dessa última de ter o nome "Sócrates."

Plantinga explica "propriedades necessárias" como segue. Suponha que "a" nomeia um ser e "F" nomeia uma propriedade. Então a entidade nomeada por "a" possui necessariamente a propriedade nomeada por "F" se e somente se a proposição expressa por "a é não-F" é logicamente impossível. Então dizer que Sócrates necessariamente possui a propriedade de não ser um número primo é dizer que a proposição "Sócrates é um número primo" (com o nome "Sócrates" referindo-se à pessoa Sócrates) é logicamente impossível. Devemos utilizar nomes (como "Sócrates") aqui e não descrições definidas (como "a entidade na qual eu estou pensando").

Falamos antes sobre a ambiguidade quadrado-dentro/quadrado--fora. Esta sentença modal quantificacional de modo similar pode ter ambos os sentidos:

"Todo solteiro é não casado."

Necessidade simples $(x)(Sx \supset \Box\, Ix)$ Todo solteiro é *inerentemente não casável* – em nenhum mundo possível alguém casaria com eles. (Esperamos que isso seja falso.)	Necessidade condicional $\Box(x)(Sx \supset Ix)$ É necessariamente verdadeiro que todo solteiro é não casado. (Isso é trivialmente verdadeiro porque "solteiro" significa *homem não casado*".)

Quando você traduz um enunciado da forma "Todo A é necessariamente B", diga que é ambíguo e dê duas traduções possíveis. Quando você faz um argumento com uma premissa ambígua, dê ambas as traduções e dê uma prova ou refutação para cada tradução. Como antes, várias falácias filosóficas resultam a partir da confusão das formas.

Discussões sobre essencialismo aristotélico frequentemente envolvem tais modalidades ambíguas. Esta próxima sentença pode ter um dentre estes dois significados:

"Todas as pessoas são necessariamente pessoas."

Necessidade Simples $(x)(Px \supset \Box Px)$ Todos que de fato são pessoas possuem a propriedade de ser uma pessoa.	**Necessidade Condicional** $\Box(x)(Px \supset Px)$ É necessário que todas as pessoas sejam pessoas.

A primeira forma é mais controversa e atribui a cada pessoa a propriedade necessária de ser uma pessoa; os medievais chamaram isso necessidade *de re* ("da coisa"). Se a primeira forma é verdadeira, então você não pode ter sido uma não-pessoa – a ideia de você existir como uma não-pessoa é contraditória; isso excluiria, por exemplo, a possibilidade de você reencarnar como uma maçaneta inconsciente. Em contraste, a segunda forma é trivialmente verdadeira e atribui necessidade à proposição (ou provérbio) "Todas as pessoas são pessoas"; os medievais chamaram isso de necessidade *de dicto* ("do dito").

11.2a Exercícios – também LogiCola J (QM & QT)

Traduza estas sentenças em português em fbfs; traduza formas ambíguas de ambas as maneiras.

É necessário que todos os matemáticos tenham a propriedade necessária de serem racionais.	$\square(x)(Mx \supset \square Rx)$

Aqui a primeira caixa simboliza a necessidade *de dicto* ("É necessário que..."), enquanto a segunda simboliza necessidade *de re* ("possui a propriedade necessária de ser racional").

1. É possível para qualquer um ser inigualável em grandiosidade. [Utilize Ix.]
2. É possível para todo mundo ser inigualável em grandiosidade.
3. John possui a propriedade necessária de ser não casado. [Utilize Nx e j.]
4. Todos os *experts* são necessariamente inteligentes.
5. Ser nomeado "Sócrates" é uma propriedade contingente de Sócrates. [Nx, s]
6. É necessário que tudo seja idêntico a si mesmo. [Utilize "=."]
7. Toda entidade possui a propriedade necessária de ser idêntica a si mesma.
8. John está necessariamente sentado. [Sx, j]
9. Todo mundo que é observado estando sentado está necessariamente sentado. [Ox, Sx]
10. Todos os números possuem a propriedade necessária de serem entidades abstratas. [Nx, Ax]
11. É necessário que todos os seres vivos nesta sala sejam pessoas. [Vx, Px]
12. Todos os seres vivos nesta sala possuem a propriedade necessária de serem pessoas.
13. Todos os seres vivos nesta sala possuem a propriedade de serem pessoas.
14. Qualquer declaração contingente pode ser verdadeira. [Cx, Vx]
15. "Todas as declarações contingentes são verdadeiras" é possível.
16. Todo matemático é necessariamente racional. [Mx, Rx]
17. Todo matemático é contingentemente bípede. [Mx, Bx]
18. Todo enunciado matemático que é verdadeiro é necessariamente verdadeiro. [Mx, Vx]
19. É possível que Deus tenha a propriedade necessária de ser inigualável em grandiosidade. [Ix, d]
20. Algum ser possui a propriedade necessária de ser inigualável em grandiosidade.

11.3 Provas quantificacionais

Provas utilizam as mesmas regras de inferência quantificacionais e modais que antes. A seguir um exemplo de uma prova modal quantificacional.

É necessário que tudo seja idêntico a si mesmo.
∴ Toda entidade possui a propriedade necessária de ser idêntica a si mesma.

	1	□(x)x=x	**Válido**
		[∴ (x)□x=x	
*	2	┌ ass: ~(x)□x=x	
*	3	│ ∴ (∃x)~□x=x {de 2}	
*	4	│ ∴ ~□a=a {de 3}	
*	5	│ ∴ ◇~a=a {de 4}	
	6	│ W ∴ ~a=a {de 5}	
	7	│ W ∴ (x)x=x {de 1}	
	8	└ W ∴ a=a {de 7}	
	9	∴ (x)□x=x {de 2; 6 contradiz 8}	

Ao trabalhar argumentos modais em português, iremos às vezes encontrar premissas ambíguas – como no seguinte argumento:

Todo solteiro é necessariamente não casado.
Você é solteiro.
∴ "Você é não casado" é logicamente necessário.

A premissa 1 pode ser entendida como asserindo ou a necessidade simples "(x)(Sx ⊃ □Ix)" ("Todo solteiro é *inerentemente incasável*") ou a necessidade condicional "□(x)(Sx ⊃ Nx)" ("É necessariamente verdadeiro que todo solteiro seja não casado"). Em tais casos, precisamos dizer que o argumento é ambíguo e dar uma prova ou refutação para cada tradução:

Versão com a caixa dentro:

	1	(x)(Sx ⊃ □Ix)	Válido
	2	Su	
		[∴ □Iu	
	3	┌ ass: ~□Iu	
*	4	│ ∴ (Su ⊃ □Iu) {de 1}	
	5	└ ∴ □Iu {de 4 e 2}	
	6	∴ □Iu {de 3; 3 contradiz 5}	

(Embora seja válido, a premissa 1 é falsa.)

Versão com a caixa fora:

	1	□(x)(Sx ⊃ Ix)	**Inválido**
	2	Su	
		[∴ □Iu	
*	3	ass: ~□Iu	
*	4	∴ ◇~Iu {de 3}	
	5	W ∴ ~Iu {de 4}	
	6	W ∴ (x)(Sx ⊃ Ix) {de 1}	
	7	∴ (x)(Sx ⊃ Ix) {de 1}	
*	8	W ∴ (Su ⊃ Iu) {de 6}	
*	9	∴ (Su ⊃ Iu) {de 7}	
	10	W ∴ ~Su {de 5 e 8}	
	11	∴ Iu {de 2 e 9}	

	Su, Iu
W	~Su, ~Iu

Ambas as versões são falhas; a primeira possui uma premissa falsa enquanto a segunda é inválida. Então a prova de que você é inerentemente não casável falha.

Nossa refutação possui dois mundos possíveis, cada um com apenas uma entidade – você. No mundo atual, você é solteiro e não casado; no mundo W, você não é solteiro e você não é não casado. Nessa galáxia, as

premissas são verdadeiras (já que em ambos os mundos todo solteiro é não casado – e no mundo atual você é um solteiro), mas a conclusão é falsa, já que no mundo W você não é não casado).

Argumentos com uma ambiguidade modal com frequência possuem uma interpretação com uma premissa falsa e outra que é inválida. Tais argumentos frequentemente parecem corretos, até que foquemos na ambiguidade.

Tal como com argumentos relacionais, aplicar mecanicamente nossa estratégia de prova irá às vezes levar a um *loop* infinito. No caso seguinte, continuamos a obter novas letras e novos mundos infinitamente:

É possível a qualquer um estar acima da média.		1	(x)◇Ax
			[∴ ◇(x)Ax
∴ É possível a todo mundo estar acima da média.	*	2	ass: ~◇(x)Ax
		3	∴ □~(x)Ax {de 2}
Nova letra →	*	4	∴ ◇Aa {de 1}
Novo mundo →		5	W ∴ Aa {de 4}
	*	6	W ∴ ~(x)Ax {de 3}
	*	7	W ∴ (∃x)~Ax {de 6}
Nova letra →		8	W ∴ ~Ab {de 7}
	*	9	∴ ◇Ab {de 1}
Novo mundo →		10	WW ∴ Ab {de 9}
	*	11	WW ∴ ~(x)Ax {de 3}
	*	12	WW ∴ (∃x)~Ax {de 11}
Nova letra →		13	WW ∴ ~Ac {de 12}
...		14	∴ ◇Ac {de 1} ...

Usando ingenuidade, podemos elaborar uma refutação com duas entidades e dois mundos:

	a, b
W	Aa, ~Ab
WW	Ab, ~Aa

Nesse caso cada pessoa está acima da média em algum mundo ou outro – mas em nenhum mundo todas as pessoas estão acima da média. Por ora, assumiremos em nossas refutações que todo mundo contém as mesmas entidades (e pelo menos uma tal entidade).

11.3a Exercício – também LogiCola KQ

Diga se o argumento é válido (e dê uma prova) ou inválido (e dê uma refutação).

$(x)\Box Fx$
$\therefore \Box(x)Fx$

	1	$(x)\Box Fx$	**Válido**
		$[\therefore \Box(x)Fx$	
*	2	ass: $\sim\Box(x)Fx$	
*	3	$\therefore \Diamond\sim(x)Fx$ {de 2}	
*	4	W $\therefore \sim(x)Fx$ {de 3}	
*	5	W $\therefore (\exists x)\sim Fx$ {de 4}	
	6	W $\therefore \sim Fa$ {de 5}	
	7	$\therefore \Box Fa$ {de 1}	
	8	W $\therefore Fa$ {de 7}	
	9	$\therefore \Box(x)Fx$ {de 2; 6 contradiz 8}	

Isso é chamado uma "inferência Barcan", em referência a Ruth Barcan Marcus. É duvidoso que nossa lógica quantificacional modal ingênua dê os resultados corretos para esse argumento e para muitos outros. Discutiremos esse argumento na Seção 11.4.

1. $(\exists x)\Box Fx$ $\therefore \Box(\exists x)Fx$
2. $a=b$ $\therefore (\Box Fa \supset \Box Fb)$
3. $\therefore \Box(\exists x)x=a$
4. $\therefore (\exists x)\Box x=a$
5. $\Diamond(x)Fx$ $\therefore (x)\Diamond Fx$
6. $\therefore (x)\Box x=x$
7. $\therefore \Box(x)x=x$
8. $\Box(x)(Fx \supset Gx)$ $\therefore (x)(Fx \supset \Box Gx)$
9. $\Diamond(\exists x)Fx$ $\therefore (\exists x)\Diamond Fx$
10. $(\exists x)\Diamond Fx$ $\therefore \Diamond(\exists x)Fx$
11. $(\Diamond(x)Fx \supset (x)\Diamond Fx)$ $\therefore ((\exists x)\sim Fx \supset \Box(\exists x)\sim Fx)$
12. $\therefore (x)(y)(x=y \supset \Box x=y)$
13. $\Box(x)(Fx \supset Gx)$, $\Box Fa$ $\therefore \Box Ga$
14. $\sim a=b$ $\therefore \Box\sim a=b$

11.3b Exercício – também LogiCola KQ

Primeiro apreenda intuitivamente. Depois traduza em lógica (utilizando as letras dadas) e diga se o argumento é válido (e dê uma prova) ou inválido (e dê uma refutação). Traduza argumentos em português ambíguos de ambas as maneiras; prove ou refute cada simbolização separadamente.

1. Eu tenho uma barba.
   $\therefore$ "Qualquer um que não tenha uma barba não sou eu" é uma verdade necessária. [Utilize Bx, e, G. E. Moore criticou tal raciocínio, o qual ele viu como essencial à metafísica idealística de seus dias e sua declaração de que toda propriedade de uma coisa é necessária. A conclusão implica que "Eu tenho uma barba" é logicamente necessária. Moore diria que, dado que a premissa 1 é verdadeira,

"Qualquer um que não tenha uma barba não sou eu" é somente uma verdade contingente.]

2. "Qualquer que não tenha uma barba não sou eu" é uma verdade necessária.
∴ "Eu tenho um barba" é logicamente necessário. [Utilize Bx e e.]

3. Aristóteles não é idêntico a Platão.
Se algum ser possui a propriedade de ser necessariamente idêntico a Platão, mas nem todo ser possui a propriedade de ser idêntico a Platão, então alguns seres possuem propriedades necessárias que outros seres prescindem.
∴ Alguns seres possuem propriedades necessárias de que outros seres prescindem [Utilize a, p e S (para "Alguns seres possuem propriedades necessárias de que outros seres prescindem"). Essa defesa de essencialismo aristotélico é essencialmente de Alvin Plantinga.]

4. Todos os matemáticos são necessariamente racionais.
Paul é um matemático.
∴ Paul é necessariamente racional. [Mx, Rx, p]

5. Necessariamente existe algo inigualável em grandiosidade.
∴ Existe algo que necessariamente é inigualável em grandiosidade. [Ix]

6. O número no qual eu estou pensando não é necessariamente par.
8 = o número no qual eu estou pensando.
∴ 8 não é necessariamente par. [Utilize n, P e e. Nossa lógica modal quantificacional ingênua decide corretamente se esse argumento é válido?]

7. "Eu sou um ser pensante, e não existem objetos materiais" é logicamente possível.
Todo objeto material possui a propriedade necessária de ser um objeto material.
∴ Eu não sou um objeto material. [Utilize Px, Mx e e. De Alvin Plantinga.]

8. Todos humanos são necessariamente racionais.
Todos seres vivos nesta sala são humanos.
∴ Todos seres vivos nesta sala são racionais. [Utilize Hx, Rx e Vx. De Aristóteles, que foi o primeiro lógico e o primeiro a combinar quantificação com modalidade.]

9. Não é necessário que todos os ciclistas sejam racionais.
Paul é um ciclista.

Paul é racional.
∴ Paul é contingentemente racional. [Cx, Rx, p]

10. "Sócrates tem uma dor em seu dedão, mas não demonstra comportamento de dor" é consistente.
É necessário que todos que tenham uma dor em seu dedão estejam com dor.
∴ "Todos que estejam com dor demonstram comportamento de dor" não é uma verdade necessária. [Utilize s, Dx para "x tem uma dor em seu dedão," Cx para "x demonstra comportamento de dor" e D'x para "x tem dor". Esse argumento ataca uma análise behaviorista do conceito de "dor."]

11. Se Q (a questão "Por que há algo e não nada?") é uma questão significativa, então é possível que exista uma resposta para Q.
Necessariamente, toda resposta a Q refere-se a um existente que explica a existência de outras coisas.
Necessariamente, nada que se refere a um existente que explica a existência de outras coisas é uma resposta a Q.
∴ Q não é uma questão significativa. [S, Rx, R'x]

12. O número de apóstolos é 12.
12 é necessariamente maior do que 8.
∴ O número de apóstolos é necessariamente maior do que 8. [Utilize n, t, e Mxy. Nosso sistema ingênuo decide corretamente se esse argumento é válido?]

13. Todo ciclista (bem-formado) é bípede.
Paul é um ciclista (bem-formado).
∴ Paul é necessariamente bípede. [Cx, Bx, p]

14. Algo existe no entendimento do qual nada pode ser maior. (Em outras palavras, existe algum x tal que x existe no entendimento e não é possível que exista algo maior do que x.)
Qualquer coisa que exista em realidade é maior do que qualquer coisa que não existe em realidade.
Sócrates existe em realidade.
∴ Algo existe em realidade da qual nada pode ser maior. (Em outras palavras, existe algum x tal que x existe em realidade e é não é possível que exista algo maior do que x.) [Utilize Ex para "x existe no entendimento", Rx para "x existe em realidade", Gxy para "x é maior do que y" e s para "Sócrates". Utilize um universo de discurso de seres atuais. (É isso legítimo?) Essa é uma forma do primeiro argumento ontológico de Santo Anselmo para a existência de Deus.]

15. "Alguém é inigualavelmente grandioso" é logicamente possível. "Todo mundo que é inigualavelmente grandioso é, em todo mundo possível, onipotente, onisciente e moralmente perfeito" é necessariamente verdadeiro.
∴ Alguém é onipotente, onisciente e moralmente perfeito. [Utilize Ix e Ox. Essa é uma forma simplificada do argumento ontológico para a existência de Deus de Alvin Plantinga. Plantinga considera a segunda premissa como verdadeira por definição; ele vê a primeira premissa como controversa, mas razoável.]

16. Qualquer coisa pode deixar de existir.
∴ Tudo pode deixar de existir. [Utilize Dx para "x deixa de existir". Alguns veem o terceiro argumento para a existência de Deus de Aquino como exigindo essa inferência.]

11.4 Um sistema sofisticado

Nossa lógica modal quantificacional ingênua tem dois problemas. Primeiro, ela trata de forma imprecisa descrições definidas (termos da forma "o tal e tal"). Até então, traduzimos essas descrições utilizando letras minúsculas; mas isso pode causar problemas em contextos modais. Para solucionar os problemas, utilizaremos a análise de Russell de descrições definidas (Seção 9.6).

Considere como estivemos traduzindo esta sentença em português:

O número no qual eu estou pensando
é necessariamente ímpar = □On

Essa sentença é ambígua; ela pode significar duas coisas (onde "Px" significa "Eu estou pensando no número x"):

Quadrado dentro	*Quadrado fora*
(∃x)((Tx • ~(∃y)(~x=y • Ty)) • □Ox)	□(∃x)((Tx • ~(∃y)(~x=y • Ty)) • Ox)
Eu estou pensando em apenas um número, e ele possui a propriedade necessária de ser ímpar.	Isto é necessário: "Eu estou pensando em apenas um número e ele é ímpar."

A primeira forma pode ser verdadeira – se, por exemplo, o número 7 possui a propriedade necessária de ser ímpar e eu estou apenas pensando no número 7. Mas a segunda forma é definitivamente falsa, já que é possível que eu esteja pensando em nenhum número, ou em mais de um número, ou em um número par.

Portanto, nossa maneira ingênua de traduzir "o tal e tal" é ambígua. Para resolver esse problema, nosso sistema sofisticado requererá que simbolizemos "o tal e tal" utilizando a análise "existe apenas um..." de Russell – como fizemos nas caixas acima. Essa análise também bloqueia a prova de argumentos inválidos como este:

8 é o número no qual eu estou pensando.	$e=n$
É necessário que 8 seja 8.	$\Box e=e$
∴ É necessário que 8 seja o número no qual eu estou pensando.	$\therefore \Box e=n$

Isso é inválido – já que pode ser somente contingentemente verdadeiro que 8 seja o número no qual eu estou pensando. O argumento é provável em lógica modal quantificacional ingênua, já que a conclusão segue das premissas pela regra de substituição de iguais (Seção 9.2). Nosso sistema sofisticado evita o problema por requerer a análise mais longa de "o número no qual eu estou pensando". Portanto, "8 é o número no qual eu estou pensando" muda para "Eu estou pensando em apenas um número e ele é 8" – e o argumento acima se torna isto:

Eu estou pensando em apenas número e esse número é 8.	$(\exists x)((Px \bullet \sim(\exists y)(\sim x=y \bullet Py)) \bullet x=e)$
É necessário que 8 seja 8.	$\Box e=e$
∴ Isto é necessário: "Eu estou pensando em apenas um número e esse número é 8".	$\therefore \Box(\exists x)((Px \bullet \sim(\exists y)(\sim x=y \bullet Py)) \bullet x=e)$
	Inválido

Assim traduzido, o argumento se torna inválido e não passível de ser provado.

O segundo problema é que nosso sistema ingênuo assume que a mesma entidade existe em todos os mundos possíveis. Isso leva a resultados implausíveis; por exemplo, ele faz com que Gensler (e todo o resto do mundo) seja um ser logicamente necessário:

∴ Em todo mundo possível, existe um ser que é Gensler.

		[$\therefore \Box(\exists x)x=g$ **Válido ???**
*	1	ass: $\sim\Box(\exists x)x=g$
*	2	$\therefore \Diamond\sim(\exists x)x=g$ {de 1}
*	3	W $\therefore \sim(\exists x)x=g$ {de 2}
	4	W $\therefore (x)\sim x=g$ {de 3}
	5	W $\therefore \sim g=g$ {de 4} ← ???
	6	W $\therefore g=g$ {autoidentidade}
	7	$\therefore \Box(\exists x)x=g$ {de 1; 5 contradiz 6}

Mas Gensler não é um ser logicamente necessário – já que existem mundos possíveis empobrecidos sem mim. Então algo está errado aqui.

Existem duas saídas desse problema. Uma maneira é mudar como tomamos "(∃x)". A "□(∃x)x=g" passível de ser provada é falsa se tomamos "(∃x)" como significando "para algum *ser existente* x". Mas podemos tomar "(∃x)" como significando "para algum *ser possível* x"; então "□(∃x)x=g" significa a mais plausível: "Em todo mundo possível, existe um *ser possível* que é Gensler". Talvez exista um ser possível Gensler em todos os mundos; em alguns desses mundos, Gensler existe, e em outros ele não existe. Essa visão necessitaria um predicado de existência "Ex" para distinguir entre seres possíveis que existem e aqueles que não; podemos então utilizar a fórmula "(∃x) ~Ex" para dizer que existem seres possíveis que não existem.

Essa visão é paradoxal, já que ela estabelece seres que não existem. Alvin Plantinga defende a visão oposta, que ele chama de "atualismo". *Atualismo* sustenta que ser um ser e existir são a mesma coisa. Certamente poderiam ter existido outros seres diferentes desses que existem agora. Mas isso não significa que *agora* existam seres que não existem. Atualismo nega a última declaração.

Já que eu favoreço o atualismo, evitarei seres não existentes e continuarei a tomar "(∃x)" como significando "para algum ser existente". Nessa leitura, "□(∃x)x=g" significa "É necessário que exista um ser existente que é Gensler". Isso é falso, já que eu poderia não ter existido. Então devemos rejeitar alguma linha da prova acima.

A linha falha parece ser a derivação de 5 a partir de 4:

Em W, todo ser existente é distinto de Gensler.	4	W ∴ (x)~x=g
∴ Em W, Gensler é distinto de Gensler.	5	W ∴ ~g=g {de 4}

Essa inferência não deveria ser válida – a não ser que pressuponhamos a premissa adicional "W ∴ (∃x)x=g" – que Gensler é um ser existente no mundo W.

Rejeitar essa linha requer mover a uma *lógica livre* – uma que é livre das assunções que constantes individuais como "g" sempre referem-se a seres existentes. Lembre-se de nossa regra cortar universal CU da Seção 8.2:

CU	(x)Fx → Fa, use uma constante qualquer	Todo ser existente é F. ∴ a é F.

Suponha que todo ser existente é F; "a" pode não denotar um ser existente e, portanto, "a é F" pode não ser verdadeiro. Então precisamos modificar a regra para requerer à premissa que "a" denote um ser existente:

CU*	(x)Fx, (∃x)x=a → Fa, use uma constante qualquer	Todo ser existente é F. a é um ser existente. ∴ a é F.

Aqui simbolizamos "a é um ser existente" por "(∃x)x=a" ("Para algum ser existente x, x é idêntico a a"). Com essa mudança, "□ (∃x) x=a" ("Gensler é um ser necessário") não é mais passível de ser provado.

Se enfraquecemos CU, devemos fortalecer nossa regra cortar existencial CE:

CE*	(∃x)Fx → Fa, (∃x)x=a, use uma *nova* constante	Algum ser existente é F. ∴ a é F. ∴ a é um ser existente.

Quando cortamos um existencial utilizando CE*, obtemos uma declaração existencial (como "(∃x)x=a") que podemos utilizar para cortar universais com CU*. O sistema resultante pode provar quase tudo que podíamos provar antes – exceto que as provas são agora algumas linhas mais longas. O efeito principal é bloquear algumas provas; não podemos mais provar que Gensler existe em todos os mundos possíveis.

Nosso sistema lógica-livre também bloqueia a prova para esta inferência de Barcan:

Todo ser existente possui a propriedade necessária de ser F.
∴ Em todo mundo possível, todo ser existente é F.

	1	(x) □Fx
		[∴ □(x)Fx
*	2	ass: ~ □(x)Fx
*	3	∴ ◇~(x)Fx {de 2}
*	4	W ∴ ~(x)Fx {de 3}
*	5	W ∴ (∃x)~Fx {de 4}
	6	W ∴ ~Fa {de 5}
	7	W ∴ (∃x)x=a {de 5}

Inválido

	b existe, a, não Fb, ~Fa
W	a & b existem Fb, ~Fa

Nossa nova regra para cortar "(∃x)" nos diz que "a" denota um ser existente no mundo W (linha 7). Mas não sabemos se "a" denota um ser existente no mundo atual; então não podemos concluir "□Fa" de "(x) □Fx" na linha 1. Com nosso sistema ingênuo, podíamos concluir "□Fx" – e então colocar "Fa" no mundo W para contradizer a linha 6; mas agora a linha está bloqueada, e a prova falha.

Enquanto não obtemos automaticamente uma refutação, podemos inventar uma por nossa conta. Nossa refutação lista quais entidades existem em quais mundos; ela utiliza "a existe" para "(∃x)x=a". Nesse caso, "Todo ser existente possui a propriedade necessária de ser F" é

verdadeiro – já que a entidade b é o único ser existente e em todos os mundo é F. Mas "Em todo mundo possível, todo ser existente é F" é falso – já que no mundo W há um ser existente, a, que não é F.

Segue outra objeção ao argumento. Suponha que somente objetos abstratos (números, conjunto etc.) existiam e todos esses tenham a propriedade necessária de serem abstratos. Então "Todo ser existente possui a propriedade necessária de ser abstrato" seria verdadeiro. Mas "Em todo mundo possível, todo ser existente é abstrato" pode ainda ser falso – se outros mundos possíveis possuem entidades concretas.[3]

Nossa nova abordagem permite diferentes mundos possuírem diferentes entidades existentes. Gensler pode existir em um mundo, mas não em outro. Não devemos imaginar existir em diferentes mundos como algo assustador ; é somente uma maneira de falar sobre diferentes possibilidades. Eu posso não ter existido. Podemos contar estórias consistentes nas quais meus pais não se encontraram e eu nunca cheguei a existir. Se as estórias fossem verdadeiras, então eu nunca teria existido. Então eu não existo nessas estórias (embora eu possa existir em outras estórias). Existir em um mundo possível é muito parecido a existir em uma estória; um "mundo possível" é somente um análogo técnico de uma "estória consistente". "Eu existo no mundo W" significa apenas "Se o mundo W fosse atual, então eu existiria".

Podemos também permitir mundos possíveis sem nenhuma entidade. Em tais mundos, todas as fbfs iniciando com quantificadores existenciais são falsas e todas iniciando com quantificadores universais são verdadeiras.

Devemos permitir isto como um mundo possível quando fazemos nossas refutações?

W | a não existe, Fa |

Parece incoerente declarar que "a possui propriedade F" é verdadeiro enquanto a não existe. Parece que apenas seres existentes possuem propriedades positivas; em uma estória consistente onde Gensler não existe, Gensler não poderia ser um lógico ou um mochileiro. Portanto, se "a existe" não é verdadeiro em um mundo possível, então "a possui a propriedade F" também não é verdadeiro nesse mundo. Podemos colocar essa ideia em um regra de inferência PE* (para "propriedade existencial"):

[3] Ou suponha que Deus não criou nada e que todos os seres não criados têm a propriedade necessária de ser não criado. Então "Todo ser existente tem a propriedade necessária de ser não criado" seria verdadeira. Mas "Em todo mundo possível, todo ser existente é não criado" poderia ainda ser falsa – desde que pudessem ter existido mundos possíveis com seres criados.

PE*	$Fa \rightarrow (\exists x)x=a$	a possui a propriedade F. ∴ a é um ser existente.

Regra PE* vale indiferentemente de que constante substitui "a," que variável substitui "x" e que fbf contendo apenas uma letra maiúscula e "a" e talvez outra letra minúscula (mas nada mais) substitui "Fa". Por PE*, "Descartes pensa" implica "Descartes existe". Inversamente, a falsidade de "Descartes existe" implica a falsidade de "Descartes pensa". A regra PE* expressa que é uma verdade necessária que somente objetos existentes possuem propriedades. Plantinga chama essa visão "atualismo sério"; atualistas que rejeitam PE* são considerados frívolos.

O primeiro exemplo abaixo não é uma instância correta de PE* (já que a fbf substituída por "Fa" em PE* não pode conter "~"), mas a segunda é:

~~Fa~~	~~a não é F~~
~~∴ $(\exists x)x=a$~~	~~∴ a existe~~

Fa	a é F
∴ $(\exists x)x=a$	∴ a existe

Esse ponto é confuso, pois "a não é F" em português pode ter dois sentidos diferentes. "Descartes não pensa" pode significar qualquer uma destas:

Descartes é um ser existente que não pensa	=	$(\exists x)(x=d \cdot \sim Td)$
É falso que Descartes seja um ser existente que pensa	=	$\sim(\exists x)(x=d \cdot Td)$

A primeira forma é *de re* (sobre a coisa); ela afirma a propriedade da entidade Descartes de ser um não-pensador. Tomado dessa maneira, "Descartes não pensa" implica "Descartes existe". A segunda forma é *de dicto* (sobre o dito); ela nega o enunciado "Descartes pensa" (que pode ser falso ou porque Descartes é uma entidade não-pensante ou porque Descartes não existe). Tomando essa segunda maneira, "Descartes não pensa" implica "Descartes existe".

Alguém pode fazer uma objeção a PE* baseado na alegação de que Papai Noel possui propriedades (tais como ser gordo), mas não existe. Mas várias estórias atribuem propriedades conflitantes a Noel; elas diferem, por exemplo, em que dia ele entrega os presentes. Noel tem propriedades contraditórias? Ou há uma única estória sobre Noel "verdadeira"? O que isso significaria? Quando dizemos "Noel é gordo", queremos dizer que, em tal e tal estória (ou mundo possível), existe um ser chamado Noel que é gordo. Não deveríamos pensar em Noel como

um ser não existente em nosso mundo real que possui propriedades tais como ser gordo. Mais precisamente, o que existe em nosso mundo real são estórias sobre a existência de alguém com certas propriedades – e crianças que podem acreditar nessas estórias. Então Papai Noel não precisaria nos fazer desistir de PE*.

F é uma propriedade necessária de a	=	$\Box$Fa
	=	Em todo mundo possível, a é F.

Aceitemos que Sócrates possui propriedades somente em mundos nos quais ele existe – e que há mundos nos quais ele não existe. Então existem mundos nos quais Sócrates não possui propriedades – e, portanto, não existem quaisquer propriedades que Sócrates possua em todos os mundos. Por nossa definição, Sócrates não teria propriedades necessárias.

Sócrates ainda pode possuir alguma *combinação* de propriedades necessárias. Talvez seja verdadeiro em todos os mundos que, se Sócrates existe, então Sócrates é uma pessoa. Isso sugere uma definição mais vaga de "propriedade necessária":

F é uma propriedade necessária de a	=	$\Box((\exists x)x=a \supset Fa)$
	=	Em todo mundo possível no qual a existe, a é F.

Essa definição reflete mais claramente o que os filósofos querem dizer quando eles falam de "propriedades necessárias". Ela também nos permite declarar que Sócrates possui a propriedade necessária de ser uma pessoa. Isso significaria que Sócrates é uma pessoa em todo mundo possível no qual ele existe; de maneira equivalente, em nenhum mundo possível Sócrates existe como algo diferente de uma pessoa. Aqui uma definição análoga de "propriedade contingente":

F é uma propriedade contingente de a	=	$(Fa \bullet \Diamond((\exists x)x=a \bullet {\sim}Fa))$
	=	a é F, mas em algum mundo possível no qual a existe, a não é F.

Esses refinamentos superam problemas, mas tornam nosso sistema muito mais difícil de ser utilizado. Raramente precisamos dos refinamentos. Então manteremos o sistema ingênuo das seções prévias como nosso "sistema oficial" e construiremos sobre ele os próximos capítulos. Mas estaremos conscientes de que esse sistema é simplificado em diversas maneiras. Se e quando o sistema fornecer resultados questionáveis, podemos apelar ao sistema sofisticado para clarear as coisas.

Capítulo 12

LÓGICA DEÔNTICA E IMPERATIVA

A **Lógica imperativa** estuda argumentos com imperativos, como "Não faça isso". A **Lógica deôntica** estuda argumentos cuja validade depende de "obrigação", "permissão" e noções similares. Veremos primeiramente a lógica imperativa e posteriormente construiremos lógica deôntica sobre ela.[1]

12.1 Traduções imperativas

A Lógica imperativa constrói-se sobre sistemas previamente apresentados e acrescentando-se duas maneiras de formar fbfs:

1. Qualquer letra sublinhada é uma fbf.
2. O resultado de escrever uma letra maiúscula e depois uma ou mais letras minúsculas, uma das quais sublinhada, é uma fbf.

Sublinhar torna indicativos em imperativos:

Indicativo (Você está fazendo A.)
A
Au

Imperativo (Faça A.)
$\underline{A}$
$A\underline{u}$

A seguir outras traduções:

[1] Seguiremos principalmente a abordagem de Hector-Neri Castañeda. Veja seu "Imperative reasoning", *Philosophy and Phenomenological Research* 21 (1960), páginas 21-49; "Outline of a theory on the general logic structure of the language of action", *Theoria* 26 (1960), páginas 151-182; "Actions, imperatives, and obligations," *Proceedings of the Aristotelian Society* 68 (1967-1968), páginas 25-48; e "On the semantics of the ought-to-do", *Syinthese* 21 (1970); páginas 448-468.

Não faça A = $\sim\underline{A}$
Faça A e B = $(\underline{A} \bullet \underline{B})$
Faça A ou B = $(\underline{A} \vee \underline{B})$
Não faça ou A ou B = $\sim(\underline{A} \vee \underline{B})$

Não faça ambos A e B
Não combine fazer A com fazer B = $\sim(\underline{A} \bullet \underline{B})$

Não combine fazer A com não fazer B
Não faça A sem fazer B = $\sim(\underline{A} \bullet \sim\underline{B})$

Sublinhe partes imperativas, mas não partes factuais:

Você está fazendo A e você está fazendo B = $(A \bullet B)$
Você está fazendo A, mas faça B = $(A \bullet \underline{B})$
Faça A e B = $(\underline{A} \bullet \underline{B})$

Se você está fazendo A, então você está fazendo B = $(A \supset B)$
Se você (de fato) está fazendo A, então faça B = $(A \supset \underline{B})$
Faça A, somente se você (de fato) estiver fazendo B = $(\underline{A} \supset B)$

Já que em português não se coloca um imperativo depois de "se", não podemos ler "$(\underline{A} \supset B)$" como "Se fizer A, então você está fazendo B". Mas podemos ler isso como o equivalente "Faça A, se e somente se você estiver fazendo B". Isso significa o mesmo que "$(\sim B \supset \sim\underline{A})$": "Se você não estiver fazendo B, então não faça A".

Existe uma diferença sutil entre essas duas:

Se você (de fato) está fazendo A, então não faça B = $(A \supset \sim\underline{B})$
Não combine fazer A com fazer B = $\sim(\underline{A} \bullet \underline{B})$

"A" está sublinhado na segunda, mas não na primeira; caso contrário, as duas fbfs seriam equivalentes. O se-então "$(A \supset \sim\underline{B})$" diz que, se A é feito, então você não deveria fazer B. Mas o não-combine "$\sim(\underline{A} \bullet \underline{B})$" simplesmente proíbe uma combinação: fazer A e B juntos. Se você está fazendo A, não segue que você não está fazendo B; pode ser melhor fazer B e parar de fazer A. Veremos mais sobre essa distinção mais adiante.

Os seguintes exemplos sublinham a letra para o agente:

X, faça (ou seja) A = $A\underline{x}$
X, faça A a Y = $A\underline{x}y$

Estes utilizam quantificadores:

Todo mundo faz A = $(x)Ax$
Que todo mundo faça A = $(x)A\underline{x}$

Que todo mundo que (de fato) está fazendo A faça B = $(x)(Ax \supset B\underline{x})$

Que alguém que (de fato) está fazendo A faça B = $(\exists x)(Ax \cdot B\underline{x})$
Que alguém faça ambos A e B = $(\exists x)(A\underline{x} \cdot B\underline{x})$

Note quais letras estão sublinhadas.

12.1a Exercício – também LogiCola L (IM & IT)

Traduza estas sentenças em português em fbfs.

Se o chocolate quente está prestes a ferver, remova-o do fogo.	$(F \supset \underline{R})$

Nossa sentença também pode ser traduzida como "$(F \supset R\underline{u})$" ou "$(Fc \supset R\underline{u}c)$".

1. Vá embora ou cale-se. [Utilize V e C.]
2. Se você não for embora, então cale-se.
3. Faça A, somente se você quizer fazer A. [Utilize A e Q.]
4. Faça A, somente se você quizer fazer A. [Dessa vez utilize Au e Wu.]
5. Não combine acelerar com brecar.
6. Se voce acelerar, então não breque.
7. Se você brecar, então não acelere.
8. Se você acredita que você é obrigado a fazer A, então faça A. [Utilize A para "Você faz A" e B para "Você acredita que você é obrigado a fazer A".]
9. Não combine acreditar que você é obrigado a fazer A com não fazer A.
10. Se todo mundo faz A, então faça A você mesmo.
11. Se você tem uma dor de cabeça, então tome uma aspirina. [Cx, Ax e v]
12. Que todo mundo que tem dor de cabeça tome uma aspirina.
13. Gensler, roube Jones. [Rxy, g, j]
14. Se Jones te bater, então bata nele. [Bxy, j, v]
15. Se você acredita que A é errado, então não faça A. [Utilize A para "Você faz A" e B para "Você acredita que A é errado."]
16. Se você faz A, então não acredite que A é errado.
17. Não combine acreditar que A é errado com fazer A.
18. Quisera que alguém estivesse doente e também bem. [Dx, Bx]

19. Quisera que alguém que está doente esteja bem.
20. Quisera que alguém que está bem esteja doente.

12.2 Provas imperativas

Provas imperativas funcionam de maneira similar a provas indicativas e não requerem nenhuma regra de inferência nova. Mas devemos tratar "A" e "A̲" como fbfs diferentes. "A" e "~A̲" não são contraditórias; é consistente dizer "Você está agora fazendo, mas não faça".

Aqui um argumento imperativo que segue uma regra de inferência I:

Se você estiver acelerando, então não breque.	$(A \supset {\sim}\underline{B})$	**Válido**
Você está acelerando.	A	
∴ Não breque.	∴ $\sim\underline{B}$	

Enquanto isso parece intuitivamente válido, existe um problema em chamá-lo de "válido," já que definimos "válido" utilizando "verdadeiro" e "falso" (Seção 1.2):

> Um argumento é *válido* se fosse contraditório ter todas as premissas *verdadeiras* e a conclusão *falsa*.

"Não breque" e outros imperativos não são verdadeiros ou falsos. Então como pode a distinção válido/inválido aplicar a argumentos imperativos?

Precisamos de uma definição mais ampla de "válido" que se aplique igualmente a argumentos imperativos e indicativos. Esta (que evita "verdadeiro" e "falso") faz o trabalho:

> Um argumento é *válido* se a conjunção de suas premissas com a contradição de sua conclusão for inconsistente.

Dizer que nosso argumento é *válido* significa que esta combinação é inconsistente:

"Se você estiver acelerando, então não breque; você está acelerando; breque."

A combinação *é* inconsistente. Portanto, nosso argumento é *válido* nesse novo sentido.[2]

[2] Poderíamos de modo equivalente definir um *argumento válido* como um no qual todo conjunto de imperativos e indicativos que seja consistente com as premissas também seja consistente com a conclusão.

Este próximo argumento é como o primeiro, exceto que ele utiliza uma premissa *não-combine*, o que o torna inválido:

Não combine acelerar com brecar.	$\sim(\underline{A} \bullet \underline{B})$ Inválido
Voce está acelerando.	A
∴ Não breque.	$\therefore \sim\underline{B}$

A primeira premissa nos proíbe acelerar e brecar ao mesmo tempo. Suponha que estejamos acelerando. Não segue que não deveríamos brecar; talvez, para evitar colidir com um carro, devamos brecar e parar de acelerar. Então o argumento é inválido. É consistente casar as premissas com a contraditória da conclusão:

Não combine acelerar com brecar – nunca faça ambos juntos; você de fato está acelerando agora; mas você baterá o carro a não ser que você diminua; então pare de acelerar agora – e breque imediatamente.

Aqui faz sentido aprovar as premissas enquanto também acrescentar a negação da conclusão ("Breque").

Trabalharíamos o argumento simbólico dessa maneira (sendo cuidadosos para tratar "A" e "$\underline{A}$" como fbfs diferentes, quase como se elas fossem letras diferentes):

*	1	$\sim(\underline{A}^0 \bullet \underline{B}^1) = 1$	**Inválido**	*Em nossa refutação:*
	2	$A^1 = 1$	A, $\sim\underline{A}$, $\underline{B}$	A = 1
		[$\therefore \sim\underline{B}^1 = 0$		$\underline{A} = 0$
	3	ass: $\underline{B}$		$\underline{B} = 1$
	4	$\therefore \sim\underline{A}$ {de 1 e 3}		

Rapidamente obtemos uma refutação – um conjunto de atribuições de 1 e 0 a letras que fazem das premissas 1, mas conclusão 0. Nossa refutação diz isto:

Você está acelerando; não acelere; ao invés, breque.

Mas existe um problema aqui. Nossa refutação atribui *falso* ao imperativo "Acelere" – embora imperativos não sejam verdadeiros ou falsos. Então o que significa "$\underline{A}$=0"?

Podemos ler genericamente "1" como "correto" e "0" como "incorreto". Aplicado a indicativos, isso significa "verdadeiro" ou "falso". Aplicados a imperativos, esses significam que a ação prescrita é "correta" ou "incorreta", relativa a algum padrão que divide ações prescritas pelas letras imperativas em ações *corretas* e *incorretas*. O padrão pode ser de diferentes tipos, baseado em coisas como moralidade, lei ou objetivos de segurança no trânsito; geralmente não vamos especificar o padrão.

Suponha que tenhamos um argumento lógico proposicional com letras imperativas adicionadas. O argumento é *válido* se e somente se, relativamente a toda atribuição de "1" ou "0" a letras indicativas e imperativas, se as premissas são "1", então também o é a conclusão. De maneira equivalente, o argumento é *válido* se e somente se, relativamente a quaisquer fatos possíveis e quaisquer padrões para ações corretas, todas as premissas são corretas então a conclusão também o é.

Então nossa refutação equivale a isto – onde imaginamos alguns fatos sendo verdadeiros/falsos e certas ações sendo corretas/incorretas:

A = 1	"Você está acelerando" é verdadeira.
$\underline{A}$ = 0	Acelerar é incorreto.
$\underline{B}$ = 1	Brecar é incorreto.

Nosso argumento pode ter todas as premissas corretas, mas não a conclusão.

Compare os dois argumentos imperativos que consideramos:

Se você está acelerando, então não breque.	$(A \supset \sim\underline{B})$	**Válido**
Você está acelerando.	A	
∴ Não breque.	∴ $\sim\underline{B}$	
Não combine acelerar com brecar.	$\sim(\underline{A} \bullet \underline{B})$	**Inválido**
Você está acelerando.	A	
∴ Não breque.	∴ $\sim\underline{B}$	

Ambos os argumentos são o mesmo, exceto que o primeiro utiliza um se-então "$(A \supset \sim\underline{B})$", enquanto o segundo utiliza um não-combine "$\sim(\underline{A} \bullet \underline{B})$". Já que um argumento é válido e o outro não, as duas fbfs não são equivalentes.

Considere as três formas seguintes:

$(A \supset \sim\underline{B})$	=	Se você estiver acelerando, então não breque.
$(B \supset \sim\underline{A})$	=	Se você estiver brecando, então não acelere.
$\sim(\underline{A} \bullet \underline{B})$	=	Não combine acelerar com brecar.

As primeiras duas misturam indicativos e imperativos; elas dizem a você exatamente o que fazer sob uma condição específica. A última é uma imperativa pura da forma não-combine; ela diz somente a você que você deve evitar uma certa combinação de ações: ela diz a você que não se deve fazer duas coisas juntas.

Imagine que você se encontra acelerando e brecando (fazendo "A" e "B" ambas verdadeiras) – portanto, desgastando seus freios e gastando energia. Então você viola todos os três imperativos. Mas os três diferem

em o que fazer em seguida. A segunda diz a você para não acelerar. Mas a terceira deixa em aberto se você deveria parar de acelerar ou parar de brecar. Talvez você precise brecar (e parar de acelerar) para evitar colidir com outro carro; ou talvez você precise acelerar (e parar de brecar) para ultrapassar outro carro. A forma não-combine não diz a uma pessoa nessa combinação proibida exatamente o que fazer.

Essa distinção se-então/não-combine é essencial para consistência de imperativos. Considere estas três formas (utilizando A para "Você faz A" e B para "Você acredita que A é errado"):

$(A \supset \sim \underline{B})$	=	Se você faz A, então não acredite que A é errado.
$(B \supset \sim \underline{A})$	=	Se você acredita que é errado, então não faça A.
$\sim(\underline{B} \cdot \underline{A})$	=	Não combine acreditar que A é errado com fazer A.

Imagine que você acredita que A é errado e ainda você faz A. Então você viola todos os três imperativos; mas os três diferem em o que fazer em seguida. O primeiro diz a você para parar de acreditar que A é errado; a segunda diz a você para parar de fazer A. Qual desses é o melhor conselho depende da situação. Talvez sua crença na incorreção de A seja correta e bem fundamentada, e você precisa parar de fazer A; então a primeira forma é falha, já que ela diz a você para mudar sua crença. Ou talvez sua ação seja boa, mas sua crença é falha (talvez você trate pessoas de pele escura de maneira justa, mas acredite que isso seja errado); então a segunda forma é falha, já que ela diz a você para mudar sua ação. Portanto, as duas formas se-então podem dar maus conselhos.

A terceira forma é um imperativo não-combine proibindo esta combinação:

acreditar que A é errado	+	fazer A

Essa combinação sempre possui um elemento falho. Se sua crença é correta, então sua ação é falha; se sua ação é correta, então sua crença é falha. Se sua crença de que A é errado e ainda faz A, então sua crença discorda com sua ação. Como devemos recuperar a consistência? Vimos que isso depende da situação; às vezes é melhor mudar nossa crença e às vezes é melhor mudar nossa ação. A forma não-combine proíbe uma inconsistência, mas ela não diz à pessoa nessa combinação proibitiva o que fazer.

Segue um par análogo:

$(B \supset \underline{A})$ = Se você acredita que você é obrigado a fazer A, então faça A.

$\sim(\underline{B} \bullet \sim\underline{A})$ = Não combine acreditar que você é obrigado a fazer A com não fazer A.

"Siga sua consciência" é frequentemente visto como equivalente à primeira forma; mas essa forma pode dizer a você para fazer coisas más quando você possui crenças falhas (veja exemplo 5 da Seção 12.2b). A forma não-combine é melhor; ela simplesmente proíbe uma combinação ação-crença inconsistente. Se sua crença conflita com suas ações, você tem que mudar uma ou outra; uma das duas pode ser falha.

Antes de terminar essa seção, deixe-me apontar problemas em duas maneiras alternativas de compreender lógica imperativa. Considere este argumento:

Se você obtiver 100 por cento, então celebre.	$(O \supset \underline{C})$	Inválido
Obtenha 100 por cento.	$\underline{O}$	
∴ Celebre.	$\therefore \underline{C}$	$\underline{O}, \sim O, \sim\underline{C}$

Isso é intuitivamente válido. Não celebre ainda – talvez você reprove. Para derivar a conclusão, precisamos não de uma segunda premissa imperativa, mas de uma factual dizendo que você *de fato* obteve 100 por cento.

Duas maneiras propostas de compreender lógica imperativa julgariam erroneamente esse argumento como válido. A *visão de obediência* diz que um argumento imperativo é válido apenas se fazer o que as premissas necessariamente prescrevem envolve fazer o que a conclusão prescreve. Isso é satisfeito no caso presente; se você fizer o que ambas as premissas dizem, você obterá 100 por cento e celebrará. Então a visão de obediência diz que nosso argumento é válido. Então a visão de obediência é errada.

A *visão de ameaça* analisa o imperativo "Faça A" como "ou você fará A ou S acontecerá" – onde sancionar "S" é alguma coisa má não especificada. Então "$\underline{A}$" é tomado como significando "(A v S)". Mas se substituirmos "$\underline{C}$" por "(C v S)" e "$\underline{G}$" por "(G v S)", então nosso argumento se torna válido. Então a visão de ameaça diz que nosso argumento é válido. Então a visão de ameaça é errada.

12.2a Exercício – também LogiCola MI

Diga se o argumento é válido (e dê uma prova) ou inválido (e dê uma refutação).

$(A \supset \sim\underline{B})$
$(\sim A \supset \sim\underline{C})$
$\therefore \sim(\underline{B} \bullet \underline{C})$

*	1	$(A \supset \sim\underline{B})$	**Válido**
*	2	$(\sim A \supset \sim\underline{C})$	
		$[\therefore \sim(\underline{B} \bullet \underline{C})$	
*	3	ass: $(\underline{B} \bullet \underline{C})$	
	4	$\therefore \underline{B}$ {de 3}	
	5	$\therefore \underline{C}$ {de 3}	
	6	$\therefore \sim A$ {de 1 e 4}	
	7	$\therefore A$ {de 2 e 5}	
	8	$\therefore \sim(\underline{B} \bullet \underline{C})$ {de 3; 6 contradiz 7}	

1. $\sim\underline{A}$
   $\therefore \sim(\underline{A} \bullet \underline{B})$

2. $\sim(\underline{A} \bullet \sim\underline{B})$
   $\therefore (A \supset \underline{B})$

3. $(A \supset \underline{B})$
   $\therefore (\sim B \supset \sim\underline{A})$

4. $(A \supset \underline{B})$
   $\therefore \sim(\underline{A} \bullet \sim\underline{B})$

5. $\sim\Diamond(\underline{A} \bullet \underline{B})$
   $\sim(\underline{C} \bullet \sim\underline{A})$
   $\therefore \sim(\underline{C} \bullet \underline{B})$

6. $(x)(Fx \supset G\underline{x})$
   $F\underline{a}$
   $\therefore G\underline{a}$

7. $(x)\sim(F\underline{x} \bullet G\underline{x})$
   $(x)(Hx \supset F\underline{x})$
   $\therefore (x)(G\underline{x} \supset \sim Hx)$

8. $(x)(Fx \supset G\underline{x})$
   $(x)(Gx \supset H\underline{x})$
   $\therefore (x)(Fx \supset H\underline{x})$

9. $(\sim\underline{A} \vee \sim\underline{B})$
   $\therefore \sim(\underline{A} \bullet \underline{B})$

10. $\sim(\underline{A} \bullet \sim\underline{B})$
    $\therefore (\sim\underline{A} \vee \underline{B})$

12.2b Exercício – também LogiCola MI

Primeiro apreenda intuitivamente. Depois traduza em lógica (utilizando as letras dadas) e diga se é válido (e dê uma prova) ou inválido (e dê uma refutação).

1. Faça frango para o jantar ou faça beringela para o jantar.
   Peter é vegetariano.
   Se Peter é vegetariano, então não faça frango para o jantar.
   ∴ Faça beringela para o jantar. [Utilize F, B e V. De Peter Singer.]

2. Não coma bolo.
   Se você não come bolo, então dê a si mesmo uma estrela de ouro.
   ∴ Dê a si mesmo uma estrela de ouro. [Utilize B e E.]

3. Se isto é comida gordurosa, então não coma.
   Isto é comida gordurosa.
   ∴ Não coma isto. [Utilize G e C. De Aristóteles, exceto que ele viu a conclusão de um argumento imperativo como uma ação: já que

você aceita as premissas, você não come a coisa. Prefiro dizer que se você aceita essas premissa e isso é consistente, então você não comerá a coisa.]

4. Não dirija e contemple a paisagem.
   Dirija.
   ∴ Não contemple a paisagem. [D, C]

5. Se você acredita que você é obrigado a cometer assassinato em massa, então você comete assassinato em massa.
   Você acredita que é obrigado a cometer assassinato em massa.
   ∴ Cometa assassinato em massa. [Utilize A e C. Suponha que tomemos "Siga sua consciência" como significando "Se você acredita que você é obrigado a fazer A, então faça A". Então esse princípio pode nos dizer para fazer coisas más. A forma não-combine correspondente também nos diz para fazer coisas más? Veja o próximo capítulo.]

6. Não combine acreditar que você é obrigado a cometer assassinato em massa com não cometer assassinato em massa.
   Você acredita que você é obrigado a cometer assassinato em massa.
   ∴ Cometa assassinato em massa. [A, C]

7. Não combine ter este fim com não tomar este meio.
   Não tome este meio.
   ∴ Não tenha este fim. [F, M]

8. Minta para seu amigo somente se você quiser que as pessoas mintam para você sob as mesmas circunstâncias.
   Você não quer que as pessoas mintam para você sob as mesmas circunstâncias.
   ∴ Não minta para seu amigo. [Utilize M e Q. Premissa é baseada em uma versão simplificada da fórmula de lei uniersal de Immanuel Kant; veremos uma versão mais sofisticada no Capítulo 14.]

9. Estudar é preciso para se tornar um professor.
   "Tornar-se um professor" implica "Faça o que é preciso para se tornar um professor".
   "Faça o que é preciso para se tornar um professor" implica "Se estudar é preciso para se tornar um professor, então estude".
   ∴ Ou estude ou não se torne um professor. [Utilize P para "Estudar é preciso para se tornar um professor", T para "Você se torna um professor", F para "Você faz o que é preciso para se tornar um professor" e E para "Você estuda". Esse exemplo mostra que podemos

deduzir imperativos que versam sobre meios-fins complexos de premissas puramente descritivas.]

10. Winn Dixie é o maior merceeiro em Big Pine Key.
∴ Ou vá para Winn Dixie ou não vá no maior merceeiro em Big Pine Key. [w, m, Mxy, v]

11. Beba algo que esteja disponível.
As únicas coisas disponíveis são suco e refrigerante.
∴ Beba algum suco ou refrigerante. [Bxy, v, Dx, Sx, Rx]

12. Se o chocolate quente estiver prestes a ferver, remova-o do fogo.
Se o chocolate quente estiver vaporizando, ele está prestes a ferver.
∴ Se o chocolate quente estiver vaporizando, remova-o do fogo. [F, R, S]

13. Não troque de marcha.
Não combine trocar de marcha com pedalar. [T, P]

14. Se ele estiver nas ruas, porte sua arma.
Não porte sua arma.
∴ Ele não está nas ruas. [Utilize R e A. O argumento imperativo, de Hector Castañeda, tem uma conclusão factual; chamá-lo de "válido" significa que é inconsistente casar as premissas com a negação da conclusão.]

15. Se você cursar lógica, então você cometerá erros lógicos.
Curse lógica.
∴ Cometa erros lógicos. [C, E]

16. Pegue uma soda.
Se você pegar uma soda, então pague um dólar.
∴ Pague um dólar. [P, P']

17. ∴ Ou faça A ou não faça A. [Essa tautologia imperativa vaga é análoga à verdade lógica "Você está fazendo A ou você não está fazendo A".]

18. Não combine acreditar que é errado com fazer A.
∴ Ou você não acredita que A é errado, ou não faça A. [A, A']

19. Poste esta carta.
∴ Poste esta carta ou queime-a. [Utilize P e Q. Esse foi utilizado para tentar discreditar lógica imperativa. O argumento é válido, já que isto é inconsistente: "Poste esta carta; não poste esta carta ou queime-a". Note que "Poste esta carta ou queime-a" não implica "Você deve

queimá-la"; é consistente seguir "Poste esta carta ou queime-a" com "Não queime-a".]

20. Que cada titular que for honesto seja empossado.
∴ Que cada titular que não for empossado não seja honesto. [Utilize Hx, Ex e o universo de discurso dos titulares.]

12.3 Traduções deônticas

A lógica deôntica acrescenta dois operadores: "O" (para "obrigatório") e "R" (para "certo" ou "permissível"); esses operadores ligam imperativos para formar fbfs deônticas:

$O\underline{A}$ = É obrigatório que A.	$R\underline{A}$ = É permissível que A.
$OA\underline{x}$ = X deve fazer A.	$RA\underline{x}$ = Está tudo certo em x fazer A.
$OA\underline{x}y$ = X deve fazer A a Y.	$RA\underline{x}y$ = Está tudo certo em x fazer A a Y.

"O"/"□" (necessidade moral/lógica) são de algum modo análogas, assim como o são "R"/"◇".

O sentido pretendido de "dever" aqui é, considerando-todas-as-coisas, sentido normativo que com frequência utilizamos ao discutir questões morais. Esse sentido de "dever" difere de pelo menos dois outros sentidos que podem seguir diferentes padrões lógicos:

- Sentidos *prima facie* de "dever" (que fornece uma consideração moral que pode ser substituída em um dado contexto): "na medida em que eu prometi ir com você ao cinema, eu devo fazer isso [obrigação *prima facie*]; mas na medida em que minha esposa precisa que eu a leve ao hospital, eu devo fazer isso ao invés de ir com você ao cinema [obrigação *prima facie*]. Já que meu dever com minha esposa é mais urgente, em última análise eu devo levar minha esposa ao hospital [dever todas-as-coisas-consideradas]".
- Sentidos descritivos de "dever" (que estabelecem o que é requerido por regras de convenção social, mas não necessita expressar a própria avaliação positiva ou negativa de alguém): "Você deve [por regulações da empresa] vestir uma gravata no escritório".

Preocupar-me-ei com conexões lógicas entre juízos de obrigação, onde "obrigatório" é tomado nesse sentido normativo considerando-todas-as-coisas.[3] Em geral evitarei questões de metaética, por exemplo

[3] Eu também tomo imperativos em um sentido considerando-todas-as-coisas (não *prima facie*). Portanto, eu não tomo "Faça A" como significando "*Ceteris paribus*, faça A".

sobre como analisar "dever" mais profundamente, se juízos morais são objetivamente verdadeiros ou falsos, e como justificar princípios éticos.[4] Enquanto minhas explicações às vezes assumem que juízos de obrigação são verdadeiros ou falsos, o que eu digo pode ser refraseado para evitar essa assunção.

A seguir outras traduções:

Ato A é obrigatório (exigido, um dever)	=	$O\underline{A}$
Ato A é certo (correto, permissível, OK)	=	$R\underline{A}$

Ato A é errado	$= \sim R\underline{A}$	Ato A não é certo.
	$= O\sim\underline{A}$	Ato A obrigatoriamente não deve ser feito.

Deve ser que A e B	=	$O(\underline{A} \bullet \underline{B})$
É certo que A ou B	=	$R(\underline{A} \vee \underline{B})$

Se você faz A, então você não deve fazer B	=	$(A \supset O\sim\underline{B})$
Você não deve combinar fazer A com fazer B	=	$O\sim(\underline{A} \bullet \underline{B})$

Os dois últimos são formas se-então e não-combine deônticas. Seguem traduções utilizando quantificadores:

É obrigatório que todos façam A	=	$O(x)A\underline{x}$
Não é obrigatório que todos façam A	=	$\sim O(x)A\underline{x}$
É obrigatório que não todos façam A	=	$O\sim(x)A\underline{x}$
É obrigatório que todos se privem de fazer A	=	$O(x)\sim A\underline{x}$

Os dois exemplos seguintes são significativamente importantes:

É obrigatório que alguém responda o telefone	=	$O(\exists x)A\underline{x}$
Existe alguém que tem a obrigação de atender o telefone	=	$(\exists x)OA\underline{x}$

A primeira pode ser verdadeira, enquanto a segunda for falsa; pode ser obrigatório (no grupo) que alguém ou outra pessoa no escritório atenda o telefone – enquanto ainda nenhuma pessoa específica tenha a obrigação de atendê-lo. Para prevenir a mentalidade "Deixe outra pessoa fazê-lo" em tais casos, às vezes precisamos atribuir tarefas.

[4] Para uma discussão sobre essas questões, veja meu *Ethics: A Contemporary Introduction*, 2ª ed. (New York: Routledge, 2011).

Compare estas três:

É obrigatório que alguém que mate se arrependa	=	$O(\exists x)(Mx \bullet A\underline{x})$
É obrigatório que alguém mate quem se arrependa	=	$O(\exists x)(M\underline{x} \bullet Ax)$
É obrigatório que alguém mate e se arrependa	=	$O(\exists x)(M\underline{x} \bullet A\underline{x})$

Essas três são significativamente diferentes; sublinhar as fbfs mostra quais partes são obrigatórias: arrepender-se, matar, ou matar-e-arrepender-se. Se somente agregássemos "O" a indicativos, nossas fórmulas não poderiam distinguir as formas; todas as três seriam traduzidas como "$O(\exists x)(Mx \bullet Ax)$". Devido a tais exemplos, precisamos agregar "O" a fbfs imperativas, não a fbfs indicativas.[5]

Fbfs em lógica deôntica são amplamente divididas em fbfs *descritivas, imperativas,* e *deônticas.* Segue um exemplo de cada:

Descritiva	*Imperativa*	*Deôntica (normativa)*	
Você está fazendo A.	Faça A.	Você deve fazer A.	É certo para você fazer A.
A	$\underline{A}$	$O\underline{A}$	$R\underline{A}$
Au	$A\underline{u}$	$OA\underline{u}$	$RA\underline{u}$

O tipo de fbf pode fazer diferença; por exemplo, "O" e "R" devem ser agregados a fbfs *imperativas.* Então agora daremos regras para distinguir os três tipos de fbf:

1. Qualquer letra maiúscula não sublinhada não seguida imediatamente por uma letra minúscula é uma fbf *descritiva.* Qualquer letra maiúscula sublinhada não seguida imediatamente por uma letra minúscula é uma fbf imperativa.
2. O resultado de escrever uma letra maiúscula não sublinhada e depois uma ou mais letras minúsculas, nenhuma das quais sublinhadas, é uma fbf *descritiva.* O resultado de escrever uma letra maiúscula não sublinhada e então uma ou mais letras minúsculas, uma das quais estando sublinhada, é uma fbf imperativa.
3. O resultado de prefixar qualquer fbf com "~" é uma fbf e é *descritiva, imperativa,* ou *deôntica,* dependendo do que a fbf original era.
4. O resultado de juntar quaisquer duas fbfs por "•" ou "v" ou "⊃" ou "≡" e colocar o resultado entre parênteses é uma fbf. A fbf resultante

[5] Não podemos distinguir as três como "$(\exists x)(Kx \bullet ORx)$," "$(\exists x)(OKx \bullet Rx)$", e "$(\exists x) O(Kx \bullet Rx)$" – já que colocar "$(\exists x)$" fora do "O" muda o significado. Veja o parágrafo anterior.

é *descritiva* se ambas as fbfs originais eram descritivas; é *imperativa* se pelo menos uma fosse imperativa; é *deôntica* se ambas fossem deônticas ou se uma fosse deôntica e a outra descritiva.

5. O resultado de escrever um quantificador e depois uma fbf é uma fbf – e é *descritiva, imperativa,* ou *deôntica*, dependendo do que era a fbf original;
6. O resultado de escrever uma letra minúscula e depois "=" e então uma letra minúscula é uma fbf *descritiva.*
7. O resultado de escrever "◇" ou "□" e, depois uma fbf, é uma fbf *descritiva.*
8. O resultado de escrever "O" ou "R" e, depois uma fbf imperativa, é uma fbf *deôntica.*

12.3a Exercício – também LogiCola L (DM & DT)

Traduza estas sentenças em inglês em fbfs.

"Você deve fazer A" implica "É possível que você faça A".	□ (O$\underline{A}$ ⊃ ◇A)

Aqui "◇A" não utiliza sublinhado, "◇A" significa "É possível que você faça A" – equanto "◇$\underline{A}$" significa "O imperativo 'Faça A' é logicamente consistente". Nosso exemplo pode também ser traduzido como "□(OA$\underline{u}$ ⊃◇Au)".

1. Se você estiver acelerando, então você não deve brecar. [Utilize A e B.]
2. Você não deve combinar acelerar com brecar.
3. Se A é errado, então não faça A.
4. Faça A, somente se A for permissível.
5. "Faça A" implica "A é permissível".
6. Ato A é moralmente indiferente (moralmente opcional).
7. Se A é permissível e B é permissível, então A-e-B são permissíveis.
8. Não é seu dever fazer A, mas é o seu dever não fazer A.
9. Se você acredita que você deve fazer A, então você deve fazer A. [Utiliza A para "Você acredita que você deve fazer A" e A' para "Você faz A".]
10. Você não deve combinar acreditar que você deve fazer A com não fazer A.
11. "Todos fazem A" não implica "Seria certo para você fazer A". [Ax, u]
12. Se é certo para X fazer A a Y, então é certo para você fazer A. [Axy]
13. É seu dever fazer A, somente se é possível para você fazer A.
14. É obrigatório que o Estado envie apenas pessoas culpadas à prisão. [Cx, Exy, e]

15. Se não é possível para todos fazer A, então você deve não fazer A. [Ax, u]
16. Se é certo para alguém fazer A, então é certo para todos fazer A.
17. Se é certo para você fazer A, então é certo para qualquer um fazer A.
18. Não é certo para qualquer um fazer A.
19. É permissível que todos que são pecadores sejam agradecidos. [Sx, Tx]
20. É permissível que todos que são agradecidos sejam pecadores.

12.4 Provas deônticas

Adicionaremos agora cinco regras de inferência. As quatro primeiras, seguindo o padrão modal e quantificacional, são para inversão de operadores e cortar "R" e "O".

Estas regras de inversões de operadores (RS) valem indiferentemente de que par de fbfs imperativas contraditórias substituam "$\underline{A}$"/ "$\sim\underline{A}$":

Inversão de operadores	$\sim O\underline{A} \rightarrow R\sim\underline{A}$ $\sim R\underline{A} \rightarrow O\sim\underline{A}$

Essas nos permitem ir de "não obrigatório fazer" a "permitido não fazer" – e de "não permitido fazer" a "obrigatório não fazer". Utilize essas regras somente dentro do mesmo mundo e somente quando a fórmula começar com "~O" ou "~R."

Precisamos expandir nossos mundos. De agora em diante, um **mundo possível** é um conjunto consistente e completo de indicativos e imperativos. E um mundo deôntico é um mundo possível (no sentido expandido) no qual (a) os enunciados indicativos são todos verdadeiros e (b) os imperativos prescrevem algumas combinações conjuntas permissíveis de ações. Então, portanto, as seguintes equivalências valem:

O$\underline{A}$	=	Ato A é obrigatório.
	=	"Faça A" está em *todos* os mundos deônticos.

R$\underline{A}$	=	Ato A é permissível.
	=	"Faça A" está em *alguns* mundos deônticos.

Suponha que eu tenha uma aula (A) às 8 da manhã e eu devo acordar antes das 7 da manhã (O$\underline{A}$'), seria permissível a mim acordar as 6h45 da manhã (R$\underline{A}$'), e seria permissível a mim acordar às 6h30 da manhã (R$\underline{B}$). Então todo mundo deôntico teria "A" e "A'"; mas alguns mundos deônticos teriam "$\underline{A}$'" enquanto outros teriam "$\underline{B}$".

Um **prefixo de mundo** é uma sequência de zero ou mais instâncias de "W" ou "D". Tal como antes, prefixos de mundo representam mundos

possíveis. “D”, “DD”, e assim por diante representam mundos deônticos; podemos utilizá-los em linhas derivadas e assunções, tais como:

D ∴ A	Portanto, A é verdadeiro no mundo deôntico D.)	DD ass: A	(Assuma A é verdadeiro no mundo deôntico DD.)

Podemos cortar operadores deônticos utilizando as próximas duas regras (que valem indiferentemente de qual fbf imperativa substitua “$\underline{A}$”). Segue a regra cortar-“R” (CR):

Cortar “R”	$R\underline{A} \rightarrow D \therefore \underline{A}$, utilize uma *nova sequência* de D’s.

Nesse caso a linha com “$R\underline{A}$” pode utilizar qualquer prefixo de mundo – e a linha com “ ∴ $\underline{A}$” deve utilizar um prefixo de mundo que seja o mesmo, exceto que ele termine com uma *nova* sequência (uma sequência que não tenha ocorrido nas linhas anteriores) de um ou mais D’s. Se o ato A é permissível, então “Faça A” está em algum mundo deôntico; podemos dar a esse mundo um nome arbitrário e, portanto, *novo* – correspondente a uma nova sequência de D’s. Utilizaremos “D” para o primeiro “R” que cortamos, “DD” para o segundo e assim por diante. Portanto, se cortamos dois R’s, então devemos introduzir dois mundos deônticos:

$R\underline{A}$ $R\underline{B}$		Ato A é permissível, ato B é permissível; então algum mundo deôntico tem “Faça A” e outro tem “Faça B”.
D ∴ $\underline{A}$	←	“D” é OK porque ele não ocorre em linhas anteriores.
DD ∴ $\underline{B}$	←	Uma vez que “D” já tinha ocorrido, utilizamos “DD”.

Opções permissíveis não precisam ser combináveis; se é permissível casar com Ann e permissível casar com Beth, não precisa ser permissível casar com Ann e Beth (bigamia). Podemos cortar um “R” das fórmulas que são mais complicadas, desde que “R” *inicie* a fbf:

As últimas duas fórmulas não se *iniciam* com “R”; ao invés, elas se iniciam com um parênteses esquerdo. Corte apenas um “R” *inicial* – e introduza um novo e diferente mundo deôntico sempre que você cortar um “R”.

Segue a regra cortar-"O" (CO):

Cortar "O"	$O\underline{A} \rightarrow D \therefore \underline{A}$, utilize uma sequência vazia ou qualquer sequência de D's.

Nesse caso, a linha com "$O\underline{A}$" pode utilizar qualquer prefixo de mundo, e a linha com "$\therefore \underline{A}$" deve utilizar um prefixo de mundo que seja ou o mesmo ou então o mesmo exceto que ele adiciona um ou mais D's no final. Se o ato A é obrigatório, então "Faça A" está em todos os mundos deônticos. Portanto, se temos "$O\underline{A}$" no mundo atual, então podemos derivar "$\therefore \underline{A}$", "$D \therefore \underline{A}$", "$DD \therefore \underline{A}$", e assim por diante; mas é uma boa estratégia permanecer em mundos deônticos *já utilizados* ao cortar "O" (e utilizar o mundo atual se não houver mundos com D's). Como antes, podemos cortar um "O" de fórmulas que são mais complicadas, desde que "O" *inicie* a fbf:

As últimas duas fórmulas não começam com "O", mas com "(". "$(O\underline{A} \supset \underline{B})$" e "$(O\underline{A} \supset O\underline{B})$" são formas se-então e seguem as regras se-então: se temos a primeira parte verdadeira, podemos obter a segunda verdadeira; se temos a segunda parte falsa, podemos obter a primeira falsa; e se travamos, precisamos fazer outra assunção.

A regra CO nos permite ir de "$O\underline{A}$" em um mundo a "$\underline{A}$" no mesmo mundo. Isso está de acordo com a lei de Hare (em referência a R. M. Hare):

Lei de Hare $\Box(O\underline{A} \supset \underline{A})$	Um juízo de obrigação implica o imperativo correspondente: "Você deve fazer A" implica "Faça A".

A lei de Hare (também chamada "prescritividade") afirma de modo equivalente que "Você deve fazer isto, mas não o faça" é inconsistente. Essa lei falha em alguns sentidos de "dever" *prima facie* mais fracos ou sentidos descritivos de "dever"; não existe inconsistência nisso: "Você deve (conforme a política da empresa) fazer isso, mas não faça isso". Mas a lei parece valer para o sentido considerando-todas-as-coisas de "dever"; isto parece inconsistente: "considerando-todas-as-coisas, você deve fazer isso; mas não faça isso". No entanto, alguns filósofos rejeitam

a lei de Hare; os que a rejeitam gostariam de especificar que, ao aplicar a regra CO, o prefixo de mundo da linha derivada precisa terminar com um "D" (e então podemos utilizar um prefixo de mundo vazio nas linhas derivadas).

1 O~($\underline{A}$ • $\underline{B}$) **Válido**
2 O$\underline{A}$
[∴ O~$\underline{B}$
* 3 ass: ~O~$\underline{B}$
* 4 ∴ R$\underline{B}$ {de 3}
5 D ∴ $\underline{B}$ {de 4}
* 6 D ∴ ~($\underline{A}$ • $\underline{B}$) {de 1}
7 D ∴ $\underline{A}$ {de 2}
8 D ∴ ~$\underline{B}$ {de 6 e 7}
9 ∴ O~$\underline{B}$ {de 3; 5 contradiz 8}

(1) Inversão de operadores: vá de "~O~$\underline{B}$" para "R$\underline{B}$" (linha 4).
(2) Corte cada "R" inicial usando um novo mundo deôntico a cada vez: vá de "R$\underline{B}$" para "D ∴ $\underline{B}$" (linha 5).
(3) Por último, corte cada "O" inicial por um mundo deôntico de antes: vá de "O~($\underline{A}$ • $\underline{B}$)" para "D ∴ ~($\underline{A}$ • $\underline{B}$)" – e de "O$\underline{A}$" para "D ∴ $\underline{A}$".

Essa prova é como uma prova modal, exceto pelas linhas sublinhadas e o fato de ter "O", "R", e "D" no lugar de "□" "◇," e "W". Como em lógica modal, podemos estrelar (e então ignorar) uma linha quando utilizamos uma regra de inversão de operadores ou de cortar-"R" nela.

As coisas se tornam mais complicadas se utilizamos as regras para cortar "R" e "O" em uma fórmula em algum outro mundo possível. Considere estes dois casos:

R$\underline{A}$	W ∴ R$\underline{A}$
O$\underline{B}$	W ∴ O$\underline{B}$
D ∴ $\underline{A}$	WD ∴ $\underline{A}$
D ∴ $\underline{B}$	WD ∴ $\underline{B}$

No caso à esquerda, as fórmulas "R$\underline{A}$" e "O$\underline{B}$" estão no mundo atual (utilizando o prefixo de mundo vazio); e então colocamos os imperativos correspondentes em um mundo deôntico "D". No caso à direita, as fórmulas "R$\underline{A}$" e "O$\underline{B}$" estão no mundo W; então nesse caso mantemos o "W" e adicionamos apenas "D". As regras para cortar "R" e "O" permitem essas mudanças. Nesse caso o mundo WD é um mundo deôntico que *depende do* mundo possível W; isso significa que (a) os enunciados indicativos em WD são os do mundo W, e (b) os imperativos de WD prescrevem algum conjunto de ações que são conjuntamente permissíveis conforme juízos deônticos do mundo W. A seguinte prova utiliza prefixo de mundo "WD" nas linhas de 7 a 9:

[$\therefore \Box(O(\underline{A} \bullet \underline{B}) \supset O\underline{A})$ **Válido**

*	1	ass: $\sim\Box\,(O(\underline{A} \bullet \underline{B}) \supset O\underline{A})$
*	2	$\therefore\ \Diamond\sim(O(\underline{A} \bullet \underline{B}) \supset O\underline{A})$ {de 1}
*	3	W $\therefore\ \sim(O(\underline{A} \bullet \underline{B}) \supset O\underline{A})$ {de 2}
	4	W $\therefore\ O(\underline{A} \bullet \underline{B})$ {de 3}
*	5	W $\therefore\ \sim O\underline{A}$ {de 3}
*	6	W $\therefore\ R\sim\underline{A}$ {de 5}
	7	WD $\therefore\ \sim\underline{A}$ {de 6}
	8	WD $\therefore\ (\underline{A} \bullet \underline{B})$ {de 4}
	9	WD $\therefore\ \underline{A}$ {de 8}
	10	$\therefore\ (O(\underline{A} \bullet \underline{B}) \supset O\underline{A})$ {de 1; 7 contradiz 9}

Quando cortamos o "R" na linha 6 ("W ∴ R~$\underline{A}$"), adicionamos um novo mundo deôntico D ao mundo W, e então obtemos "WD ∴ ~$\underline{A}$".

Os próximos dois capítulos frequentemente utilizarão prefixos de mundo complexos como "WD".

Temos duas regras de inferência adicionais. A regra transferência-indicativa {TI} nos permite transferir livremente indicativos entre um mundo deôntico e qualquer mundo do qual ele dependa; podemos fazer isso porque esses dois mundos possuem as mesmas fbfs indicativas (descritiva ou deôntica). A TI vale indiferentemente de que fbf descritiva ou deôntica substitui "A":

Transferência-indicativa

Os prefixos de mundo das linhas derivadas e das linhas das quais elas foram derivadas devem ser idênticas exceto que uma termina em um ou mais D's adicionais. A TI há de ser utilizada somente com indicativos (incluindo juízos deônticos) – portanto, a última caixa está errada:

Pode ser útil mover um indicativo entre mundo D e o mundo atual (ou vice-versa) quando precisamos fazê-lo para obter uma contradição ou aplicar uma regra I.

Nossa regra final de inferência LK é em referência a Immanuel Kant:

Lei de Kant

"Deve" implica "pode": "Você deve fazer A" implica "É possível que você faça A".

Isso vale independentemente de qual fbf imperativa substitui "$\underline{A}$" e qual fbf indicativa substitui "A", tendo em vista que a anterior é como a

segunda, exceto por ser sublinhada, e toda fbf construída a partir da qual a primeira é construída é um imperativo.[6] A lei de Kant é frequentemente útil com argumentos contendo operadores deônticos ("O" ou "R") e operadores modais ("□" ou "◇"); note que você infere "◇A" ("É possível para você fazer A") e não "◇$\underline{A}$" ("O imperativo 'Faça A' é consistente").

A lei de Kant de modo equivalente afirma que "Você deve fazer isso, mas isso é impossível" é inconsistente. Essa lei falha para alguns sentidos *prima facie* ou descritivo de "dever"; desde que a política da empresa possa requerer coisas impossíveis, não há inconsistência nisto: "Você deve (conforme a política da empresa) fazer isso, mas isso é impossível". Mas a lei parece valer para o sentido considerando-todas-as-coisas de "dever"; isto parece inconsistente: "*Considerando-todas-as-coisas*, você deve fazer isso, mas é impossível fazer isso". Não podemos ter uma obrigação moral considerando-todas-as-coisas de fazer algo impossível.

LK é uma forma fraca da lei de Kant. Kant pensou que o que devemos fazer não é somente *logicamente possível*, mas também o que somos *capazes de fazer* (fisicamente e psicologicamente). Nossa regra LK expressa somente a parte "logicamente possível"; mas, mesmo assim, ela ainda é útil para diversos argumentos. E não machucará se às vezes interpretarmos "◇" em termos do que somos *capazes de fazer*.

Já mencionamos as primeiras duas destas quatro "leis":[7]

Lei de Hare:	Um "dever" implica o imperativo correspondente.
Lei de Kant:	"dever" implica "poder".
Lei de Hume:	Podemos derivar um "deve" de um "é".
Lei de Poincaré:	Podemos deduzir um imperativo de um "é".

Agora consideraremos brevemente as outras duas.

A lei de Hume (em referência David Hume) afirma que podemos validamente deduzir o que *devemos* fazer de premissas que não contêm "dever" ou noções similares.[8] A lei de Hume falha para alguns sentidos fracos de "dever". Dadas descrições de política de empresas e a situação, podemos às vezes validamente deduzir o que deve (conforme a política da empresa) ser feito. Mas, a lei de Hume parece valer para todas as

[6] A condição descarta "O(∃x)(Mx • ~M$\underline{x}$) ∴ ◇ (∃x)(Mx • ~Mx)" ("É obrigatório que alguém que esteja mentindo não minta ∴ É possível que alguém minta e não minta"). Uma vez que "Mx" na premissa não é uma fbf imperativa, essa derivação (incorreta) não satisfaz LK.

[7] A palavra "lei", embora aqui tradicional, é realmente muito forte, já que todas as quatro são controversas e sujeitas a qualificações.

[8] Alguns filósofos discordam e afirmam que podemos derivar conclusões morais utilizando apenas premissas sobre convenções sociais, sentimentos pessoais, a vontade de Deus, ou algo similar. Para visões em ambos os lados, veja meu *Ethics: A Contemporary Introduction*, 2ª ed. (New York: Routledge, 2011).

coisas consideradas, sentido normativo de "deve". Segue uma redação cuidadosa da lei de Hume:

Lei de Hume $\sim\Box(B \supset O\underline{A})$	Podemos deduzir um "deve" de um "é": Se B é um enunciado consistente não-avaliativo e A é uma simples ação contingente, então B não implica "Ato A deve ser feito".

A enunciação complexa aqui escapa de alguns casos triviais (Seção 12.4a) onde claramente *podemos* deduzir um "deve" de um "é".

A lei de Poincaré (em referência ao matemático Jules Henri Poincaré) de modo similar afirma que não podemos validamente deduzir um imperativo de premissas indicativas que não contenham "dever" ou noções similares. Aqui uma enunciação cuidadosa:

Lei de Poincaré $\sim\Box(B \supset \underline{A})$	Não podemos deduzir um imperativo de um "é": Se B é um enunciado consistente não-avaliativo e A é uma ação contingente simples, então B não implica o imperativo "Faça ato A".

Novamente, as qualificações bloqueiam objeções (como problemas 9 e 10 da Seção 12.2b). Não construiremos a lei de Hume ou de Poincaré em nosso sistema.

Nossa estratégia de prova deôntica é similar à estratégia modal. Primeiro invertemos operadores para colocar "O" e "R" no início de uma fórmula. Depois cortamos cada "R" inicial, colocando cada coisa permissível em um *novo* mundo deôntico. Por último cortamos cada "O" inicial, colocando cada coisa obrigatória em cada mundo deôntico *já utilizado*. Corte coisas obrigatórias no mundo atual somente se:

- as premissas ou a conclusão possuem uma instância de uma letra sublinhada que não parte de alguma fbf começando com "O" ou "R"; ou
- você fez todo possível (incluindo outras assunções se necessárias) e ainda não possui nenhum mundo deôntico.

Utilize a regra transferência indicativa se você precisar mover um indicativo entre o mundo atual e um mundo deôntico (ou vice-versa). Considere utilizar a lei de Kant se você vir uma letra que ocorre sublinhada em uma fbf deôntica e não sublinhada em uma fbf modal; algumas das provas que utilizam a lei de Kant se revelam complicadas.

De agora em diante, não faremos refutações para argumentos inválidos, uma vez que refutações se revelam muito confusas quando misturamos diversos tipos de mundo.

12.4a Exercício – também LogiCola M (D & M)

Diga se é válido (e forneça uma prova) ou inválido (não é necessário fornecer refutação).

$\therefore \sim\Diamond(O\underline{A} \bullet O\sim\underline{A})$

[$\therefore \sim\Diamond(O\underline{A} \bullet O\sim\underline{A})$ **Válido**

* 1 ┌ ass: $\Diamond(O\underline{A} \bullet O\sim\underline{A})$
* 2 │ W $\therefore (O\underline{A} \bullet O\sim\underline{A})$ {de 1}
3 │ W $\therefore O\underline{A}$ {de 2}
4 │ W $\therefore O\sim\underline{A}$ {de 2}
5 │ W $\therefore \underline{A}$ {de 3}
6 └ W $\therefore \sim\underline{A}$ {de 4}
7 $\therefore \sim\Diamond(O\underline{A} \bullet R\sim\underline{A})$ {de 1; 5 contradiz 6}

Essa fbf diz "Não é logicamente possível que você deve fazer A e também não deve fazer A"; essa fórmula está correta se tomamos "dever" no sentido considerando-todas-as-coisas, normativo. Moralidade não pode fazer exigências impossíveis de nós; se pensamos de outra maneira, nossas vidas estarão propensas a serem preenchidas com culpa irracional por não satisfazer exigências impossíveis. Mas "$\sim\Diamond(O\underline{A} \bullet O\sim\underline{A})$" estaria incorreta se tomássemos "O" nela como significando algo como "dever conforme política da empresa" ou "dever *prima facie*". Políticas de empresa inconsistentes podem requerer que façamos A e também requerer que não façamos A; e podemos ter uma obrigação *prima facie* para fazer A e outra para omitir fazer A.

1. $O\sim\underline{A}$
   $\therefore O\sim(\underline{A} \bullet \underline{B})$

2. $(\exists x)OA\underline{x}$
   $\therefore O(\exists x)A\underline{x}$

3. $b=c$
   $\therefore (OF\underline{a}b \supset OF\underline{a}c)$

4. $\therefore O(O\underline{A} \supset \underline{A})$

5. $\therefore O(\underline{A} \supset O\underline{A})$

6. $\therefore O(\underline{A} \supset R\underline{A})$

7. $O\underline{A}$
   $O\underline{B}$
   $\therefore O(\underline{A} \bullet \underline{B})$

8. $(x)OF\underline{x}$
   $\therefore O(x)F\underline{x}$

9. $O(\underline{A} \vee \underline{B})$
   $\therefore (\sim\Diamond A \supset R\underline{B})$

10. $(A \supset O\underline{B})$
    $\therefore O(A \supset \underline{B})$

11. $\Box(\underline{A} \supset \underline{B})$
    $O\underline{A}$
    $\therefore O\underline{B}$

12. $O\underline{A}$
    $R\underline{B}$
    $\therefore R(\underline{A} \bullet \underline{B})$

13. A
    $\therefore O(\underline{B} \vee \sim\underline{B})$

14. $(x)RA\underline{x}$
    $\therefore R(x)A\underline{x}$

15. $O\underline{A}$
    $O\underline{B}$
    $\therefore \Diamond(A \bullet B)$

16. $\therefore (R\underline{A} \vee R{\sim}\underline{A})$

17. $(O\underline{A} \supset \underline{B})$
$\therefore R(\underline{A} \bullet \underline{B})$

18. ${\sim}\Diamond A$
$\therefore R{\sim}\underline{A}$

19. A
${\sim}A$
$\therefore O\underline{B}$

20. $O(x)(Fx \supset G\underline{x})$
$OF\underline{a}$
$\therefore OG\underline{a}$

21. $O(A \supset \underline{B})$
$\therefore (A \supset O\underline{B})$

22. $O(x)A\underline{x}$
$\therefore (x)OA\underline{x}$

23. $\therefore O({\sim}R\underline{A} \supset {\sim}\underline{A})$

24. A
$\therefore (A \vee O\underline{B})$

25. $(A \vee O\underline{B})$
${\sim}A$
$\therefore O\underline{B}$

Problemas 3, 13 e 19 mostram como deduzir um "deve" de um "é". Se "$(A \vee O\underline{B})$" é um "dever", então 24 fornece outro exemplo; se é um "é", então 25 fornece outro exemplo. Problema 20 da seção 12.4b fornece ainda outro exemplo. Formulamos a lei de Hume de maneira que esses exemplos não a refutem.

12.4b Exercício – também LogiCola M (D & M)

Primeiro avalie intuitivamente. Depois traduza em lógica (utilizando as letras dadas) e diga se é válido (e forneça uma prova) ou inválido (não é necessário fornecer refutação).

1. Não é certo para você combinar beber com dirigir.
Você deve dirigir.
∴ Não beba. [B e D.]

2. ∴ Ou é seu dever fazer A ou é seu dever não fazer A. [A conclusão, se tomada a aplicar a toda ação A, é o *rigorismo*, a visão de que não existem atos moralmente neutros (atos permissíveis fazer e também permissíveis não fazer).]

3. Eu fiz A.
Eu não devia ter feito A.
Se eu fiz A e era possível a mim não ter feito A, então eu tenho livre-arbítrio.
∴ Eu tenho livre-arbítrio. [Utilize A e L. Immanuel Kant então argumentou que ética requer livre-arbítrio.]

4. ∴ Se você deve fazer A, então faça A.

5. ∴ Se você deve fazer A, então de fato você fará A.

6. Não é possível para você ser perfeito.
   ∴ Não é seu dever ser perfeito. [Utilize "P" para "Você é perfeito."]

7. Você não deve combinar beber com dirigir.
   Você não tem um dever de dirigir.
   ∴ É certo para você beber. [B, D]

8. ∴ Faça A, somente se for certo para você fazer A.

9. É certo para você insultar Jones, então é certo Jones insultar a você.
   ∴ Se Jones não deve insultar você, então não insulte Jones. [Utilize Ixy, u e j. A premissa segue do princípio de universalizabilidade ("O que é correto para uma pessoa é correto para qualquer outra em circunstâncias similares") mais a afirmação de que os casos são similares. A conclusão é uma prima distante da regra de ouro.]

10. É certo para alguém fazer A.
    ∴ É certo para qualquer um fazer A. [Você pode pensar em um exemplo onde a premissa seria verdadeira e a conclusão falsa?]

11. Se fatalismo (a visão de que qualquer coisa que aconteça não poderia ter sido de outra maneira) é verdadeiro e eu faço A, então minha ação A (tomada por si mesma) é necessária.
    ∴ Se fatalismo é verdadeiro e eu faço A, então é certo a mim fazer A. [F, A]

12. Se é certo para você reclamar, então você deve agir.
    ∴ Você deve ou agir ou então não reclamar. [Utilize C e A. Esse é o argumento aja ou cale-se.]

13. Eu devo ficar com meu irmão enquanto ele está doente de cama.
    Não é possível eu combinar estas duas coisas: ficar com meu irmão enquanto ele está doente de cama e dirigi-lo ao aeroporto.
    ∴ É certo eu não dirigi-lo ao aeroporto. [D, D']

14. Jones deve ser feliz em proporção a sua virtude moral.
    Necessariamente, se Jones é feliz em proporção a sua virtude moral, então Jones será recompensado ou na vida presente ou no pós-vida.
    Não é possível a Jones ser recompensado na vida presente.
    Se não é posível a Jones ser recompensado na vida presente, então existe um Deus.
    ∴ Existe um Deus. [Utilize F para "Jones é feliz em proporção a sua virtude moral", P para "Jones será recompensado na vida presente", P' para "Jones será recompensado no pós-vida" e D para "Existe um Deus". Esse é um argumento de Kant para a existência de Deus.

Para tornar a premissa 3 plausível, devemos tomar "possível" como "fatualmente possível" (ao invés de "logicamente possível"). Mas "deve ser" (premissa 1 utiliza isso – e não "deve fazer") implica "é fatualmente possível"?]

15. Se matar o inocente é errado, então alguém não deve pretender matar um inocente.
Se é permissível ter uma política de retaliação nuclear, então pretender matar o inocente é permissível.
∴ Se matar o inocente é errado, então é errado ter uma política de retaliação nuclear. [M, P, N]

16. Se é certo para você fazer A, então você deve fazer A.
Se você deve fazer A, então é obrigatório que todos façam A.
∴ Se é impossível que todos façam A, então você não deve fazer A. [Utilize Ax e u. As premissas e conclusão são duvidosas; a conclusão implica "Se é impossível que todos se tornem primeira dama, então você não deve se tornar a primeira dama". A conclusão é uma prima da fórmula de lei universal de Kant; é também um "princípio ético formal" falho – um princípio ético que podemos formular utilizando noções lógicas abstratas, mas deixando inespecificado o significado das letras para indivíduo, propriedade, relação e enunciados.]

17. É obrigatório que Smith ajude alguém em quem Jones está batendo.
∴ É obrigatório que Jones bata em alguém. [Utilize Axy, Bxy, s, e j. Esse "paradoxo do bom samaritano" é passível de ser provado na maioria dos sistemas deônticos que agregam "O" a indicativos. Existem exemplos similares onde a má ação acontece depois da boa. Pode ser obrigatório que Smith alerte alguém em quem Jones tentará bater; isso não implica que Jones deve tentar bater em alguém.]

18. Se não é correto dizer A, então não é correto prometer fazer A.
∴ Prometa fazer A, somente se é certo fazer A. [A, P]

19. É obrigatório que alguém responda ao telefone.
∴ Existe alguém que tem a obrigação de atender ao telefone. [Rx]

20. Estudar é necessário para se tornar um professor.
"Tornar-se um professor" implica "Faça o que é necessário para se tornar um professor".
"Faça o que é necessário para se tornar um professor" implica "Se estudar é necessário para se tornar professor, então estude."
∴ Você deve ou estudar ou não se tornar um professor. [Utilize N para "Estudar é necessário para se tornar professor", T para "Você se torna

um professor", F para "você faz o que é necessário para se tornar um professor", e E para "Você estuda". Essa é uma versão-dever do problema 9 da seção 12.2b. Ela mostra que podemos deduzir juízos de dever complexos de premissas puramente descritivas.]

21. Se é certo para você poluir, então é errado que você pregue preocupação com o meio ambiente.
∴ Não é correto você combinar pregar preocupação com o meio ambiente com poluir. [P, P']

22. Se você deve ser melhor que todos os outros, então é obrigatório que todos sejam melhores que todos os outros.
"Todos são melhores que todos os outros" é autocontraditória.
∴ É certo que você não seja melhor do que todos os outros. [Utilize Mx (para "x é melhor que todos os outros) e v.]

23. Você não deve combinar brecar com acelerar.
Você deve brecar.
∴ Você deve brecar e não acelerar. [B, A]

24. "Todos quebram promessas" é impossível.
∴ É certo existir alguém que não quebra promessas. [Utilize Qx. Kant pensou que quebra de promessa universal seria impossível, desde que ninguém fizesse promessas se todos as quebrassem. Mas ele queria delinear a conclusão mais forte de que é sempre errado quebrar promessas. Veja o problema 16.]

25. É certo para você punir Judy pelo acidente, somente se Judy dever ter parado seu carro mais rapidamente.
Judy não poderia ter parado seu carro mais rapidamente.
∴ Você não deve punir Judy pelo acidente. [P, P']

26. Você deve pagar com cheque ou cartão de crédito.
Se seu cartão de crédito está vencido, então você não deve pagar com cartão de crédito.
∴ Se seu cartão de crédito está vencido, então pague com cheque. [C, C', V]

27. Você deve ajudar seu vizinho.
Deve ser o caso que, se você (de fato) ajuda seu vizinho, então você diz que o ajudará.
Você não ajuda o seu vizinho.
Se você não ajuda o seu vizinho, então você não deve dizer que você o ajudará.

∴ Você deve dizer que o ajudará, e você não deve dizer que o ajudará. [Utilize A e D. Chisholm mostrou que esse argumento claramente inválido era passível de ser provado em diversos sistemas de lógica deôntica. É ele passível de ser provado em nosso sistema?]

28. Se você cursar lógica, então você cometerá erros.
Você não deve cometer erros.
∴ Você não deve cursar lógica. [C, E]

29. Se você deve nomear a si mesmo prefeito interino porque você atuou no conselho da cidade, então eu devo nomear Jennifer prefeita interina porque ela atuou no conselho da cidade.
Eu não posso nomear você e Jennifer prefeito interino.
∴ Não é o caso que eu deva nomear você prefeito interino porque você atuou no conselho da cidade. [V, J]

Capítulo 13

LÓGICA DE CRENÇAS

Lógica de crenças é lógica em um sentido estendido. Ao invés de estudar o que segue do que, nossa lógica de crenças estuda padrões de crença e vontade consistentes; ela gera normas de consistência que prescrevem que nós devemos ser consistentes de diversas maneiras. Iniciaremos com um sistema simplificado e depois acrescentaremos refinamentos.

13.1 Traduções de crença

Utilizaremos ":" para construir fórmulas descritivas e imperativas de crença:

1. O resultado de escrever uma letra minúscula e depois ":" e depois uma fbf é uma fbf *descritiva*.
2. O resultado de escrever uma letra minúscula sublinhada e depois ":" e depois uma fbf é uma fbf *imperativa*.

Enunciados sobre crenças se traduzem em fórmulas de crenças *descritivas*:

Você acredita que A é verdadeiro	=	v:A
Você não acredita que A é verdadeiro	=	~v:A
Você acredita que A é falso	=	v:~A
Você não acredita em A e você não acredita em não-A	=	(~v:A • ~v:~A)

Se você abstém-se de acreditar em A, você deve acreditar que A é falso ou você não deve tomar posição sobre A. A seguir algumas outras traduções:

Você acredita que você é obrigado a fazer A = $v{:}OA\underline{v}$
Todo mundo acredita que eles são obrigados a fazer A = $(x)x{:}OA\underline{x}$

Você acredita que A então não-B = $v{:}(A \supset \sim B)$
Se você acredita em A, então você não acredita em B = $(v{:}A \supset \sim v{:}B)$

Já que nossa lógica de crenças gera normas *prescrevendo* consistência, ela foca em fórmulas de crença *imperativas* – que expressamos por sublinhar a letra minúscula:

Acredite que A é verdadeiro = $\underline{v}{:}A$

Não acredite que A é verdadeiro = $\sim\underline{v}{:}A$
Acredite que A é falso = $\underline{v}{:}\sim A$
Não acredite em A e não acredite em não-A = $(\sim\underline{v}{:}A \bullet \sim\underline{v}{:}\sim A)$

Acredite que você é obrigado a fazer A = $\underline{v}{:}OA\underline{v}$
Que todo mundo acredite que eles são obrigados a fazer A = $(x)\underline{x}{:}OA\underline{x}$

Como antes, distinguimos entre se-então e não-combine:

Se você de fato acredita em A, então não acredite em B = $(\underline{v}{:}A \supset \sim\underline{v}{:}B)$
Não combine acreditar em A com acreditar em B = $\sim(\underline{v}{:}A \bullet \underline{v}{:}B)$

13.1a Exercício – também LogiCola N (BM & BT)

Traduza estas sentenças em fbfs (utilize "v" para "você" e "D" para "Existe Deus").

Você acredita que existe um Deus. (Você é um teísta.)	$v{:}D$

1. Você acredita que Deus não existe. (Você é um ateu.)
2. Você não toma posição sobre se existe um Deus. (Você é um agnóstico.)
3. Você não acredita que exista um Deus. (Você é um não teísta.)
4. Você acredita que "existe um Deus" é contraditório.
5. Necessariamente, se você é um teísta então você não é um ateu. (Esse enunciado é verdadeiro?)
6. Acredite que existe um Deus.
7. Se "Existe um Deus" é contraditório, então não acredite que existe um Deus.
8. Se você acredita em A, então você não acredita em não-A.

9. Se você acredita em A, então não acredite em não-A.
10. Não combine acreditar em A com acreditar em não-A

13.2 Provas de crença

Existem três abordagens que podemos tomar para lógica de crenças. A primeira abordagem estuda que fórmulas de crença seguem validamente de outras fórmulas de crença. Podemos tentar provar argumentos tais como este:

Você acredita em A	v:A
∴ Você não acredita em não-A	∴ ~v:~A

Mas isso é inválido, já que pessoas podem ser confusas e ilógicas. Estudantes e políticos podem asserir A e asserir não-A quase no mesmo instante; dado que alguém acredita em A, podemos deduzir pouco ou nada sobre o que mais a pessoa acredita. Então a primeira abordagem está condenada desde o início.

Uma segunda abordagem estuda como pessoas acreditariam se elas fossem *crentes completamente consistentes* (uma noção idealizada):

> Pessoa X é um crente completamente consistente se e somente se:
>
> • X acredita em algumas coisas;
> • o conjunto S de coisas na qual X acredita é logicamente consistente, e
> • X acredita em qualquer coisa que segue logicamente do conjunto S.

Nosso argumento prévio seria válido se acrescentássemos, como premissa adicional, que você é um crente completamente consistente:

(Você é um crente completamente consistente.)
Você acredita em A.
∴ Você não acredita em não-A.

Tal lógica de crença tomaria "Você é um crente completamente consistente" como uma premissa implícita de seus argumentos. Essa premissa seria assumida, embora ela seja falsa, para nos ajudar a explorar que padrões de crenças um crente consistente seguiria. Enquanto essa abordagem à lógica de crenças funciona,[1] prefiro uma terceira abordagem, tendo em vista o que quero fazer no próximo capítulo.

[1] Jaako Hintikka utilizou grosseiramente essa segunda abordagem em seu clássico *Knowledge and belief* (Ithaca, New York: Cornell University Press, 1962).

Minha abordagem gera imperativos consistentes de crença, como estes:

$\sim(\underline{v}{:}A \bullet \underline{v}{:}{\sim}A)$

Não combine acreditar em A com acreditar em não-A.

$\sim(\underline{v}{:}(A \bullet B) \bullet {\sim}\underline{v}{:}A)$

Não combine acreditar em A-e-B com não acreditar em A.

Essa abordagem assume a premissa que *nós somos obrigados a ser consistentes*[2] – que nós não somos obrigados a combinar crenças inconsistentes e que nós não somos obrigados a acreditar em algo sem também acreditar no que segue desse algo.

Nossa lógica de crenças acrescenta **mundos de crenças** e duas regras de inferência. Nós representamos mundos de crenças por uma sequência de uma ou mais instâncias de letras minúsculas. Já que a maioria de nossas normas de crença envolvem um "você" genérico, nossos mundos de crenças serão tipicamente "u", "uu", "uuu" e assim por diante. Um prefixo de mundo é agora uma sequência de zero ou mais instâncias de letras do conjunto <W, D, a, b, c, ...>, onde <a, b, c,...> é o conjunto de letras minúsculas. Nossas duas regras de inferência utilizam mundos de crença; enquanto é razoavelmente fácil utilizar essas regras de inferência de uma maneira mecânica, é diabolicamente difícil obter uma apreensão intuitiva de como isso tudo funciona. Deixe-me tentar explicar.

Em primeiro lugar, uma *política de crença* é um conjunto de imperativos sobre o que alguém (tipicamente um "você" genérico) tenha ou não de acreditar. Segue um exemplo:

Acredite que o Michigan jogará. Seja neutro quanto a se o Michigan ganhará.	$\underline{v}{:}J$ $({\sim}\underline{v}{:}G \bullet {\sim}\underline{v}{:}{\sim}G)$

Essa política prescreve uma forma de acreditar que é consistente (mas chata). Em geral, uma política de crença prescreve uma *forma consistente de acreditar* se e somente se (1) o conjunto S de coisas que a pessoa é dita acreditar é logicamente consistente, e (2) a pessoa não é proibida de acreditar em algo que segue logicamente do conjunto S. Nossa tarefa é colocar essa ideia em regras de inferência que utilizam o poderoso mecanismo de mundos possíveis que desenvolvemos nos capítulos anteriores.

Nossa lógica de crenças está interessada em rejeitar políticas de crenças, tal como a que segue, que prescrevem uma *maneira inconsistente de acreditar*:

[2] Veremos mais adiante (Seção 13.7) que essa premissa requer algumas qualificações.

Acredite em A.	$\underline{v}$:A
Acredite em não-A.	$\underline{v}$:~A

Essa política de crença viola nossa primeira condição dada acima, já que o conjunto S de coisas que a uma pessoa é dito para acreditar *não é* logicamente consistente. Mas como expressamos isso em termos de mundos possíveis?

Um **mundo de crenças** (relativo a uma política de crença) é um mundo possível que contém tudo que à pessoa é dito para acreditar. Assim se a você é dito para acreditar em A, então todos os seus mundos de crença contêm A. Mundos de crenças individuais podem conter mais enunciados. Por exemplo, se a você é dito para ser neutro quanto a B (não acreditar em B e não acreditar em não-B), então alguns de seus mundos de crença conterão B e alguns conterão não-B. O que é comum a todas as suas crenças é o que a você é dito para acreditar. Sendo mundos possíveis, mundos de crenças devem ser consistentes.

Nossa primeira regra de inferência, B+, requer que existam mundos de crença e todos eles contêm tudo que a uma pessoa é dito para acreditar. Segue uma formulação grosseira:

B+ Se a você é dito para acreditar em A, então coloque A em todos os seus mundos de crença.

Isso leva à prova de "Não combine acreditar em A com acreditar em não-A". Começamos por assumir seu oposto ("Acredite em A, e acredite em não-A") e então tente construir mundos de crenças contendo tudo no que a você é dito para acreditar:

	[∴ ~($\underline{v}$:A • $\underline{v}$:~A) Válido	Utilizando B+, tentamos construir um conjunto não-vazio de mundos de crenças contendo tudo no que a você é dito para acreditar.
* 1	┌ ass: ($\underline{v}$:A • $\underline{v}$:~A)	
2	│ ∴ $\underline{v}$:A {de 1}	
3	│ ∴ $\underline{v}$:~A {de 1}	
4	│ v ∴ A {de 2} ←	Já que linhas 4 e 5 se contradizem, nossa assunção prescreve uma combinação inconsistente de atitudes de crenças. Então a rejeitamos e derivamos a conclusão original.
5	└ v ∴ ~A {de 3} ←	
6	∴ ~($\underline{v}$:A • $\underline{v}$:~A) {de 1; 4 contradiz 5}	

O mecanismo de mundo de crença mostra que a política de crença na suposição prescreve uma inconsistência. Então por RAA derivamos seu oposto: "Não combine acreditar em A com acreditar em não-A". Nossa prova não mostra que essa conclusão é logicamente necessária; ao invés, mostra que ela segue de uma premissa implícita "Alguém é obrigado a ser consistente".

Expressamos a regra B+ acima em uma maneira aproximada e intuitiva: "Se a você é dito para acreditar em A, então coloque A em todos os seus mundos de crença". Agora precisamos dar uma formulação mais precisa. A regra B+ opera em *fórmulas de crenças imperativas positivas*; nesse caso, qualquer fbf pode substituir "A" e qualquer letra minúscula pode substituir "u":

B+	v:A → v ∴ A, utilize qualquer sequência de v's

A linha com "$\underline{v}$:A" pode utilizar qualquer prefixo de mundo não contendo letras minúsculas ou W[3] – e a linha com " ∴ A" deve utilizar um prefixo de mundo que é o mesmo, exceto que acrescenta no final uma sequência de uma ou mais instâncias de "v" (ou a letra minúscula que substitui "v"). Se temos "v ∴ A" em uma prova, "v" refere-se ao mundo de crenças baseado no que a você é realmente dito de acreditar como assunção e premissas. Se ao invés temos "Dv ∴ A", então temos um mundo de crença baseado no que a você é dito de acreditar no mundo deôntico D.

Segue outra política de crença que diz a você de ser consistente:

Acredite em A-e-B. Não acredite em A.	$\underline{v}$:(A • B) ~$\underline{v}$:A

A você é dito para acreditar em algo e também que é proibido acreditar no que segue logicamente disso. Para rejeitar tais casos, precisamos de uma segunda regra de inferência, que podemos expressar aproximadamente como segue:

> B- Se a você é dito para abster-se de acreditar em A,
> então coloque não-A em um *novo* mundo de crenças.

Com B-, podemos agora provar "Não combine acreditar em A-e-B com não acreditar em A". Começamos por assumir seu oposto ("Acredite em A-e-B, e não acredite em A") e então utilize B- e depois B+ para construir nossos mundos de crenças:

[3] Essa condição (sobre letras minúsculas e "W") bloqueia provas de fbfs talvez questionáveis que colocam um operador de crença imperativa dentro de outro, como "$\underline{b}$:~($\underline{c}$:A • $\underline{c}$:~A)", ou afirma necessidade lógica para imperativos consistentes, como "☐~($\underline{x}$:A • $\underline{x}$:~A)".

```
    [ ∴ ~(v̲:(A • B) • ~v̲:A)  Válido
*  1  ┌ass: (v̲:(A • B) • ~v̲:A)
   2  │∴v̲:(A • B) {de 1}
*  3  │∴~v̲:A {de 1}
   4  │v ∴ ~A {de 3} ←
   5  │v ∴ (A • B) {de 2}
   6  └v ∴ A {de 5} ←
   7  ∴~(v̲:(A • B) • ~v̲:A)
      {de 1; 4 contradiz 6}
```

Primeiro utilizamos B- em "~v̲:A" na linha 3. Colocamos "~A" em um novo mundo de crença para obter a linha 4.

Depois utilizamos B+ em "v̲:(A • B)" na linha 2. Colocamos "(A • B)" nesse mesmo mundo de crença para obter a linha 5.

Já que as linhas 4 e 6 se contradizem, nossa suposição prescreve atitudes de crença inconsistentes.

A política de crença da assunção prescreve uma inconsistência. Então por RAA derivamos seu oposto: "Não combine acreditar em A-e-B com não acreditar em A".

Expressamos a regra B- acima de uma maneira aproximada e intuitiva: "Se a você é dito para *abster-se* de acreditar em A, então coloque não-A em um novo mundo de suas crenças". Agora precisamos de uma formulação mais precisa. A regra B- opera em *fórmulas de crença imperativas negativas*; aqui qualquer par de fbfs contraditórias pode substituir "A" / "~A" e qualquer letra minúscula pode substituir "v":

B- | ~v̲:A → v ∴ ~A, utilize uma *nova* sequência de v's

A linha com "~v̲:A" pode utilizar qualquer prefixo de mundo não contendo letras minúsculas ou "W" – e a linha com "∴ ~A" deve utilizar um prefixo de mundo que é o mesmo, exceto que ele termina com uma *nova* sequência (uma que não ocorre em linhas anteriores) de uma ou mais instâncias de "v" (ou de letras minúsculas que substituem "v").

Nossa regra B- é peculiar no sentido de que ela não segue o padrão usual. Nossos últimos três sistemas tinham operadores fortes (TODO, NECESSÁRIO, OBRIGATÓRIO), e operadores fracos (ALGUM, POSSÍVEL, PERMISSÍVEL). Eles tinham regras de inversão de operadores, uma regra para cortar operadores fracos utilizando uma nova constante-ou-mundo, e uma regra para cortar operadores fortes utilizando (preferivelmente) uma constante-ou-mundo já utilizado. Por que lógica de crença não segue esse mesmo padrão? A resposta é que a língua portuguesa não possui operadores fracos que correspondam ao operador forte ACREDITA. Suponha que tenhamos feito lógica modal com apenas o operador forte NECESSÁRIO; então utilizaríamos duas regras bastante semelhantes às duas regras de crença:

Quadrado+ (utilize por último, não estrele)	Quadrado- (utilize primeiro e estrele)
□A → W ∴ A, utilize qualquer prefixo de mundo	~□A → W ∴ ~A, utilize uma *nova* sequência de W's

Nossa regra Quadrado- nos permitiria ir de "~□A" a "W ∴ ~A" em um novo mundo W, sem o passo intermediário de derivar "◇~A"; a regra Quadrado- substituiria as regras de inversão de operadores e a de cortar losango. Se tivéssemos desenvolvido lógica modal dessa maneira, então nossas regras de crença pareceriam bastante familiares:

B+ (utilize por último e não estrele)	B- (utilize primeiro e estrele)
$\underline{v}$:A → v ∴ A, utilize qualquer sequência de v's	~$\underline{v}$:A → v ∴ ~A, utilize uma *nova* sequência de v's

Mas não tenha medo, você logo se acostumará com nossas regras de crença.

Nossa estratégia de prova se dá como segue:

- Primeiro utilize a regra B- em *fórmulas de crenças imperativas negativas* (fórmulas que dizem para abster-se de acreditar em algo). Utilize um novo mundo a cada vez. Você pode estrelar (e depois ignorar) uma linha quando você utiliza B- nela.
- Depois utilize B+ em *fórmulas de crenças imperativas positivas* (fórmulas que dizem para acreditar em algo). Utilize *cada* mundo de crença antigo da pessoa em questão a cada vez. (Utilize um único mundo de crença novo se você não possuir antigos.) Não estrele uma linha quando você utilizar B+ nela.

Ambas as regras operam somente em fórmulas de crenças *imperativas* (como "~$\underline{v}$:A" ou "$\underline{v}$:A") – não em fórmulas de crença *descritivas* (como "~v:A" ou "v:A"). Nossos mundos de crenças são sobre o que uma política de crença diz a você para acreditar, não sobre o que você realmente acredita.

Nossas normas de consistência possuem uma forma não-combine, proibindo políticas de crença inconsistentes. Elas dizem a você para fazer suas crenças coerentes umas com as outras; mas ela não diz quais crenças acrescentar ou subtrair para atingir essa coerência. Suponha que P (*premissa*) logicamente implica C (*conclusão*); compare estas três formas:

$(v{:}P \supset \underline{v}{:}C)$	Se você acredita na *premissa*, então acredite na *conclusão*.
$(\sim v{:}C \supset \sim\underline{v}{:}P)$	Se você não acredita na *conclusão*, então não acredite na *premissa*.
$\sim(\underline{v}{:}P \bullet \sim\underline{v}{:}C)$	Não combine acreditar na *premissa* com não acreditar na *conclusão*.

Suponha que você acredite na *premissa*, mas não acredite na *conclusão*; então você viola todos os três imperativos. O que você deve fazer? A primeira forma diz a você para acreditar na *conclusão*; mas talvez a *conclusão* seja irracional e você deveria rejeitar *premissa* e *conclusão*. A segunda o diz para cortar a *premissa*; mas talvez a premissa seja sólida e você deveria aceitar tanto a premissa quanto a conclusão. Então as duas primeiras formas podem dizer a você para fazer a coisa errada. A terceira é melhor; ela simplesmente proíbe a combinação inconsistente de acreditar na *premissa* e não acreditar na *conclusão* – mas não diz o que fazer se você chegar a essa combinação proibida.

Segue outro exemplo. Assuma que A seja logicamente inconsistente com B; compare estas três fórmulas:

$(v{:}A \supset \sim\underline{v}{:}B)$	Se você acredita em A, então não acredite em B.
$(v{:}B \supset \sim\underline{v}{:}A)$	Se você acredita em B, então não acredite em A.
$\sim(\underline{v}{:}A \bullet \underline{v}{:}B)$	Não combine acreditar em A com acreditar em B.

Suponha que você acredite em A e também em B, embora as duas sejam inconsistentes. A primeira forma diz a você para cortar B, enquanto a segunda diz a você para cortar A; mas qual você deve cortar depende da situação. A última forma é melhor; ela simplesmente nos diz para evitar a combinação inconsistente.

Fazer provas com diferentes tipos de operadores pode ser confuso. Este quadro diz que ordem utilizar ao cortar operadores:

Primeiro corte estes operadores fracos:	Depois corte estes operadores fotes:
$\Diamond$ $\sim\underline{x}$: R ($\exists$x)	$\Box$ $\underline{x}$: O (x)
Utilize mundos/constantes novos; estrele a linha antiga.	Utilize mundos/constantes antigos se você os tiver; não estrele a linha antiga.

Dentro de cada grupo, a ordem de cortar não faz diferença – exceto que é sábio cortar "$\underline{x}$:" e "O" antes de cortar o forte "$\Box$".

A seção 9.2 notou que nossa regra "substituição de iguais" pode falhar em argumentos sobre crenças. Considere este argumento:

Jones acredita que Lincoln está na moeda de um *penny*.	j:Pl
Lincoln é o primeiro presidente republicano dos EUA.	l=r
∴ Jones acredita que o primeiro presidente republicano dos EUA está na moeda de um *penny*.	∴ j:Pr

Se Jones não está consciente de que Lincoln foi o primeiro presidente republicano, as premissas poderiam ser verdadeiras, enquanto a conclusão seria falsa. Então o argumento é inválido. Mas ainda podemos derivar a conclusão das premissas utilizando nossa regra de substituição de iguais. Portanto, precisamos qualificar essa regra para que ela não se aplique a contextos de crenças. Portanto, de agora em diante, a regra substituição de iguais vale apenas se nenhuma instância intercambiável das constantes ocorre em uma fbf imediatamente precedida por ":" e depois uma letra minúscula (sublinhada ou não).

13.2a Exercício – também LogiCola OB

Diga se o argumento é válido (e dê uma prova) ou inválido (não é necessário dar uma refutação).

□(A⊃ B)
∴(v:A⊃v̲:B)

```
    1  □ (A⊃B)         Inválido
       [ (v:A ⊃ v̲:B)
*   2  ass: ~(v:A ⊃ v̲:B)
    3  v:A {de 2}
*   4  ~v̲:B   {de 2}
    5  v ∴ ~B   {de 4}
*   6  v ∴ (A ⊃ B)   {de 1}
    7  v ∴ ~A   {de 5 and 6}
```

Já que as regras B+ e B- funcionam somente em fórmulas de crenças *imperativas*, não podemos ir de "v:A" na linha 3 a "v ∴ A". A conclusão aqui tem a forma se-então falha. Suponha que A implica B e você acredita em A; não segue que você deve acreditar em B – talvez você rejeite A e também rejeite B.

1. ~◇(A • B)
   ∴ ~(v̲:A • v̲:B)

2. ~◇(A • B)
   ∴ (v:A ⊃ ~v:B)

3. ~◇(A • B)
   ∴ (v:A ⊃ ~v̲:B)

4. ~◇(A • B)
   ∴ (~v̲:A v ~v̲:B)

5. ~◇(A • B)
   ∴ (v̲:~A v v̲:~B)

6. □(A ⊃ B)
   v:A
   ∴ v:B

7. □(A ⊃ B)
   v̲:A
   ∴ v:B

8. □(A ⊃ B)
   ~v̲:~A
   ∴ ~v̲:~B

9. □(A ⊃ B)
   ~v̲:B
   ∴ v̲:~A

10. ~◇(A • B)
    ∴ ~(v̲:A • ~v̲:~B)

13.2b Exercício – também LogiCola OB

Primeiro avalie intuitivamente. Depois traduza em lógica e diga se o argumento é válido (e dê uma refutação) ou inválido (não é preciso dar uma refutação).

1. A logicamente implica B.
   Não acredite em B.
   ∴ Não acredite em A.

2. Você acredita em A.
   ∴ Você não acredita em não-A.

3. Você acredita em A.
   ∴ Não acredite em não-A.

4. ∴ Se A é contraditório, então não acredite em A.

5. ∴ Ou você acredita em A ou acredita em não-A.

6. Acredite em A.
   ∴ Não acredite em não-A.

7. ∴ Não combine acreditar que A é verdadeiro com não acreditar que A é possível.

8. (A e B) implica C.
   ∴ Não combine acreditar em A e acreditar em B e não acreditar em C.

9. A implica logicamente (B e C).
   Não acredite que A é verdadeiro.
   ∴ Acredite que A é falso.

10. ∴ Se A é verdadeiro, então acredite em A.

13.3 Crença e vontade

Agora expandiremos lógica de crenças para cobrir vontade, assim como crença. Faremos isso tratando "vontade" como aceitar *um imperativo* – assim como tratamos previamente "crença" como aceitar *um indicativo*:

v:A	=	Você aceita (endossa, assente, diz a si mesmo) "A é verdadeiro".
	=	Você acredita que A.
v:$\underline{A}$	=	Você aceita (endossa, assente, diz a si mesmo) "Que ato a seja feito".
	=	Você quer que ato A seja feito.

Ao traduzir "v:$\underline{A}$", frequentemente utilizaremos termos mais específicos do que "querer" – termos como "agir", "decidir agir", ou "desejar".[4] Qual desses encaixa depende se o imperativo é presente ou futuro, e se ele se aplica a um ou outro. Seguem três exemplos:

[4] "Desejar" e termos similares podem ter um sentido *prima facie* ("Eu tenho algum desejo de fazer A") ou um sentido considerando-todas-as-coisas ("considerando todas as coisas, eu desejo fazer A"). Aqui eu tenho em mente o sentido considerando-todas-as-coisas.

Se A é presente: $v{:}A\underline{v}$ = Você aceita o imperativo que você faça A agora.
= Você age (a fim de) fazer A.

Se A é futuro: $v{:}A\underline{v}$ = Você aceita o imperativo para você fazer A no futuro.
= Você está decidido a fazer A.

Se $v \neq x$*:* $v{:}A\underline{x}$ = Você aceita o imperativo que X faça A.
= Você deseja (ou quer) que X faça A.

E aceitar "Quisera eu ter feito aquilo" é desejar que você o tenha feito.

Existe uma sutil diferença entre "$v{:}A\underline{v}$" e "Av":

$v{:}A\underline{v}$ = Você age (a fim de) fazer A. = Você diz a si mesmo "faça A" (dirigido a você mesmo).		Av = Você faz A.

A caixa esquerda é sobre o que você tenta ou pretende fazer, enquanto a caixa da direita é sobre o que você realmente faz (talvez acidentalmente).

A Seção 12.3 ressaltou que perderíamos distinções importantes se prefixássemos "O" somente a indicativos. Algo similar se aplica aqui. Considere estas três fbfs:

$v{:}(\exists x)(Mx \bullet A\underline{x})$ = Você deseja que alguém que mate *se arrependa*.
= Você diz a si mesmo "Quisera que alguém que mate *se arrependa*".

$v{:}(\exists x)(M\underline{x} \bullet Ax)$ = Você deseja que alguém *mate* quem se arrependa.
= Você diz a si mesmo "Quisera que alguém *mate* quem se arrependa".

$v{:}(\exists x)(M\underline{x} \bullet A\underline{x})$ = Você deseja que alguém *mate* e *se arrependa*.
= Você diz a si mesmo "Quisera que alguém mate e se *arrependa*".

As três são bem diferentes. O sublinhado mostra quais partes são desejadas: arrepender-se, ou matar, ou matar-e-arrepender-se. Se anexássemos "desejar" somente a fórmulas indicativas, todas as três seriam traduzidas da mesma maneira, como "você deseja que $(\exists x)(Mx \bullet Ax)$" ("Você deseja que tenha alguém que mate e se arrependa"). Portanto, "desejar" é melhor simbolizado em termos de aceitar um imperativo.

A seguinte fórmula imperativa *diz* a você para querer algo:

$\underline{v}{:}\underline{A}$ = Aceite (endosse, assinta, diga a si mesmo)"Que ato A seja feito"
= Queira que ato A seja feito.

De novo, nossa tradução pode utilizar termos mais específicos do que "querer":

Se A é presente:	$\underline{v}:A\underline{v}$	=	Aceite o imperativo de que você faça A agora.
		=	Aja (a fim de) fazer A.
Se A é futuro:	$\underline{v}:A\underline{v}$	=	Aceite o imperativo de que você faça A no futuro.
		=	Esteja decidido em fazer A.
Se v ≠ x:	$\underline{v}:A\underline{x}$	=	Aceite o imperativo de que X faça A.
		=	Deseje (ou queira) que X faça A.

Seja cuidadoso ao sublinhar. Sublinhar antes de ":" faz da fórmula um imperativo (ao invés de um indicativo). Sublinhar depois de ":" faz da fórmula um desejo (ao invés de acreditar). Seguem os casos básicos:

Indicativos	*Imperativos*
$v:A$ = Você acredita em A.	$\underline{v}:A$ = Acredite em A.
$v:\underline{A}$ = Você deseja A.	$\underline{v}:\underline{A}$ = Deseje A.

Seguem alguns exemplos referentes a *baseball* que podem ajudar:

Bvb	=	Você bate na bola.
$B\underline{v}b$	=	Bata na bola.
$OB\underline{v}b$	=	Você deve bater na bola.
$RB\underline{v}b$	=	É certo para você bater na bola.

$v:Bvb$	=	Você acredita que você baterá na bola.
$v:B\underline{v}b$	=	Você age (com a intenção) para bater na bola.
$\underline{v}:Bvb$	=	Acredite que você baterá na bola.
$\underline{v}:B\underline{v}b$	=	Aja (com a intenção) de bater na bola.

13.3a Exercício – também LogiCola N (WM & WT)

Traduza estas sentenças em fbfs (utilize "v" para "você").

Não aja para fazer A sem acreditar que A seja certo.	$\sim(\underline{v}:A\underline{v} \bullet \sim\underline{v}:RA\underline{v})$

1. Você quer que Al se sente. [Use a para "Al" e Sx para "x se senta".]
2. Acredite que Al está se sentando.
3. Você acredita que Al deve se sentar.
4. Acredite que Al quer se sentar.
5. Queira que Al se sente.
6. Não coma nada. [Use Cxy para "x come y".]
7. Decida não comer nada.
8. Você cai no chão, mas não age (intencionalmente) para cair. [Cx]
9. Você age para chutar ao gol, mas você não chuta de fato ao gol. [Cx]

10. Se você acredita que deve fazer A, então faça A.
11. Não combine acreditar que você deva fazer A com não fazer A.
12. Faça A, apenas se você quer que todos façam A. (Aja apenas do modo como você quer que todos ajam.) [Essa é uma versão bruta da fórmula de Kant da lei universal.]
13. Se X faz A para você, então faça A para X. (Trate os outros do mesmo modo como eles tratam você.) [Use Axy. Esse princípio implica "Se X dá uma pancada no seu olho, então dê uma pancada no olho de X".]
14. Se você faz A para X, então X fará A para você. (As pessoas tratarão você assim como você as trata.) [Essa é frequentemente confundida com a regra de ouro.]
15. Se você quiser que X faça A para você, então faça A para X. (Trate os outros como você quer ser tratado.) [Essa é a "regra de ouro literal".]
16. Não combine agir intencionalmente para fazer A para X querendo que X não faça A para você.

13.4 Provas de vontade

Além de inconsistências em crenças, há também inconsistências em vontade. Por exemplo, eu poderia ter desejos inconsistentes, violar consistência de fins e meios, ou ter um conflito de minhas crenças morais com a forma como vivo. A lógica de crenças gera também normas sobre desejo consistente.

∴ Não combine *acreditar* que seja errado que você faça A com agir para fazer A.

$[\ \therefore \sim(\underline{v}{:}O{\sim}A\underline{v} \bullet \underline{v}{:}A\underline{v})$ **Válido**

* 1 $\ulcorner$ ass: $(\underline{v}{:}O{\sim}A\underline{v} \bullet \underline{v}{:}A\underline{v})$
2 | $\therefore \underline{v}{:}O{\sim}A\underline{v}$ {de 1}
3 | $\therefore \underline{v}{:}A\underline{v}$ {de 1}
4 | v $\therefore O{\sim}A\underline{v}$ {de 2}
5 | v $\therefore A\underline{v}$ {de 3}
6 $\llcorner$ v $\therefore \sim A\underline{v}$ {de 4}
7 $\therefore \sim(\underline{v}{:}O{\sim}A\underline{v} \bullet \underline{v}{:}A\underline{v})$ {de 1; 5 contradiz 6}

A seguinte fórmula proíbe combinar estas duas proposições:

acreditar que é errado fazer A	agir (intencionalmente) para fazer A

A segunda parte é expressa por "$\underline{v}$: $A\underline{v}$" (que é o que você tenta ou pretende fazer) e não "$A\underline{v}$" (que é o que você realmente faz, talvez acidentalmente). A tradução imperfeita "$\sim(\underline{v}$: $O{\sim}A\underline{v} \bullet A\underline{v})$" proíbe involuntariamente fazer o que alguém acha que é errado; não há nenhuma incoerência nisso, exceto talvez externamente. A versão correta proíbe essa combinação inconsistente: pensar que alguém está errado e ao mesmo tempo agindo com intenção de fazer A.

13.4a Exercício – também LogiCola OW

Diga se é válido (e dê uma prova) ou inválido (não é preciso dar uma refutação).

$\therefore (v{:}O{\sim}A\underline{v} \supset {\sim}\underline{v}{:}A\underline{v})$

[$\therefore (v{:}O{\sim}A\underline{v} \supset {\sim}\underline{v}{:}A\underline{v})$ Inválido
* 1 ass: ${\sim}(v{:}O{\sim}A\underline{v} \supset {\sim}\underline{v}{:}A\underline{v})$
2 $\therefore$ $v{:}O{\sim}A\underline{v}$ {de 1}
3 $\therefore$ $\underline{v}{:}A\underline{v}$ {de 1}
4 v $\therefore$ $A\underline{v}$ {de 3}

Essa fórmula diz: "Se você acredita que é errado você fazer A, então não aja a fim de fazer A"; isso leva a absurdos, porque não tem a correta forma de não combinação e porque sua crença pode ser um equívoco. Talvez você creia que é errado tratar bem as pessoas; então essa fórmula diz a você para tratá-las bem.

1. $\therefore {\sim}(\underline{v}{:}\underline{A} \bullet \underline{v}{:}{\sim}\underline{A})$
2. $\therefore \underline{v}{:}(B\underline{a} \supset RB\underline{a})$
3. $\therefore (\underline{v}{:}B\underline{a} \vee \underline{v}{:}{\sim}B\underline{a})$
4. $\therefore {\sim}((\underline{v}{:}(A \supset \underline{B}) \bullet \underline{v}{:}A) \bullet {\sim}\underline{v}{:}\underline{B})$
5. $v{:}(x)OA\underline{x}$
   $\therefore \underline{v}{:}A\underline{v}$
6. ${\sim}v{:}A\underline{v}$
   $\therefore {\sim}\underline{v}{:}OA\underline{v}$
7. $\therefore \underline{v}{:}(OA\underline{v} \supset A\underline{v})$
8. $\therefore (\underline{v}{:}A\underline{v} \vee {\sim}\underline{v}{:}OA\underline{v})$
9. $v{:}A\underline{v}$
   $\therefore {\sim}\underline{v}{:}O{\sim}A\underline{v}$
10. $\Box(\underline{A} \supset \underline{B})$
    $\therefore {\sim}(\underline{v}{:}O\underline{A} \bullet {\sim}\underline{v}{:}\underline{B})$

13.4b Exercício – também LogiCola OW

Primeiro avalie intuitivamente. Em seguida, traduza em lógica e diga se é válido (e dê uma prova) ou inválido (não é preciso dar uma refutação).

1. ∴ Não combine acreditar que todos deveriam fazer A e não agir/decidir você mesmo fazer A. [Essa é a versão da lógica de crenças de "Pratique o que você prega".]
2. ∴ Não combine decidir não comer nada com a ação de comer isto. [Usar Cxy e i.]
3. "Alcance este fim" implica "Se é necessário adotar este meio para alcançar este fim, então, adote este meio".
   ∴ Não combine (1) querer alcançar este fim, (2) acreditar que adotar este meio é necessário para alcançar este fim, e (3) não agir para adotar este meio. [Use F para "Você alcança este fim", N para "Adotar este meio é necessário para alcançar este fim", M para "Você adota este meio", e v. A conclusão é um imperativo de consistência entre fins e meios; você o viola caso você queira se tornar um médico, acredite que seja necessário estudar para fazer isso, e ainda assim você não aja para estudar.]

4. "Alcance este fim" implica "Se é necessário adotar este meio para alcançar este fim, então adote este meio".
∴ Se você quiser atingir este fim e acredita que é necessário adotar este meio para atingir este fim, então aja para adotar este meio. [Usar F, N, M e v. Esta formulação poderia dizer às pessoas com fins maldosos a fazerem coisas maldosas.]
5. ∴ Não aceite que "Para todo x, é errado para x matar", sem estar decidido a que, caso seja necessário matar para salvar a sua família, então você não matará. [Mx, N]
6. ∴ Não aceite que "Para todo x, é errado que x mate", sem que, caso seja necessário matar uma pessoa para salvar sua família, então você não a mate. [Usar Mx e N. Uma pergunta capciosa desafiou um amigo meu que é pacifista: "Se matar fosse necessário para salvar sua família, então você mataria?" Meu amigo respondeu: "Eu não sei – eu poderia perder o controle e matar (é difícil prever o que você fará em uma situação de pânico), mas eu agora espero e estou decidido convictamente de que eu não mataria". Talvez o meu amigo não satisfizesse essa última fórmula; mas ele satisfez a anterior].
7. ∴ Não combine aceitar que "É errado que Bob faça A" e querer que Bob faça A.
8. ∴ Não combine acreditar que o Estado deva executar todos os assassinos com não querer que o Estado execute seu amigo, caso ele seja um assassino. [Use e para "Estado", Exy para "x executa y", Ax para "x é um assassino", a para "seu amigo", e v para "você".]
9. ∴ Não combine agir para fazer A com não aceitar que A é certo.
10. ∴ Se você agir para fazer A, então aceite que fazer A é certo.
11. ∴ Não combine agir para fazer A com não aceitar que A é obrigatório.
12. Acredite que você deve fazer A.
∴ Aja para fazer A.
13. "É certo que você faça A" implica "É obrigatório que todos façam A".
∴ Não combine agir para fazer A com não querer que todos façam A. [A conclusão é uma versão bruta da fórmula de Kant de lei universal. Para ver que a premissa e a conclusão são questionáveis, substitua "torna-se um médico" por "fazer A" em ambas. Veremos uma versão melhor dessa fórmula no próximo capítulo.]

13.5 Traduções da racionalidade

Crenças podem ser "evidentes" ou "razoáveis" para determinada pessoa. Quando minha visão se ofusca com o brilho do sol, a minha crença de que o dia está ensolarado é *evidente*; isso é algo solidamente fundamentado. Quando ouço a previsão de chuva, a minha crença de que vai chover é *razoável*; minha crença está de acordo com a razão, mas não é sólida o suficiente para ser evidente. "Evidente" expressa uma maior certeza do que "razoável". Vamos simbolizar essas duas noções da seguinte forma:

	=	A é evidente para você.
O$\underline{v}$:A	=	É obrigatório (intelectualmente exigido) que você acredite que A.
	=	No que diz respeito a considerações intelectuais (incluindo suas experiências), você deve acreditar que A.
	=	A é razoável para que você o acredite.
R$\underline{v}$:A	=	É certo (racionalmente permissível) que você acredite que A.
	=	No que diz respeito a considerações intelectuais (incluindo suas experiências), seria certo que você acreditasse que A.

Nenhuma delas implica que você acredita que A; para dizer que a proposição A na qual você acredita é evidente ou razoável, utilizaremos "(v:A • O$\underline{v}$:A)" ou "(v:A • R$\underline{v}$:A)". "Evidente" e "razoável" estão relacionados; "Está chovendo" pode ser evidente para alguém que esteja na rua, mas não para alguém dentro de um quarto sem janelas.

Eis as demais traduções:

Não seria razoável que você acreditasse que A	=	~R$\underline{v}$:A
É obrigatório que você não acredite que A	=	O~$\underline{v}$:A
Seria razoável que você não adotasse uma posição em relação a A	=	R(~$\underline{v}$:A • ~$\underline{v}$:~A)
É evidente para você que se A então B	=	O$\underline{v}$:(A ⊃ B)
Se é evidente para você que A, então é evidente para você que B	=	(O$\underline{v}$:A ⊃ O$\underline{v}$:B)
Você não deve combinar acreditar que A com acreditar que não-A	=	O~($\underline{v}$:A • $\underline{v}$:~A)

Uma vez que "O" e "R" se agregam apenas a imperativos, "Ou:A" e "Ru:A" não são fbfs.

Podemos quase definir "conhecimento" desta simples maneira:

Conhecimento	=	*crença verdadeira evidente*
Você sabe que A	=	A é evidente para você, A é verdadeiro, e você acredita que A.
vSA	=	(O<u>v</u>:A • (A • v:A))

Saber exige mais do que uma mera crença verdadeira; se você acha certo, você não tem conhecimento, mas apenas crença verdadeira. O conhecimento deve estar bem fundamentado; ele tem que ser mais que apenas *razoável* (permitido pela evidência), ele tem que ser *evidente* (exigido pela evidência). A afirmação de que *conhecimento* é *crença verdadeira evidente* é plausível. Mas existem casos (como o exemplo 10 da Seção 13.6b) nos quais podemos ter um, mas não ter o outro. Então, essa definição de "conhecimento" é imperfeita; mesmo assim, ela ainda é uma aproximação útil.

13.5a Exercício – também LogiCola N (RM & RT)

Traduza estas sentenças em português para fbfs. Quando um exemplo afirmar que uma crença é evidente ou razoável, mas não afirmar *para quem*, assuma que seja evidente ou razoável *para você*.

Você deve querer que Al se sente.	O<u>v</u>:S<u>a</u>

Podemos parafrasear a sentença como "É obrigatório que você diga a si mesmo 'Eu gostaria que Al se sentasse'".

1. Você deve acreditar que Al está sentado.
2. É evidente para você que Al está sentado.
3. É razoável para você acreditar que Al deveria se sentar.
4. A crença em Deus é razoável (para você). [D]
5. Para todas as pessoas, a crença em Deus não é razoável.
6. Não é razoável para você acreditar que, para todas as pessoas, a crença em Deus não é razoável.
7. Acreditar em Deus é razoável apenas se a proposição "Existe um Deus" é logicamente consistente.
8. Você não deve combinar acreditar que exista um Deus com não acreditar que a proposição "Existe um Deus" é logicamente consistente.
9. Você não deve combinar acreditar que você deve fazer A com não agir para fazer A.
10. Você sabe que x=x. [Use a definição imperfeita de conhecimento dada anteriormente.]

11. Se o agnosticismo é razoável, então o teísmo não é evidente. [Agnosticismo = não acreditar que D e não acreditar não-D; teísmo = acreditar que D.]
12. Você tem uma crença verdadeira de que A. [Você acredita que A, e é verdade que A.]
13. Você acredita erroneamente que A.
14. Seria impossível que você acreditasse erroneamente que A.
15. A é evidente para você, se e somente se fosse impossível que você acreditasse erroneamente que A. [Esta ideia é atraente, mas leva facilmente ao ceticismo.]
16. É logicamente possível que você tenha uma crença A que é evidente para você e, não obstante, falsa.
17. É evidente para todos que, se eles duvidam, então eles existem. [Dx, Ex]
18. Se A implica B, e B não é razoável, então A não é razoável.
19. É permissível que você faça A, só se você quiser que todos façam A.
20. Se você quer que X faça A para você, então você deve fazer A a X. [Usar Axy. Esse e o próximo são versões da regra de ouro.]
21. Você não deve combinar agir para fazer A a X com querer que X não faça A para você.
22. É necessário que, se você sente dor, então é evidente para você que você está sentindo dor.
[Usar Dx. Isso afirma que "estou sentindo dor" é uma crença autojustificável. Muitos pensam que existem dois tipos de crença autojustificável: as oriundas da experiência (como nesse exemplo) e as da razão (como no exemplo seguinte).]
23. É necessário que, se você acredita que x=x, então é evidente para você que x=x. [Talvez acreditar que "x=x" implique compreendê-lo, e isso o torna evidente.]
24. Se você não tem nenhuma razão para duvidar de suas percepções e é evidente para você acreditar que vê um objeto vermelho, então é evidente para você que existe um objeto real vermelho. [Usar Dx para "x tem razão para duvidar de suas percepções", Vx para "x vê um objeto vermelho", e R para "Existe um objeto real vermelho". Roderick Chisholm alegou que precisamos de princípios comprobatórios como este (mas mais complexos) para mostrar como crenças sobre objetos externos são baseadas em crenças sobre percepções.]
25. Se você não tem nenhuma razão para duvidar da sinceridade de Jenny e é evidente para você que ela apresenta um comportamento de dor, então é evidente para você que Jenny sente dor. [Usar Dx, Cx, Sx, j. Isso exemplifica um princípio comprobatório de conhecimento sobre outras mentes.]

13.6 Provas de racionalidade

Provas deônticas de crenças, por não exigirem novas regras de inferências, usam frequentemente prefixos de mundo complexos como "Dv" ou "Dvv". Eis uma prova do princípio de consciência, "Você não deve combinar *acreditar* que é errado que você faça A com *agir* para fazer A":

```
     [ ∴ O~(v:O~Av • v:Av)   Válido
*  1 ┌ass: ~O~(v:O~Av • v:Av)
*  2 │ ∴ R(v:O~Av • v:Av) {de 1}
*  3 │ D ∴ (v:O~Av • v:Av) {de 2}
   4 │ D ∴ v:O~Av {de 3}
   5 │ D ∴ v:Av {de 3}
   6 │ Dv ∴ O~Av {de 4}
   7 │ Dv ∴ Av {de 5}
   8 └ Dv ∴ ~Av {de 6}
   9 ∴ O~(v:O~Av • v:Av)
        {de 1; 7 contradiz 8}
```

Chegamos até a linha 5 utilizando regras proposicionais e deônticas.

As linhas 6 e 7 seguem utilizando a regra B+. Aqui nós escrevemos prefixos de mundo de crença "v" após o prefixo de mundo deôntico "D" usado nas linhas 4 e 5; o mundo Dv é um mundo de crenças de v que depende do que o mundo deôntico D diz a v para aceitar.

Logo chegamos a uma contradição.

"O~(v:O~Av · v:Av)" é um **princípio ético formal** – um princípio ético que pode ser formulado usando as noções abstratas de nosso sistema lógico além de variáveis (como "v" e "A") válidas para qualquer pessoa ou ação. O próximo capítulo focará em outro princípio ético formal – a regra de ouro.

13.6a Exercício – também LogiCola O (R & M)

Diga se é válido (e dê uma prova) ou inválido (não é necessário dar uma refutação).

```
Rv:O(A • B)
∴ Rv:OA
```

(Se você puder seguir este exemplo, você não precisará temer provas envolvendo prefixos de mundo complexos.)

```
   1    Rv:O(A • B)          Válido
       [ ∴ Rv:OA
*  2   ┌ass: ~Rv:OA
   3   │ ∴ O~v:OA {de 2}
   4   │ D ∴ v:O(A • B)  {de 1}
*  5   │ D ∴ ~v:OA  {de 3}
*  6   │ Dv ∴ ~OA  {de 5}
   7   │ Dv ∴ O(A • B)  {de 4}
*  8   │ Dv ∴ R~A  {de 6}
   9   │ DvDD ∴ ~A  {de 8}
  10   │ DvDD ∴ (A • B)  {de 7}
  11   └ DvDD ∴ A  {de 10}
  12  ∴ Rv:OA {de 2; 9 contradiz 11}
```

1. $\Box(A \supset B)$
   $\sim R\underline{v}{:}B$
   $\therefore \sim R\underline{v}{:}A$

2. $O\sim\underline{v}{:}A$
   $\therefore O\underline{v}{:}\sim A$

3. $R(\sim\underline{v}{:}A \bullet \sim\underline{v}{:}\sim A)$
   $\therefore \sim O\underline{v}{:}A$

4. $R\underline{v}{:}\sim A$
   $\therefore R\sim\underline{v}{:}A$

5. $O\underline{a}{:}(C \bullet D)$
   $\therefore O\underline{b}{:}C$

6. $\therefore O\sim(\underline{v}{:}A \bullet \sim\underline{v}{:}\Diamond A)$

7. $\therefore (R\underline{v}{:}A \supset \Diamond A)$

8. $\Box(A \supset B)$
   $\therefore (R\sim\underline{v}{:}B \supset R\underline{v}{:}\sim A)$

9. $R\underline{v}{:}OA\underline{v}$
   $\therefore R\underline{v}{:}\Diamond A\underline{v}$

10. $O\underline{v}{:}(A \supset OB\underline{v})$
    $\therefore \sim(\underline{v}{:}A \bullet \sim\underline{v}{:}B\underline{v})$

13.6b Exercício – também LogiCola O (R & M)

Primeiro avalie intuitivamente. Em seguida, traduza em lógica e diga se é válido (e dê uma prova) ou inválido (não é preciso dar uma refutação). Use D para "existe um Deus" e v para "você". Quando um exemplo afirma que uma crença é evidente ou razoável, mas não afirma *para quem*, assuma que isso significa que é evidente ou razoável *para você*.

1. O teísmo é evidente.
   ∴ O ateísmo não é razoável. [Teísmo = acreditar que D; Ateísmo = acreditar que não D.]

2. O teísmo não é evidente.
   ∴ O ateísmo é razoável.

3. ∴ Você não deve combinar *acreditar* que você deve fazer A com *não agir* para fazer A.

4. ∴ Se você acredita que deve fazer A, então você deve fazer A.

5. "Todos os homens são dotados por seu Criador de certos direitos inalienáveis" é evidente. "Todos os homens são dotados pelo Criador de certos direitos inalienáveis" implica "existe um Criador".
   ∴ "Existe um Criador" é evidente. [Usar D e C. As primeiras linhas da Declaração de Independência dos Estados Unidos alegam D como autoevidente.]

6. Seria razoável para você acreditar que A é verdadeiro.
   Seria razoável para você acreditar que B é verdadeiro.
   ∴ Seria razoável para você acreditar que A e B são ambos verdadeiros.

7. "Se eu estou alucinando, os objetos físicos não são como me parecem" é evidente para mim.
   Não é evidente para mim que eu não estou alucinando.
   ∴ Não é evidente para mim que os objetos físicos sejam como me parecem. [Usar A, P e e. Este argumento para o ceticismo é essencialmente extraído de Descartes.]

8. "Se eu estou alucinando, os objetos físicos não são como me parecem" é evidente para mim. Se eu não tenho nenhuma razão especial para duvidar de minhas percepções, então é evidente para mim que os objetos físicos são como me parecem.
   Eu não tenho nenhuma razão especial para duvidar de minhas percepções.
   ∴ É evidente para mim que eu não estou alucinando. [Usar A, P, D, e e. Esta é a resposta de John Pollock para o argumento anterior.]

9. É evidente para você que adotar este meio é necessário para alcançar este fim.
   "Alcançar este fim" implica "Se tomar este meio é necessário para alcançar este fim, então, adote este meio".
   ∴ Você não deve combinar querer alcançar este fim com não agir para adotar este meio. [Use N para "Adotar este meio é necessário para alcançar este fim", F para "Você alcança este fim", M para "Você adota este meio", e v.]

10. Al acredita que Smith possui um Ford.
    É evidente para Al que Smith possui um Ford.
    Smith não possui um Ford.
    Smith possui um Chevy.
    Al acredita que Smith possui um Ford ou um Chevy.
    Al não sabe que Smith possui um Ford ou um Chevy.
    ∴ Al tem uma crença verdadeira evidente de que Smith possui um Ford ou um Chevy, mas Al não sabe que Smith possui um Ford ou um Chevy. [Use a para "Al", F para "Smith possui um Ford", C para "Smith possui um Chevy", e S para "Al sabe que Smith possui um Ford ou um Chevy". Esse argumento de Edmund Gettier ataca a definição de *conhecimento* como *crença verdadeira evidente*.]

11. É evidente para você que, se é certo que você bata em Al, então é certo que Al bata em você.
    ∴ Não combine agir para bater em Al com acreditar que seria errado que Al batesse em você. [Usar Bxy, v, e a. A premissa é normalmente verdadeira, mas poderia ser falsa se você e Al estivessem em situações diferentes (talvez seja preciso bater em Al para livrá-lo de um alimento com o qual ele esteja engasgando). A conclusão se assemelha à regra de ouro.]

12. ∴ É razoável querer que A seja feito, apenas se é razoável acreditar que A seja certo.

13. É evidente que A é verdadeiro.
    ∴ A é verdadeiro.

14. É razoável combinar acreditar que exista um Deus perfeito com acreditar que T.
    T implica que exista mal no mundo.
 ∴ É razoável combinar acreditar que exista um Deus perfeito com acreditar que exista mal no mundo. [Usar D, T, e E. Aqui, T (de "teodiceia") é uma explicação razoável por que Deus permite o mal. T pode dizer: "O mundo possui o mal porque Deus, que é perfeito, quer que nós façamos escolhas significativamente livres para lutar que um mundo incompleto vá em direção à realização de sua plenitude; o mal moral provém do abuso da liberdade humana e do mal físico do estado incompleto do mundo".

15. É evidente para você que, se existem obrigações morais, então existe livre-arbítrio.
 ∴ Não combine aceitar que existam obrigações morais com não aceitar que exista livre-arbítrio. [O, L]

16. O teísmo é razoável.
 ∴ O ateísmo não é razoável.

17. O teísmo é evidente.
 ∴ O agnosticismo não é razoável. [Agnosticismo = não acreditar que D e não acreditar que não D.]

18. ∴ É razoável para você acreditar que Deus exista, apenas se "Deus existe" é consistente. [A lógica de crenças considera uma crença como "razoável" apenas se *de fato* ela é consistente. Em um sentido mais subjetivo, alguém poderia "razoavelmente" acreditar em uma proposição que é razoavelmente, mas incorretamente, levada a ser consistente.]

19. ∴ Se A não é razoável, então não acredite que A.

20. Você não deve combinar aceitar A com não aceitar B.
 ∴ Se você aceitar A, então aceite B.

21. ∴ Você não deve combinar querer que A não seja feito com acreditar que A seria certo.

22. É razoável não acreditar que exista um mundo exterior.
 ∴ É razoável acreditar que não exista mundo exterior. [M]

23. É razoável acreditar que A deve ser feito.
 ∴ É razoável querer que A seja feito.

24. ∴ Ou o teísmo é razoável ou o ateísmo é razoável.

25. É evidente para você que, se o telefone está tocando, então você deve atendê-lo.
 É evidente para você que o telefone está tocando.
 ∴ Aja no imperativo "Atenda ao telefone". [T, Ax]

26. A implica B.
 Acreditar que A seria razoável.
 ∴ Acreditar que B seria razoável.

27. O ateísmo não é evidente.
 ∴ O teísmo é razoável.

28. O ateísmo não é razoável.
 O agnosticismo não é razoável.
 ∴ O teísmo é evidente.

29. A implica B.
 Você aceita A.
 Não é razoável para você aceitar B.
 ∴ Não aceite A, e não aceite B.

30. Seria razoável para qualquer um acreditar que A.
 ∴ Para todas as pessoas seria razoável acreditar que A. [Imagine uma questão controversa, onde todos têm a mesma evidência. Poderia ser mais razoável para a comunidade discordar? Se assim fosse, as premissas desse argumento poderiam ser verdadeiras, mas a conclusão, falsa.]

13.7 Um sistema sofisticado

O sistema de lógica de crenças que nós desenvolvemos é simplificado de três maneiras. Esboçaremos agora um sistema mais sofisticado.

Primeiro, nosso princípio "Uma pessoa deve ser consistente" requer qualificação. Em grande parte, nós temos um dever de sermos consistentes. Mas, uma vez que "deve" implica "pode", esse dever é anulado quando somos incapazes de ser consistentes; tal incapacidade pode provir de confusões emocionais ou de nossa incapacidade de apreender inferências complexas. E a obrigação de ser consistente pode ser substituída por outros fatores; se o Dr. Mau fosse destruir o mundo a menos que nós fôssemos inconsistentes em algum aspecto, então nosso dever de sermos consistentes certamente seria substituído. E o dever de ser consistente se aplica, quando é o caso, somente a pessoas; pois nossos princípios até então implicariam que as pedras e as árvores também teriam o dever de ser consistentes.

Por essas razões, seria melhor qualificar nosso princípio "Uma pessoa deve ser consistente" como na seguinte formulação:[5]

Se X é uma pessoa capaz de ser consistente em determinado sentido, apreende (ou deveria apreender) as relações lógicas envolvidas, e, sendo consistente nesse sentido, não haveria consequências desastrosas, então X deve ser consistente nesse sentido.

Abreviemos a qualificação na caixa ("X é ...") para "Px". Então, poderemos reformular nossas regras de inferência ao adicionar a premissa "Px" necessária:

B+	$\underline{x}$:A, Px → x ∴ A, use qualquer sequência de x's	B-	~$\underline{x}$:A, Px → x ∴ ~A, use uma *nova* sequência de x's

Agora, precisaríamos de uma premissa "Px" para aplicar uma dessas regras. Se fizéssemos essas mudanças, teríamos que qualificar a maioria dos nossos argumentos com uma premissa como "Pv" – ou então os nossos argumentos seriam inválidos.

Um segundo problema é que o nosso sistema pode provar um questionável *princípio de conjuntividade*:

Você não deve combinar acreditar em A e acreditar em B e não acreditar em (A • B).	O~(($\underline{v}$:A • $\underline{v}$:B) • ~$\underline{v}$:(A • B))

Isso leva a resultados questionáveis no "paradoxo da loteria". Suponha que seis pessoas possuem a mesma chance de ganhar na loteria. Você sabe que uma das seis ganhará; mas, para qualquer uma das seis, a probabilidade de ganhar é desfavorável. Presumivelmente, seria razoável que você aceitasse os enunciados 1 a 6 sem aceitar também o enunciado 7 (que afirma "Nenhuma das seis ganhará"):

1. A pessoa 1 não ganhará.
2. A pessoa 2 não ganhará.
3. A pessoa 3 não ganhará.
4. A pessoa 4 não ganhará.
5. A pessoa 5 não ganhará.
6. A pessoa 6 não ganhará.
7. A pessoa 1 não ganhará, a pessoa 2 não ganhará, a pessoa 3 não ganhará, a pessoa 4 não ganhará, a pessoa 5 não ganhará, e a pessoa 6 não ganhará.

[5] A Seção 2.3 de meu livro *Formal Ethics* (London: Routledge, 1996) possui qualificações adicionais.

Mas diversos usos de nosso princípio de conjuntividade implicariam que alguém não deve aceitar os enunciados 1 a 6 sem aceitar também sua conjunção 7. Logo, o princípio de conjuntividade, que é demonstrável usando nossas regras B+ e B-, às vezes leva a resultados questionáveis.

Eu não estou totalmente convencido de que é razoável aceitar os enunciados 1 a 6, mas não aceitar 7. Se *é* razoável, então nós temos que rejeitar o princípio de conjuntividade; isso nos forçaria a modificar nossas ideias em relação a qual tipo de consistência é desejável. Denominemos o ideal de "crente completamente consistente" definido na Seção 13.2 como *consistência ampla*. Talvez devêssemos nos empenhar, não pela consistência ampla, mas pela *consistência estrita*. Para explicar isso, seja S o conjunto não vazio de indicativos e imperativos que X aceita, então:

X é *amplamente consistente* exatamente se:

- o conjunto S for logicamente consistente, e
- X aceitar qualquer coisa que se siga do conjunto S.

X é *estritamente consistente* exatamente se:

- todos os pares de itens do conjunto forem logicamente consistentes, e
- X aceitar qualquer coisa que se siga de qualquer um dos itens do conjunto S.

Acreditar nos seis enunciados da loteria, mas não em sua conjunção, é estritamente consistente, mas não amplamente consistente.

Para as nossas regras espelharem o ideal de consistência estrita, precisaríamos de uma cláusula adicional na regra B +: "O prefixo de mundo na linha derivada não pode ter ocorrido mais do que uma vez nas linhas anteriores". Com essa modificação, apenas alguns poucos exemplos neste capítulo deixariam de ser demonstráveis. E muitos deles ainda podem ser recuperados pela adição de uma premissa de conjuntividade adicional como a seguinte (que em muitos casos seria verdadeira):

Você não deve combinar acreditar em A e acreditar em B e não acreditar em (A • B).	$O\sim((\underline{v}:A \bullet \underline{v}:B) \bullet \sim\underline{v}:(A \bullet B))$

A conjuntividade presumivelmente falha apenas em alguns raros casos semelhantes ao da loteria.

O terceiro problema é que temos traduzido os dois enunciados seguintes da mesma forma, como "$O\underline{v}:A$", ainda que eles não signifiquem exatamente o mesmo:

"Você deve acreditar que A". "A é evidente para você".

Suponha que você tem a obrigação de confiar na sua esposa e dar a ela o benefício da dúvida razoável. Pode ser que você *deva acreditar* no que ela diz, mesmo que as evidências não sejam tão fortes para tornar essa crença *evidente*. Portanto, há uma diferença entre "deve acreditar" e "evidente". Assim, pode ser melhor usar um símbolo diferente (talvez "O*") para significar "evidente":

O$\underline{v}$:A	=	Você deve acreditar que A.
	=	Considerando todas as coisas, você deve acreditar que A.
O*$\underline{v}$:A	=	A é evidente para você.
	=	No que diz respeito a considerações intelectuais (incluindo suas experiências), você deve acreditar que A.

"O" é um "deve" considerando-todas-as-coisas, enquanto "O*" é um "deve" *prima facie* que considera apenas a base intelectual para a crença. Se adicionamos "O*" para o nosso sistema, precisaremos de regras de inferência deônticas correspondentes para ele. Uma vez que "O*$\underline{A}$" é um deve *prima facie*, isso não implicaria o imperativo correspondente ou comprometeria alguém a agir; então, teríamos de enfraquecer a regra para cortar "O*" de modo que não pudéssemos derivar "$\underline{v}$:A" de "O*$\underline{v}$: A".

Esses refinamentos superariam os problemas, mas tornariam nosso sistema muito mais difícil de usar. Raramente precisamos dos refinamentos. Então, nós manteremos a lógica de crenças ingênua de seções anteriores como o nosso "sistema oficial" e construiremos sobre ela o próximo capítulo. Mas estaremos conscientes de que esse sistema em diversos aspectos é muito simplificado. Se e quando o sistema ingênuo nos der resultados questionáveis, poderemos recorrer ao sistema sofisticado para esclarecer as coisas.

Capítulo 14

UMA TEORIA ÉTICA FORMALIZADA

Este capítulo fornece uma formulação lógica precisa de uma teoria ética, uma que pressupõe ideias de Immanuel Kant e R. M. Hare.[1] Isso fornece um exemplo de como utilizar sistemas lógicos para formalizar visões filosóficas mais amplas. Como no capítulo sobre lógica de crenças, sistematizaremos *normas consistentes*. Mas agora nossas normas serão mais fortes e apresentarão uma versão da regra de ouro ("Trate os outros como você quer ser tratado").

Consideraremos primeiro a racionalidade prática em termos gerais, destacando o papel de consistência. Depois focaremos em um princípio de consistência: a regra de ouro. Depois de ver problemas com a enunciação, formularemos uma regra melhor e daremos um argumento intuitivo para ela. Acrescentaremos então um maquinário (símbolos e regras de inferência) para formalizar essas ideias. Finalizaremos por dar uma prova formal da regra de ouro em símbolos lógicos.

14.1 Racionalidade prática

Da mesma forma que forças não racionais (como influências culturais e emocionais) possuem um papel em nosso pensamento moral, forças racionais podem também ser importantes. Aqui distinguirei três dimensões centrais de racionalidade prática: entendimento factual, imaginação e consistência.

Entendimento factual requer que saibamos os fatos do caso: circunstâncias, alternativas, consequências e assim por diante. À medida que estejamos mal informados ou ignorantes, nosso pensamento moral

[1] Para uma descrição completa de minha abordagem, veja meu *Formal Ethics* (London: Routledge, 1996) ou meu *Ethics: A Contemporary Introduction*, 2ª ed. (New York: Routledge, 2011). Veja também de Immanuel Kant *Groundwork of the Metaphysics of Morals* (New York: Harper & Row, 1964) e de R. M. Hare *Freedom and Reason* (New York: Oxford University Press, 1963).

é falho. Certamente, não podemos nunca saber *todos* os fatos; e com frequência não temos tempo de pesquisar um problema e devemos agir rapidamente. Mas podemos agir com maior ou menor conhecimento. *Ceteris paribus*, um juízo mais informado é um juízo mais racional.

Também precisamos entender a nós mesmos, e como nossos sentimentos e crenças morais se originaram; isso é importante porque podemos em alguma extensão neutralizar nossos viéses se compreendemos sua origem. Por exemplo, algumas pessoas são hostis em direção a um grupo porque isso lhes foi ensinado quando elas eram jovens. Suas atitudes podem mudar se elas compreederem a fonte de sua hostilidade e ampliar sua experiência; desse modo, então, suas atitudes são menos racionais, já que elas existem devido a uma falta de autoconhecimento e experiência.

Imaginação (inversão de papéis) é uma consciência vívida e acurada de como seria estar no lugar daqueles afetados por nossas ações. Isso difere de simplesmente conhecer fatos. Então, ao lidar com pessoas pobres, além de conhecer os fatos sobre elas, também precisamos apreciar e prever o que esses fatos significam para suas vidas; filmes, literatura e experiência pessoal podem ajudar a visualizar a vida de outrem. Também precisamos apreciar consequências futuras de nossas ações sobre nós mesmos; saber que drogas terão um efeito prejudicial em nós difere de ser capaz de imaginar esses efeitos de uma maneira vívida e acurada.

Consistência exige uma coerência entre nossas crenças, entre nossos fins e meios, e entre nossos juízos morais e como vivemos; ela também, como argumentarei, inclui a consistência da regra de ouro – que não agimos em direção a outro de uma maneira que não queremos ser tratados em uma mesma situação. O resto deste capítulo focará em consistência; como um lógico, tenho mais a dizer sobre essa dimensão. Apelos a consistência em ética são frequentemente dúbios; meu objetivo é clarear e defender normas de consistência. Mas mantenha em mente que precisamos de todas as dimensões de racionalidade moral trabalhando junto para que nosso pensamento prático seja inteiramente razoável.

Racionalidade holística inclui todos esses aspectos de racionalidade, e outros que eu não mencionei. Um termo mais tradicional é "sabedoria prática". Somos "racionais" (ou "sábios") em nossas crenças éticas na medida em que satisfazemos uma variedade de considerações. Somente Deus (sabendo de tudo, imaginando vividamente a vida interna de cada pessoa, sendo consistente em todas as maneiras e assim por diante) pode satisfazê-las completamente. Nós humanos achamos racionalidade prática difícil e satisfazemos seus requerimentos apenas em menor ou maior grau.

Para dramatizar o problema de racionalidade prática, imaginemos que você foi criado em uma sociedade racista que praticou nazismo,

escravização ou *apartheid*. Suponha que normas racistas foram inseridas em suas intuições morais; então, devido a seu treinamento, parecia "intuitivamente óbvio" a você que era correto brancos escravizarem negros, mas não vice-versa.

Consideremos casos paralelos em outras áreas. Suponha que sua sociedade lhe ensinou que havia um maior número primo ou que a Terra era plana. Você poderia em princípio utilizar sua inteligência para criticar essas crenças. Existe um bom argumento que remonta a Euclides que não existe um maior número primo (veja problema 14, Seção 7.1b); e existem sinais indiretos de que a Terra é redonda, ou você poderia construir uma nave espacial e ir ao espaço olhar para a Terra. Na prática, poucas pessoas terão a independência, energia e inteligência de perseguir tais ideias; mas eventualmente alguém irá e a palavra espalhará. O caso da moralidade é similar.

Para que a racionalidade critique normas racistas inerentes, são necessárias as coisas que mencionamos anteriormente: *precisão factual* (compreender fatos sobre raça e como as vítimas sofrem), *imaginação* (inversão de papéis: visualizar como seria para nós e nossas famílias ser tratados de maneira similar) e *consistência* (especialmente a regra de ouro, que nos diz para tratar os outros somente da mesma maneira que gostaríamos de ser tratados na mesma situação). Historicamente, pessoas que criticaram normas racistas com frequência apelaram à regra de ouro e a esses outros fatores.

14.2 Consistência

A consistência por si mesma possui diversas dimensões. Essas incluem consistência entre crenças, entre finalidades e meios, e entre nossos juízos morais e como vivemos. Nosso capítulo sobre lógica de crenças abordou essas três normas de consistência:[2]

Logicalidade: Evite inconsistência em crenças.

Consistência meio-fim: Mantenha seus meios em consistência com seus fins.

Consciência: Mantenha suas ações, resoluções e desejos em harmonia com suas crenças morais.

Nossa lógica de crenças contém normas de *logicalidade* que proíbem crenças inconsistentes:

[2] Notamos no final do último capítulo que deveres de consistência requerem qualificadores como "desde que você seja capaz de ser consistente dessas maneiras e nenhum desastre ocorra de fazer isso...". Isso também se aplica à regra de ouro. Consideraremos tal qualificador como implícito a partir de agora.

$(\sim\Diamond(A \bullet B) \supset \sim(\underline{u}{:}A \bullet \underline{u}{:}B))$ = Não combine crenças inconsistentes.
= Se A é inconsistente com B, então não combine *acreditar* em A com *acreditar* em B.

$(\Box(A \supset B) \supset \sim(\underline{u}{:}A \bullet \sim\underline{u}{:}B))$ = Não acredite em algo sem acreditar no que segue desse algo.
= Se A implica logicamente B, então não combine *acreditar* em A com *não acreditar* em B.

Com frequência apelamos a tais coisas quando argumentamos sobre ética. Você diz que tal e tal é errado, e eu pergunto por que. Você responde com um argumento que consiste de um premissa factual, uma premissa moral e uma conclusão moral. A premissa factual é contestável no campo da precisão factual. A premissa moral é contestável no campo de consistência; buscamos por casos onde você rejeitaria as implicações de seus próprios princípios (talvez casos nos quais os princípios se aplicam a como devemos tratá-lo).

Aqui um exemplo concreto. Quando eu tinha dez anos de idade, ouvi um racista argumentar dessa forma: "Negros devem ser maltratados, pois eles são inferiores". Como podemos responder? Devemos contestar a premissa factual do racista e dizer "Todas as raças são iguais"? Ou devemos combater nossos próprios princípios morais e dizer "Pessoas de todas as raças devem ser tratadas igualmente?" Ambas as estratégias levarão igualmente a um impasse, onde o racista tem sua visão e você tem a sua, e nenhum lado convence o outro.

Ao invés, sugiro que formulemos o argumento do racista claramente e então o vejamos explodir em sua face. Primeiro precisamos clarear o que o racista significa por "inferior". É "ser inferior" uma questão de QI, educação, riqueza, força física ou o quê? Suponha que definimos "inferior" como "tendo QI menor que 80". Já que a conclusão do racista é sobre como *todos* os negros devem ser tratados, suas premissas também têm que utilizar "todo". Então seu argumento segue:

Todo negro tem um QI menor que 80.
Todos que têm um QI menor que 80 deve ser maltratado.
∴ Todos os negros devem ser maltratados.

Na medida em que isso é válido, podemos facilmente apelar à acurácia factual contra a premissa 1 e à consistência contra a premissa 2. Quanto à consistência, podemos perguntar ao racista se ele aceita o que sua premissa 2 implica logicamente sobre brancos:

Todos que têm um QI menor que 80 devem ser maltratados.
∴ Todos os *brancos* que têm QI menor que 80 devem ser maltratados.

O racista não aceitará essa conclusão. Mas então ele inconsistentemente acredita em uma premissa, mas se recusa a acreditar no que segue dela. Para restaurar consistência, ele deve ou desistir de seus princípios ou então aceitar suas implicações sobre brancos. Seria muito difícil para o racista reformular seu argumento para evitar tais objeções; ele precisa de alguns critérios que dividam as raças (como QI não o faz) e que ele aplique consistentemente (incluindo às pessoas de sua própria raça).

Apelar à consistência em crenças é frequentemente útil em disputas morais. O apelo é poderoso, já que ele presume premissas morais materiais (que a outra parte pode rejeitar), mas somente aponta problemas no sistema de crenças de uma pessoa. Mas às vezes, certamente, consistência não faz o trabalho por si mesmo e precisamos de outras maneiras de levar o argumento adiante.

Nossa lógica de crenças pode provar esse argumento de *consistência meio-fim* (problema 3 da Seção 13.4b):

$\Box(\underline{E} \supset (N \supset \underline{M}))$	"Alcançar este fim" implica "Se tomar este meio é preciso para alcançar este fim, então tomamos este meio".
$\therefore \sim((\underline{u}{:}\underline{E} \bullet \underline{u}{:}N) \bullet \sim\underline{u}{:}\underline{M})$	∴ Não combine (1) *querer* alcançar este fim e (2) *acreditar* que tomar este meio é preciso para alcançar este fim e (3) *não agir* para tomar este meio.

É fácil violar a conclusão. Muitos querem perder peso e acreditam que comer menos é preciso para fazer isso; contudo, eles não tomam o passo de comer menos. Quando violamos a consistência meio-fim, falhamos em nossa racionalidade. Pessoas de todas as culturas reconhecem isso implicitamente, caso contrário elas não sobreviveriam.

Podemos incorporar a consistência meio-fim inteiramente em nosso sistema se adicionarmos o símbolo "$\boxed{c}$" para "É casualmente necessário que".[3] Então podemos traduzir "Tomar este meio é preciso para alcançar este fim" como "$\boxed{c}(\sim M \supset \sim E)$" ("É casualmente necessário que, se você não tomar este meio, então você não alcançará este fim"); nossa premissa acima seria então "$\Box(\underline{E} \supset (\boxed{c}(\sim M \supset \sim E) \supset \underline{M}))$". Se acrescentarmos regras de inferência para provar essa premissa, então esta forma da conclusão seria passível de ser provada por si mesma:

[3] Para mais sobre "$\boxed{c}$" e sobre a lógica de necessidade causal, veja as páginas 337-478 de *Chance, Cause, Reason* de Arthur Burks (Chicago: University of Chicago Press, 1977).

$$\sim((\underline{u}{:}E \bullet \underline{u}{:}\boxed{C}(\sim M \supset \sim E)) \bullet \sim\underline{u}{:}\underline{M})$$

Não combine (1) *querer* alcançar este fim e (2) *acreditar* tomar este meio é necessário para alcançar este fim e (3) *não agir* para tomar este meio.

Mesmo que tudo isso seja fácil de fazer, nós não vamos fazê-lo aqui.

Nossa lógica de crenças também pode provar princípios de consciência que prescrevem harmonia entre nossas crenças morais e o modo como vivemos. Segue outro exemplo:

$$\sim(\underline{u}{:}O\sim A\underline{u} \bullet \underline{u}{:}A\underline{u}))$$

Não combine *acreditar* que é errado para você fazer A com *agir* para fazer A.

Esse é um **princípio formal ético** – um princípio ético que pode ser formulado utilizando noções abstratas de nossos sistemas lógicos mais variáveis (como "u" e "A") que denotam qualquer pessoa e ação. Todos os nossos requerimentos de consistência são *formais* nesse sentido.

Seguem outros três requerimentos de consistência formal:

Imparcialidade: Faça avaliações similares sobre ações similares, indiferentemente dos individuais envolvidos.

Regra de ouro: Trate os outros somente como você consente em ser tratado da mesma maneira.

Fórmula de lei universal: Aja somente como você queira que qualquer pessoa aja na mesma situação – indiferentemente das variações imaginadas de tempo ou pessoa.

Acrescentaremos um maquinário para todas as três, mas principalmente à regra de ouro.

14.3 A regra de ouro

A regra de ouro (RO) diz "Trate as outras pessoas como você quer ser tratado". Todas as principais religiões e muitos pensadores não religiosos ensinam essa regra. Por exemplo, Jesus deu essa regra como o resumo da lei dos profetas (Mt 7,12), o rabino Hillel a utilizou para resumir a lei judaica, e Confúcio utilizou a utilizou para resumir seus ensinamentos. E a RO é importante em nossa cultura.

A regra de ouro parece clara e simples; mas essa claridade e simplicidade desaparece quando tentamos explicar o que a regra significa. Não podemos tomar a enunciação da regra literalmente. RO parece dizer que:

Regra de ouro literal (RL)
Se você quer que X faça A para você, então faça A a X.
$(u{:}A\underline{x}u \supset A\underline{u}x)$

RL frequentemente funciona bem. Suponha que você quer que Suzy seja gentil com você; então RL lhe diz para ser gentil com ela. Ou suponha que você quer que Tom não o machuque (ou roube-o, ou seja egoísta com você); então você não há de fazer essas coisas a ele. Essas aplicações parecem sensatas. Mas RL pode levar a absurdos em dois tipos de casos. Primeiro, você pode estar em *diferentes circunstâncias* de X:

- A um paciente: Se você quer que o médico remova seu apêndice, então remova o apêndice do médico.
- A um garoto violento que ama brigar: Se você quer que sua irmã brigue com você, então brigue com ela.
- A um pai: Se você não quer que seu filho o puna, então não o puna.

Segundo, você pode ter *desejos defectíveis* sobre como você há de ser tratado:

- Para alguém que deseja o ódio: Se você quer que outros o odeiem, então odeie-os.

RL leva a absurdos porque sua enunciação é defectível.[4]
Sugiro que a seguinte enunciação evitará as objeções:

Regra de ouro	RO proíbe esta combinação:
Trate os outros somente como você consente em ser tratado na mesma situação.	• Eu faço algo para o outro. • Eu não quero que isso seja feito a mim na mesma situação.

Nossa formulação tem uma forma não-combine (proibindo uma combinação) e tem você imaginando a mesma situação inversa na qual você esteja na parte do receptor da ação. Essas características evitam as objeções à "regra de ouro literal".

A cláusula de mesma-situação de RO evita o primeiro tipo de objeção. Considere este caso. Eu falo alto com meu pai (que é deficiente auditivo); mas eu não quero que ele fale alto comigo (já que minha audição

[4] Alguns sugerem que apliquemos RO somente para ações "gerais" (tal como tratar alguém com gentileza) e não a ações específicas (tal como remover o apêndice de alguém). Mas nosso último exemplo usou uma ação geral; então essa restrição não resolveria o problema.

é normal). Enquanto isso é sensato, viola a regra de ouro literal (RL). RL diz que se eu quero que meu pai fale normalmente (não alto) comigo, então essa é a maneira na qual eu devo falar com ele. RL ignora diferenças em circusntâncias. RL diz: "Se você quer que os outros o tratem em uma dada maneira em sua situação presente, então essa é a maneira na qual você deve tratá-los – mesmo se a situação deles for diferente".

Com RO eu perguntaria como eu desejo ser tratado se eu estivesse na *mesma situação* que meu pai (e fosse, portanto, deficiente auditivo). Eu desejo que, se eu estiver na mesma situação, as pessoas falem alto comigo. Então eu falarei alto com elas.

Podemos tomar "mesma" situação aqui como "exatamente similar" ou "relevantemente similar". Na primeira abordagem, eu me imaginaria *exatamente no lugar* de meu pai (com todas suas propriedades). Na segunda, eu me imaginaria tendo aquelas das suas propriedades (tal como ser deficiente auditivo) que eu acredito que são ou possam ser *relevantes* para decidir quão alto uma pessoa deve falar com ele. Ambas as abordagens funcionam bem.

A cláusula de mesma-situação é também importante para o caso do apêndice. A cláusula da mesma-situação o bloquearia, uma vez que o paciente claramente não deseja que, se ele estivesse no lugar do médico (com um apêndice saudável), que seu apêndice fosse removido por um paciente doente ignorante quanto à medicina. Ao aplicar RO, precisamos perguntar: "Eu quero que a mesma coisa seja feita à mim *na mesma situação*?"

No caso da briga, RL disse ao garoto violento para brigar com sua irmã. A cláusula de mesma – situação bloquearia isso. O garoto deveria se imaginar no lugar de sua irmã (que é aterrorizada por brigas) e perguntar: "Estou querendo que briguem comigo dessa maneira se eu estivesse em seu lugar?". Já que a resposta é "não", ele não brigaria com sua irmã.

Precisamos ser cuidadosos sobre algo mais. A RO é sobre *nossa reação presente a um caso hipotético*. Não é sobre como reagiríamos se estivéssemos no caso hipotético. Temos que colocar a primeira pergunta a seguir, não a segunda:

Desejo eu agora que, se eu estivese no lugar de X na situação inversa, então A fosse feito a mim?	Se eu estivesse no lugar de X na situação inversa, desejaria eu então que A fosse feito a mim?

A diferença nesse caso é importante, mas sutil. Deixe-me tentar clarear as coisas.

Suponha que eu tenha um filho de dois anos, o pequeno Will, que não para de colocar seu dedo nas tomadas. Tento desencorajá-lo a fazer isso, mas

nada funciona. Por fim, decido que preciso castigá-lo fisicamente quando ele fizer isso. Quero ver se posso castigá-lo fisicamente sem violar RO. Ao determinar isso, eu devo perguntar a primeira questão, não a segunda:

Desejo eu agora que, se eu estivesse no lugar de Will na situação inversa, eu fosse então castigado fisicamente?	~~Se eu estivesse no lugar de Will na situação inversa, desejaria eu então ser castigado fisicamente?~~
Essa tem "desejo que se". É sobre meu desejo adulto presente sobre um caso hipotético.	Essa tem "se" antes de "desejaria". É sobre os desejos que eu teria se fosse uma criança.

Com a primeira questão, imagino o caso na seguinte caixa:

> Eu sou uma criança de dois anos de idade. Eu coloco meus dedos na tomada, e a única coisa que me parará é uma surra. Como uma criança de dois anos de idade, não entendo eletricidade, então não desejo ser castigado fisicamente.

Como um adulto, eu digo "Eu *agora* desejo que, se eu estivesse na mesma situação, que então fosse castigado fisicamente. Eu posso acrescentar: "Eu estou grato que meus pais tenham me castigado fisicamente em tais casos, mesmo que eu não estivesse contente quando isso ocorreu". Assim, posso castigar fisicamente meu filho sem quebrar RO, já que estou querendo que eu fosse tratado da mesma maneira na mesma situação.

Por outro lado, se eu estivesse na posição de Will, e consequentemente julgasse as coisas do ponto de vista da mentalidade de uma criança de dois anos de idade, então eu não desejaria ser castigado. Isso é o que a questão riscada aborda. Se formulássemos RO utilizando isso, então eu violaria RO ao castigar Will. Mas isso é absurdo. Precisamos formular RO corretamente, em termos de minha reação presente a um caso hipotético. Eu posso satisfazer RO porque agora estou desejando (como um adulto) que eu gostaria de ter sido castigado nessa situação.

Esse ponto é sutil, mas de central importância. Se você não pegou essa ideia, sugiro que você releia os últimos parágrafos algumas vezes até que isso se esclareça.

Essa distinção é crucial quando lidamos com alguém que não é muito racional – tal como uma pessoa que está em coma, ou que é senil ou confusa. Precisamos fazer a pergunta correta:

Eu estou agora desejando que, se eu estivesse em coma, que então isso fosse feito a mim?	~~Se eu estivesse em coma, estaria eu então querendo que isso fosse feito a mim?~~

A RO é sobre nossa atitude *presente* com relação a um caso hipotético. Para utilizar RO corretamente, diga "EU ESTOU DESEJANDO QUE SE"; não diga "EU DESEJARIA QUE".

Deixe-me resumir onde estamos. Lembre-se de que a regra de ouro literal RL pode levar a absurdos em dois tipos de casos. Primeiro, você pode estar em *diferentes circunstâncias* que a outra pessoa. Podemos contornar isso incluindo a cláusula da mesma-situação e sendo cuidadosos para fazer a pergunta correta. Segundo, você pode ter *desejos defectivos* sobre como você há de ser tratado. RL pode dizer a uma pessoa com desejos defectivos fazer coisas más. Por exemplo, pode dizer a alguém que deseja o ódio odiar outras pessoas. Aqui consideraremos um caso mais simples que mostra que precisamos tomar RO não como um guia para agir, mas como prescrevendo consistência entre nossas ações (em relação a outros) e nossos desejos (sobre uma ação de situação-inversa).

Imagine este caso. Nós temos uma mina de carvão lucrativa, mas agimos errado ao pagar nossos trabalhadores uma miséria de $1 por dia. As pessoas perguntam se nós queremos receber $1 por dia na posição deles. Respondemos que "sim" e, por conseguinte, somos consistentes. Mas respondemos "sim" somente porque pensamos (incorretamente) que nossos trabalhadores podem viver toleravelmente com essa quantia. Se conhecêssemos a verdade, não responderíamos "sim". Então somos consistentes e seguimos RO, mas somente porque somos ignorantes. Precisamos corrigir nossa visão dos fatos; somente então RO pode nos mostrar nosso erro em como pagamos nossos trabalhadores.

No caso da mina de carvão, satisfazemos a consistência-RO, mas agimos erroneamente (pois estamos desinformados).[5] Isso mostra que não devemos tomar RO por si mesma como um guia infalível sobre certo e errado. Compreendido propriamente, RO não nos diz que ações específicas tomar; ao invés, ela proíbe combinações inconsistentes. Formalmente, RO é um princípio de consistência não-combine – não um se-então:

A regra de ouro proíbe esta cobinação:	Esta formulação é defectiva, já que seus desejos podem ser defectivos:
• Eu faço algo a outro. • Eu não desejo que isso seja feito a mim na mesma situação.	"Se você deseja que você seja tratado de maneira similar em circunstâncias similares, então trate outros dessa maneira."

[5] Outro exemplo é Electra ignorante, que dá a outros numerosos choques porque ela acredita que isso lhes causa prazer; ela diz "Eu quero levar choques dessa maneira no lugar deles".

Não combine agir para fazer A a X com desejar tal e tal.

~(u:Aux • ~u:...)

Vimos que outros princípios de consistência requerem essa forma *não-combine*, e que a forma *se-então* pode levar a absurdos quando temos crenças ou desejos defetivos. Então nossa formulação de RO possui três características-chave:

- uma cláusula de mesma-situação,
- uma atitude presente com relação a uma situação hipotética, e
- uma forma não-combine.

Precisamos dessas características para evitar implicações absurdas.

Suponha que eu esteja prestes a fazer algo a outro, e eu quero ver se eu posso tratar o outro dessa maneira sem violar RO. Eu me imaginaria na posição de outra pessoa que sofre a ação; e eu perguntaria "Eu estou querendo, caso eu estivesse exatamente no lugar dessa pessoa, que então isso fosse feito a mim?". Se eu faço algo a outro e ainda não desejo que isso seja feito a mim na mesma situação, então eu sou inconsistente e violo RO.

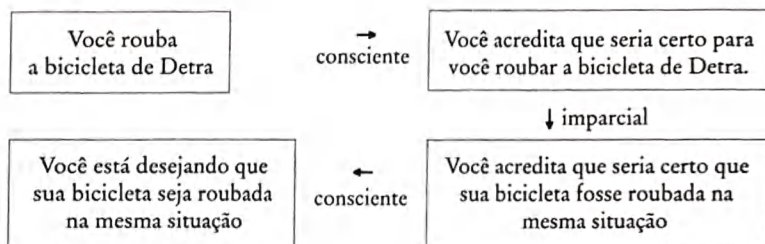
Como destaquei antes, princípios de consistência como a regra de ouro não são suficientes em si mesmos. Para aplicar RO mais racionalmente, precisamos saber como nossas ações influenciariam nossas vidas e de outros, e precisamos desenvolver e exercitar a habilidade de nos imaginar na posição do outro. Quando combinada com esses e outros elementos, RO pode ser uma ferramenta poderosa de pensamento ético.

Mas não devemos fazer declarações excessivas para a regra de ouro. Ela não fornece todas as respostas a problemas éticos. Ela não separa ações concretas em "ações corretas" e "ações erradas". Ela somente prescreve consistência: que não devemos ter nossas ações com relação a outro em desarmonia com nossos desejos (sobre uma ação situação-inversa). Apesar de suas limitações, RO é muito útil. A regra de ouro expressa uma condição racional formal que com frequência violamos.

14.4 Começando a prova de RO

Que tipo de *inconsistência* temos quando violamos a regra de ouro? Claramente não temos uma inconsistência entre crenças; o que conflita aqui não são crenças, mas ações e desejos. Mas por que é inconsistente violar RO?

Consistência em um sentido amplo é mais do que consistência lógica em crenças. Também inclui coisas como consistência entre fins e meios.

Mais importante aqui é a consistência (que eu chamo de consciência) entre nossas crenças morais e como vivemos (nossas ações, intenções e desejos) – e a consistência (que eu chamo *imparcialidade*) entre nossas avaliações de casos similares. RO é uma consequência desses dois tipos de consistência. Suponha que você seja consciente e *imparcial* nesses sentidos, e ainda queira roubar a bicicleta de Detra. Sendo consciente, você não roubará a bicicleta dele a não ser que você acredite que esse ato seja permissível (certo). Sendo imparcial, você não acredita que esse ato seja permissível a não ser que você pense que seja permissível que sua bicicleta seja roubada na mesma situação. Sendo consciente, você não pensa nisso a não ser que você esteja desejando que sua bicicleta seja roubada na mesma situação. Então se você é consciente e imparcial, então você não roubará a bicicleta de Detra a não ser que você esteja desejando que sua bicicleta seja roubada na mesma situação. Segue um diagrama:

Então, se somos conscientes e imparciais, então seguiremos RO: não faremos nada a alguém a não ser que desejemos que isso seja feito a nós na mesma situação. Então, se violamos RO, então violamos ou consciência ou imparcialidade ou ambos. Então, se assumimos que devemos ser conscientes e imparciais, então podemos *deduzir* que devemos seguir a regra de ouro.

Então RO segue dos requerimentos de ser consciente e imparcial. Mas por que consciente e imparcial? Por que se preocupar sobre consistência?

Diferentes visões podem responder diferentemente. Talvez devamos ser consistentes porque isso é inerentemente correto; nossas mentes apreendem o dever de ser consistente como o primeiro dever de um ser racional. Ou talvez aceitemos normas de consistência porque elas são comandadas por Deus, são úteis para a vida social, e concordam com como queremos viver ou promovem nosso próprio interesse (já que inconsistência traz "dissonância cognitiva" e sanções sociais). Ou talvez exigências de ser consciente e imparcial sejam condições de consistência construídas sobre linguagem moral. Vou me abstrair desses assuntos aqui e assumirei somente que existe *alguma* razão para ser consistente, em um sentido amplo que inclui ser consciente e imparcial. Não me

preocuparei sobre os detalhes. Estou tentando desenvolver normas de consistência que apelam a uma ampla gama de abordagens – mesmo que essas abordagens possam explicar e justificar normas diferentemente.

Para incorporar RO em nossa estrutura lógica, precisamos acrescentar os requerimentos de ser consciente e *imparcial*. Nossa lógica de crenças já possui parte do requerimento de consciência. Já podemos provar o imperativo análogo do primeiro passo de nosso argumento de RO:

Não aja para fazer A a X sem *acreditar* que seja certo para você fazer A a X.[5]

		[$\therefore \sim(\underline{u}{:}A\underline{u}x \bullet \sim\underline{u}{:}RA\underline{u}x)$
*	1	ass: $(\underline{u}{:}A\underline{u}x \bullet \sim\underline{u}{:}RA\underline{u}x)$
	2	$\therefore \underline{u}{:}A\underline{u}x$ {de 1}
*	3	$\therefore \sim\underline{u}{:}RA\underline{u}x$ {de 1}
*	4	$u \therefore \sim RA\underline{u}x$ {de 3}
	5	$u \therefore O\sim A\underline{u}x$ {de 4}
	6	$u \therefore A\underline{u}x$ {de 2}
	7	$u \therefore \sim A\underline{u}x$ {de 5}
	8	$\therefore \sim(\underline{u}{:}A\underline{u}x \bullet \sim\underline{u}{:}RA\underline{u}x)$ {de 1; 6 contradiz 7}

No entanto, não podemos provar o imperativo análogo do terceiro passo de nosso argumento de RO – que também lida com consciência:

> Não acredite que seria certo para X fazer A a você na mesma situação sem estar desejando que X faça A a você na mesma situação.

A parte difícil aqui é simbolizar "na mesma situação". Se por hora ignoramos isso, então o que precisamos é isto:

> Não *acredite* que seria certo para X fazer A a você sem desejando que X faça A a você.

Interpretaremos "desejar que A seja feito" como "aceitar 'A *pode* ser feito'". Aqui a permissível "A *pode* ser feito" não é outra maneira de dizer "A é certo". Ao invés, é um membro da família dos imperativos, mas mais fraco do que "Faça A", expressando somente o consentimento de alguém à ação. Simbolizaremos "A *pode* ser feito" como "M$\underline{A}$". Então podemos simbolizar o imperativo mencionado acima como segue:

$\sim(\underline{u}{:}RA\underline{u}x \bullet \sim\underline{u}{:}MA\underline{u}x)$ = Não combine (1) *acreditar* "Seria tudo bem para X dizer A a mim" com (2) *não aceitar* "X *pode* fazer A a mim."

[5] Para discussões sobre esse princípio, veja meu "Acting commits one to ethical beliefs," *Analysis* 42 (1983), páginas 40-43.

Para provar isso precisamos de um princípio como "$\Box(R\underline{A} \supset M\underline{A})$" – que diz que um juízo de permissibilidade implica a permissiva correspondente. Isso é como o princípio de prescritibilidade ("lei de Hare") discutido na Seção 12.4, que diz que juízo de obrigação implica o imperativo correspondente: "$\Box(O\underline{A} \supset \underline{A})$".[6]

Nossa maior tarefa é como simbolizar e provar os requerimentos de imparcialidade e o análogo imperativo do segundo passo do nosso argumento de RO:

Não combine (1) *acreditar* que seja tudo bem para você fazer A a X com (2) *acreditar* que seria tudo bem para X fazer A a você na mesma situação.	$\sim(\underline{u}{:}RA\underline{u}x \bullet \sim\underline{u}{:}\ldots)$

Para simbolizar isso, precisamos substituir "...". por uma fórmula que significa "seria tudo bem para X fazer A a você *na mesma situação*". E para provar isso, precisamos de uma regra de inferência que reflita universalizabilidade – que é um dos poucos princípios cuja verdade quase todos os filosófos concordam.

O *princípio de universalizabilidade* (U) diz que tudo que é correto (errado, bom, mau etc.) em um caso também seria correto (errado, bom, mau etc.) em qualquer outro caso exatamente ou relevantemete similar, indiferentemente dos indivíduos envolvidos. Aqui estão três formulações equivalentes para "certo" (formas similares funcionam para "dever"):

Universalizabilidade (U)

Se é certo para X fazer A, então seria certo para qualquer outra pessoa fazer A na mesma situação.

Se o ato A é permissível, então existe alguma propriedade universal (ou conjunção de tais propriedades) F, tal que: (1) o ato A é F, e (2) em qualquer caso atual ou hipotético, todo ato que é F é permissível.

$$(R\underline{A} \supset (\exists F)(F\underline{A} \bullet \blacksquare(\underline{X})(F\underline{X} \supset R\underline{X})))$$

[6] Para a discussão sobre este princípio "$\Box(R\underline{A} \supset M\underline{A})$", consulte meu artigo "How incomplete is prescriptivism?" *Mind* 93 (1984), pp. 103-7. Meus "$\Box(R\underline{A} \supset M\underline{A})$" e "$\Box(O\underline{A} \supset \underline{A})$" assumem que violações de, consciência envolvem uma inconsistência lógica estrita. Alguém que não aceite isso, mas que ainda pense que violações de consciência são objetáveis, poderia endossar os princípios mais fracos "$(R\underline{A} \supset M\underline{A})$" e "$(O\underline{A} \supset \underline{A})$" – e versões mais fracas de suas correspondentes regras de inferência; a prova da regra de ouro no final deste capítulo ainda assim funcionaria.

A segunda enunciação, que é mais tecnicamente precisa, utiliza a noção de uma "propriedade universal". Uma *propriedade universal* é qualquer propriedade descritível não-avaliativa sem nomes próprios (como "Gensler" ou "Cleveland") ou termos dêiticos (como "eu" ou "isto"). Deixe-me dar alguns exemplos. Suponha que eu esteja tentado a roubar o computador novo de meu vizinho Patrick. Esse ato possível possui diversas propriedades ou características; por exemplo, ele é:

- *errado* (termo avaliativo),
- um ato de roubar o computador de *Pat* (um nome próprio), e
- algo que *eu* estaria fazendo (palavra dêitica).

Esses não são universais, já que eles utilizam termos avaliativos, nomes próprios, ou palavras dêiticas. Mas o ato também possui propriedades universais; por exemplo, ele é:

- um ato de roubar um computador novo do vizinho de alguém,
- um ato cujo agente tem olhos azuis, e
- um ato que iria angustiar imensamente o dono do computador.

U diz que a moralidade de um ato depende de suas propriedades universais (como as do segundo grupo), propriedades expressíveis sem termos avaliativos, nomes próprios ou palavras dêiticas. Duas ações com as mesmas propriedades universais devem ter o mesmo status moral, indiferentemente dos indivíduos envolvidos.

Segue um importante corolário de universalizabilidade:

> U* Se é certo para você fazer A a X, então seria certo para X fazer A a você na mesma situação.
>
> = Se é certo para você fazer A a X, então, para alguma propriedade universal F, F é a descrição completa de sua-ação-A-a-X em termos universais, e, em qualquer caso atual ou hipotétio, se a-ação-A-de-X-a-você é F, então seria certo para X fazer A a você.
>
> $(RA\underline{u}x \supset (\exists F)(F^{*}A\underline{u}x \bullet \blacksquare(FA\underline{x}u \supset RA\underline{x}u)))$

U* se relaciona intimamente ao segundo passo de nosso argumento para RO.

14.5 Maquinário lógico de RO

Agora acrescentaremos maquinário lógico para formular e provar nossa versão da regra de ouro. Isso envolve acrescentar:

- letras para propriedades universais e para ações,
- "P" ("pode") para permissíveis,
- "■" ("em todo caso real ou hipotético") para casos hipotéticos, e
- "*" para a descrição completa de um ato em termos universais.

Também precisamos acrescentar regras de inferência. Essa seção se tornará complicada; você pode precisar lê-la algumas vezes para seguir o que está acontecendo.

Primeiramente, utilizaremos letras de dois novos tipos (ambas podem ser utilizadas com quantificadores):

- "F," "G," "H" e essas com linhas denotam propriedades universais de ações (incluindo conjunções dessas propriedades).
- "X," "Y," "Z" e essas com linhas denotam ações.

Esses exemplos a seguir utilizam letras para propriedades universais:

$F\underline{A}$	=	Ato A possui a propriedade universal F.
	=	Ato A é F (e.g., ato A é um ato de roubar).
$(F\underline{A} \supset \sim RA)$	=	Se ato A é um ato de roubar, então ato A é errado.
$G\underline{A}$	=	Ato A é um ato de um professor de filosofia de olhos azuis roubando uma bicicleta de um estudante empobrecido.

Traduzimos "$F\underline{A}$" como "Ato A é F" (não como "Imperativo 'Faça A' é F". Este próximo exemplo utiliza um quantificador propriedade-universal:

$(F)(F\underline{A} \equiv F\underline{B})$	=	Atos A e B possuem as mesmas propriedades universais.
	=	Para toda propriedade universal F, ato A possui a propriedade F se e somente se ato B possui a propriedade F.

Estes exemplos utilizam quantificadores de ação:

$(\exists\underline{X})F\underline{X}$	=	Algum ato possui a propriedade universal F.
	=	Para algum ato X, X possui a propriedade universal F.
$(\underline{X})(F\underline{X} \supset O\underline{X})$	=	Todo ato que é F deve ser feito.
	=	Para todo ato X, se ato X é F, então ato X deve ser feito.
$(\underline{X})(\exists F)F\underline{X}$	=	Todo ato possui propriedade universal.
	=	Para todo ato X existe alguma propriedade universal F, tal que ato X é F.

Nossos dois tipos de letras requerem duas novas regras de formação:

> 1. O resultado de escrever "F", "G", "H" ou uma dessas com linhas e depois uma fbf imperativa é ela mesma uma fbf descritiva.
> 2. O resultado de escrever "(" ou "(∃" e depois "F", "G", "H", "X", "Y", "Z" ou uma dessas com linhas e depois ")" é um quantificador.

Assuma versões expandidas de nossas regras de quantificadores para os novos quantificadores. Temos que substituir o tipo correto de coisa pela letra quantificacional:

> Para *variáveis individuais*: x, y, z, x', ..., substitua constantes individuais: a, b, c, d, ...
>
> Para *variáveis de propriedade-universal*: F, G, H, F', ..., substitua letras de propriedade-universal não ligadas a quantificadores: F, G, H, F', ...
>
> Para *variáveis de ação*: $\underline{X}$, $\underline{Y}$, $\underline{Z}$, $\underline{X}$', ..., substitua fbfs imperativas: A$\underline{a}$, $\underline{B}$, A$\underline{x}$y, ...[7]

Quando "M" é prefixado a uma fbf imperativa, a traduziremos como "pode":[8]

> 3. O resultado de prefixar uma fbf imperativa com "M" é uma fbf.

M$\underline{A}$	=	Ato A pode ser feito;
MA$\underline{x}$u	=	X pode fazer A a você.
	=	Você aceita "X pode fazer A a mim."
u: MA$\underline{x}$u	=	Você consente a X fazer A a você.
	=	Você deseja que X faça A a você.

Permissivos como "M$\underline{A}$" são membros fracos da família dos imperativos. Eles expressam nosso consentimento ao ato, mas não ne-

[7] O último caso requer duas condições. Suponha que cortamos um quantificador contendo uma variável de ação e substitua a variável por uma fbf imperativa. Então devemos estar certos de que (1) essa fbf imperativa não contém variável que também ocorra em um quantificador na fbf derivada, e (2) se cotamos um quantificador existencial, essa fbf imperativa substituída deve ser uma letra maiúscula sublinhada que não é uma variável de ação e que não ocorreu antes na prova.

[8] Letras maiúsculas têm vários usos, dependendo do contexto. Em "(M • Ma) ⊃(Mbc • M$\underline{A}$)", por exemplo, "M" é utilizado primeiramente para um enunciado, depois para uma propriedade de um indivíduo, depois para uma relação entre indivíduos, e finalmente para "pode". É usualmente mais claro utilizar diversas letras.

cessariamente nosso desejo positivo de que o ato seja feito. Podemos consistentemente consentir ambos com o ato e com sua omissão – dizendo "Você pode fazer A e você pode omitir A". Seguem outras fbfs:

~M~A	=	Ato A pode não ser omitido.
u:~M~Axu	=	Você aceita "X pode não se omitir de fazer ação A a mim".
	=	Você exige que X faça A a você.

"MA" é mais fraco e "~M~A" é mais forte do que "A".[9]

A regra de inferência G1 é o princípio de que "A é certo" implica "A pode ser feito". G1 vale indiferentemente de qual fbf imperativa substitui "A":[10]

G1 | RA → MA |

Dado isso e as regras para "M", "O" e "R", podemos também provar a implicação inversa de "MA" a "RA". Então ambas implicam logicamente a outra; então aceitar uma compromete uma pessoa em aceitar a outra. Mas a distinção entre as duas não desaparece. "RA" é vedadeira ou falsa; aceitar "RA" é acreditar que algo é verdadeiro. Mas "MA" não é verdadeiro ou falso; aceitar "MA" não é acreditar em algo, mas desejar algo, consentir com a ideia de algo ser feito.

Algumas de nossas regras para "M" e "■" envolvem novos tipos de mundos. Um *prefixo de mundo* é agora qualquer sequência de zero-ou-mais instâncias de letras do conjunto <W, D, H, P, a, b, c, ...> – onde <a, b, c, ...> é o conjunto de letras minúsculas. Aqui "P," "PP," "PPP" e assim por diante são "mundos permissíveis", muito parecido a mundos deônticos. Um mundo permissível que depende de um dado mundo W1 é um mundo possível que contém juízos indicativos de W1 e algum conjunto de imperativos prescrevendo ações conjuntamente permitido por permissivos de W1.

As regras de inferência G2 a G4 (que não serão utilizadas em nossa prova de RO) governam permissões e são muito parecidas com as

[9] A relação entre permissivos e imperativos padrão é ardilosa. Veja meu *Formal Ethics* (London: Routledge, 1996), páginas 185-6, e meu "How incomplete is prescriptivism?", *Mind* 93 (1984), páginas 103-7.

[10] Pensar que um ato é certo compremete alguém em consentir com a ideia desse ato sendo feita (ou, de modo equivalente, desejar que seja feito. Poderíamos também utilizar palavras como "aprovar", "aceitar", "admitir", ou "tolerar" – em um sentido desses termos. O sentido de "consentir" que eu tenho em mente refere-se a uma atitude interna incompatível com a objeção contrária (condenar, desaprovar, proibir, protestar, objetar a) o ato. Consentir aqui é uma atitude mínima e não precisaria favorecer ou defender ou acolher o ato. É consistente consentir com a ideia de A ser feito e também consentir com a ideia de A não ser feito.

regras deônticas. G2 e G3 valem indiferentemente de qual par de fbfs imperativas contraditórias substituem "$\underline{A}$"/"~ $\underline{A}$":

G2

$$M\underline{A} \rightarrow P \therefore \underline{A},$$
utilize uma sequência vazia
ou qualquer sequência de P's

Em G2, o prefixo de mundo da linha derivada deve ou ser o mesmo da linha anterior ou então o mesmo exceto que ela acrescenta um ou mais P's no final.

G3

$$M\underline{A} \rightarrow P \therefore \underline{A},$$
utilize uma nova sequência de P's

Em G3, o prefixo de mundo da linha derivada deve ser o mesmo que da linha anterior exceto que ela acrescenta uma *nova* sequência (uma sequência que não ocorra nas linhas anteriores) de um ou mais P's no final. G4 espelha a regra de transferência indicativa deôntica; ela vale indiferentemente de qual fbf descritiva ou deôntica substitui "A":

G4

$$P \therefore A \rightarrow A$$

Os prefixos de mundo nas linhas derivadas e as linhas das quais elas foram derivadas devem ser idênticos exceto que uma termina em um ou mais P's adicionais.

"■" é um operador modal de alguma forma semelhante a "□":

4. O resultado de prefixar qualquer fbf com "■" é uma fbf.

"■" se traduz como "em qualquer caso atual ou hipotético" ou "em todo mundo contendo os mesmos princípios morais básicos como os verdadeiros no mundo atual". Aqui uma fbf utilizando "■"

■(F$\underline{A}$ ⊃ O$\underline{A}$) = Se ato A é ou foi F, então ato A deve ser feito.
= Em todo caso real ou hipotético, se ato A é F, então ato A deve ser feito.

Suponha que, enquanto o ato A pode ou não ter a propriedade F (e.g., ele pode ou não maximizar prazer), ainda, se ele tivesse, então seria o que pode ser feito. Utilizaremos "■(F$\underline{A}$ ⊃ O$\underline{A}$)" para essa ideia. "(F$\underline{A}$ ⊃ O$\underline{A}$)" é muito fraco para expressar isso (já que essa fbf é trivialmente verdadeira se "F$\underline{A}$" é falsa); "□(F$\underline{A}$ ⊃ O$\underline{A}$)" é muito forte (pois não há

tal implicação). Então utilizaremos "■" para formular declarações sobre o que seria certo ou errado em situações hipotéticas (tal como situações imaginadas exatamente inversas).

Podemos agora simbolizar o princípio de universalizabilidade:

U Se ato A é permissível, então existe alguma propriedade universal (ou conjunção de tais propriedades) F, tal que: (1) ato A é F, e (2) em qualquer caso real ou hipotético, todo ato que é F é permissível.

$$(R\underline{A} \supset (\exists F)(F\underline{A} \bullet \blacksquare(\underline{X})(F\underline{X} \supset R\underline{X})))$$

G5 e G6 são as formas "certo" e "deve" das regras de inferência correspondentes. Essas valem indiferentemente de quais fbfs imperativas substituem "$\underline{A}$", de quais variáveis propriedades-universais substituem "F" e de quais variáveis de atos substituem "$\underline{X}$":

G5	$R\underline{A} \rightarrow (\exists F)(F\underline{A} \bullet \blacksquare (\underline{X})(F\underline{X} \supset R\underline{X}))$
G6	$O\underline{A} \rightarrow (\exists F)(F\underline{A} \bullet \blacksquare (\underline{X})(F\underline{X} \supset O\underline{X}))$

Em G5 e G6, o prefixo de mundo das linhas derivadas e das linhas das quais elas foram derivadas deve ser idêntico e deve conter "W". A condição nos previne de ser capazes de provar que violações de universalizabilidade são logicamente contraditórias (como eu não penso que elas sejam).

As regras para "□" parecem com aquelas para "□". Lembre-se que nossos prefixos de mundos extendidos podem utilizar "H", "HH" e "HHHH"; essas representam *mundos de situações hipotéticas*, que são mundos possíveis contendo os mesmos princípios básicos morais que os do mundo atual (ou qualquer mundo no qual mundo-H dependa). G7 e G8 valem indiferentemente de qual par de fbfs contraditórias substituem "A"/"~A":

G7

$\blacksquare A \rightarrow H \therefore A$,
utilize uma sequência vazia
ou qualquer sequência de H's

Em G7, os prefixos de mundos nas linhas derivadas e nas linhas das quais elas foram derivadas devem ou ser o mesmo ou o mesmo exceto que uma acrescenta um ou mais H's no final.

G8

$\sim\blacksquare A \rightarrow H \therefore \sim A$,
utilize um *nova* sequência de H's

Em G8, o prefixo de mundo da linha derivada deve ser o mesmo que o da linha anterior, exceto que ela acrescenta uma *nova* sequência (uma sequência que não ocorre nas linhas anteriores) de um ou mais H's no final. Regra G9 (que não será utilizada em nossa prova da RO) diz que "□" e "■" são equivalentes quando prefixadas a fbfs descritivas; isso vale indiferentemente de qual fbf *descritiva* substitui "A":

G9 | ■A ↔ □A

Nosso símbolo final é "*"; esse é utilizado com letras de propriedades--universais para representar a descrição completa de uma ação em termos universais. A seguir a regra para construir fbfs com "*", com um exemplo:

5. O resultado de escrever "F", "G", "H" ou essas com linhas, depois "*" e depois uma fbf imperativa é ele mesmo uma fbf descritiva.

F*<u>A</u> = F é a descrição completa do ato A em termos universais.
= F é a descrição do ato A em termos universais que inclui todas as propriedades universais de ato A.

"F*<u>A</u>" significa o mesmo que esta fbf mais comprida:

(F<u>A</u> • (G)(G<u>A</u> ⊃ □(<u>X</u>)(F<u>X</u> ⊃ G<u>X</u>)))

= Ato A é F, e toda propriedade universal G que A possui é incluída como parte de F.
= Ato A é F, e, para toda propriedade universal G que possui, é logicamente necessário que todo ato que seja F também seja G.

Adotamos a regra de inferência corresponente G10, que nos permite circular entre "F*<u>A</u>" e essa fbf mais longa. G10 vale indiferentemente de qual letra de propriedade-universal substitui "F" e "G", qual fbf imperativa substitui "<u>A</u>", e qual variável de ato substitui "<u>X</u>":

G10 | F*<u>A</u> ↔ (F<u>A</u> • (G)(G<u>A</u> ⊃ □(<u>X</u>)(F<u>X</u> ⊃ G<u>X</u>)))

A regra G11, nossa última regra de inferência, diz que todo ato tem uma descrição em termos universais (embora ela possa ser muito longa para escrevê-la). G11 é um axioma; ele nos permite colocar a fbf "(<u>X</u>)(∃F)F*<u>X</u>" em qualquer linha de uma prova:

G11 | (<u>X</u>)(∃F)F*<u>X</u>

Utilizaremos "*" ao simbolizar "situação exatamente similar". Tomemos um exemplo. Que "A$\underline{m}$x" represente o ato de meu ataque a X. Suponha que esse ato tenha uma descrição completa F:

$F^*A\underline{m}x$ = Meu-ataque-a-X tem *descrição universal completa* F.

Lancemos uma luz sobre isso. Que "G", "G'", ... represente minhas propriedades universais; essas incluem propriedades como ser um lógico. Que "H," "H'", ... represente as propriedades universais de X. Essas podem incluir ser um estudante empobrecido. Que "R", "R'", ... represente as relações entre X e eu; essas podem incluir X ser meu aluno. Agora a propriedade F se pareceria assim, a qual descreve a *situação atual*:

$FA\underline{m}x$ = Meu-ataque-a-X é um ato de alguém que é G, G', ... atacando alguém que é H, H', ... e relacionado a mim das maneiras R, R', ...

Agora imaginemos uma *situação exatamente similar* se imaginamos a situação em que Meu-ataque-a-X tenha a mesma descrição F:

$FA\underline{m}x$ = O-ataque-de-X-a-mim é um ato de alguém que é G, G', ... atacando alguém que é H, H', ... e relacionado a X das maneiras R, R', ...

Nesta situação exatamente similar imaginada, X está exatamente em minha posição – e eu estou exatamente na posição de X. Todas nossas propriedades universais e relações são invertidas.

Podemos agora simbolizar o corolário de universalizabilidade da situação-inversa:

U* Se é certo para você fazer A a X, então seria certo para X fazer A a você na mesma situação.

= Se é certo para você fazer A a X, então, para alguma propriedade universal F, F é a descrição completa de sua-ação-A-a-X em termos universais, e, em qualquer caso real ou hipotético, se A-ação-A-de-X-a-você é F, então seria certo para X fazer A a você.

$$(RA\underline{u}x \supset (\exists F)(F^*A\underline{u}x \bullet \blacksquare(FA\underline{x}u \supset RA\underline{x}u)))$$

Também, e mais importante, podemos simbolizar a regra de ouro:

RO — Trate os outros somente como você consente em ser tratado na mesma situação.

= Não combine *agir* para fazer A a X com não desejar que A seja feito a você na mesma situação.

= Não combine (1) aceitar "Fazer A a X" com (2) não aceitar "Para alguma propriedade universal F, F é a descrição completa em termos universais de minha-ação-A-a-X, e, em qualquer situação real ou hipotética, se A-ação-A-de-X-a-você é F, então X pode fazer A a mim."

$$\sim(\underline{u}{:}A\underline{u}x \bullet \sim\underline{u}{:}(\exists F)(F^{*}A\underline{u}x \bullet \blacksquare(FA\underline{x}u \supset MA\underline{x}u)))$$

Enquanto estamos nisso, aqui estão duas outras simbolizações de princípios de consistência mencionados na Seção 14.2:

Imparcialidade: Fazer avaliações similares sobre ações similares, indiferente do indivíduo envolvido.

= Não aceite "Ato A é permissível" sem aceitar "Qualquer ato exatamente ou relevantemente similar ao ato A é permissível".

= Não aceite "Ato A é permissível" sem aceitar "Para alguma propriedade universal F, ato A é F e, em qualquer situação real ou hipotética, qualquer ato que seja F é permissível".

$$\sim(\underline{u}{:}R\underline{A} \bullet \sim\underline{u}{:}(\exists F)(F\underline{A} \bullet \blacksquare(\underline{X})(F\underline{X} \supset R\underline{X})))$$

Fórmula de lei universal: Atue somente como você deseja que qualquer um atue na mesma situação – indiferentemente das variações imaginadas de tempo ou pessoa.[11]

= Não combine agir em fazer A com não desejar que qualquer ação seja feita na mesma situação.

= Não combine (1) aceitar "Faça A" com (2) não aceitar "Para alguma propriedade universal F, F é a descrição completa em termos universais de minha ação A, e, em qualquer situação real ou hipotética, qualquer ato que seja F pode ser feito.

$$\sim(\underline{u}{:}A\underline{u} \bullet \sim\underline{u}{:}(\exists F)(F^{*}A\underline{u} \bullet \blacksquare(\underline{X})(F\underline{X} \supset M\underline{X})))$$

[11] Minha "fórmula de lei universal" se assemelha ao princípio de Kant. Sua enunciação foi: "Aja apenas a partir de uma máxima pela qual você pode ao mesmo tempo querer que seja uma lei universal". Eu não estou dizendo que Kant explicitamente pretendeu com seu princípio exatamente o mesmo sentido que o meu.

Essa "fórmula de lei universal" cobre casos imaginados onde eu esteja na posição de *qualquer um* afetado por minha ação; então ela é uma RO generalizada que se aplica igualmente a situações envolvendo apenas uma pessoa (por exemplo, casos onde minha ação presente possa prejudicar a meu eu futuro).

14.6 A prova simbólica de RO

Antes que façamos nossa prova da regra de ouro, revisemos o quadro maior.

Iniciamos esse capítulo por delinear diversas dimensões de racionalidade ética. Depois restringimos nosso foco, primeiro a racionalidade enquanto consistência, e depois a um único princípio de consistência – a regra de ouro. Formulamos RO cuidadosamente para evitar implicações absurdas. Chegamos a esta enunciação:

Regra de ouro	RO proíbe esta combinação:
Trate os outros somente como você consente em ser tratado na mesma situação.	Eu faço algo a outro. Eu não desejo que isso seja feito a mim na mesma situação.

Depois esboçamos uma prova intuitiva da regra de ouro, utilizando o exemplo do roubo da bicicleta de Detra. Então notamos que incorporar RO e sua prova em nossa estrutura lógica requer acrescentar imparcialidade e fortalecer consciência. Então acrescentamos um maquinário lógico para fazer isso. E então agora estamos prontos para dar uma prova formal da regra de ouro.

Nossa prova se dá da seguinte maneira ("#" marca linhas que utilizam nossas novas regras de inferência):

		[∴ ~($\underline{u}$:A$\underline{u}$x • ~$\underline{u}$:(∃F)(F*A$\underline{u}$x • ■(FA$\underline{x}$u ⊃ MA$\underline{x}$u)))
	1	ass: ($\underline{u}$:A$\underline{u}$x • ~$\underline{u}$:(∃F)(F*A$\underline{u}$x • ■(FA$\underline{x}$u ⊃ MA$\underline{x}$u)))
	2	∴ $\underline{u}$:A$\underline{u}$x {de 1}
	3	∴ ~$\underline{u}$:(∃F)(F*A$\underline{u}$x • ■(FA$\underline{x}$u ⊃ MA$\underline{x}$u)) {de 1}
	4	u ∴ ~(∃F)(F*A$\underline{u}$x • ■(FA$\underline{x}$u ⊃ MA$\underline{x}$u)) {de 3}
	5	u ∴ A$\underline{u}$x {de 2}
	6	u ass: ~RA$\underline{u}$x {precisamos derivar "RA$\underline{u}$x"}
	7	u ∴ O~A$\underline{u}$x {de 6}
	8	u ∴ ~A$\underline{u}$x {de 7}
	9	u ∴ RA$\underline{u}$x {de 6; 5 contradiz 8}
#	10	u ∴ (∃F)(FA$\underline{u}$x • ■($\underline{X}$)(F$\underline{X}$ ⊃ R$\underline{X}$)) {de 9 por G5}
	11	u ∴ (GA$\underline{u}$x • ■($\underline{X}$)(G$\underline{X}$ ⊃ R$\underline{X}$)) {de 10}
	12	u ∴ GA$\underline{u}$x {de 11}
	13	u ∴ ■($\underline{X}$)(G$\underline{X}$ ⊃ R$\underline{X}$) {de 11}
#	14	u ∴ ($\underline{X}$)(∃F)F*$\underline{X}$ {pela regra G11}
	15	u ∴ (∃F)F*A$\underline{u}$x {de 14}
	16	u ∴ H*A$\underline{u}$x {de 15}
#	17	u ∴ (HA$\underline{u}$x • (F)(FA$\underline{u}$x ⊃ □($\underline{X}$)(H$\underline{X}$ ⊃ F$\underline{X}$))) {de 16 por G10}
	18	u ∴ HA$\underline{u}$x {de 17}
	19	u ∴ (F)(FA$\underline{u}$x ⊃ □ ($\underline{X}$)(H$\underline{X}$ ⊃ F$\underline{X}$)) {de 17}
	20	u ∴ (GA$\underline{u}$x ⊃ □($\underline{X}$)(H$\underline{X}$ ⊃ G$\underline{X}$)) {de 19}
	21	u ∴ □ ($\underline{X}$)(H$\underline{X}$ ⊃ G$\underline{X}$) {de 12 e 20}
	22	u ∴ (F)~(F*A$\underline{u}$x • ■(FA$\underline{x}$u ⊃ MA$\underline{x}$u)) {de 4}
	23	u ∴ ~(H*A$\underline{u}$x • ■(HA$\underline{x}$u ⊃ MA$\underline{x}$u)) {de 22}
	24	u ∴ ~■(HA$\underline{x}$u ⊃ MA$\underline{x}$u) {de 16 e 23}
#	25	uH ∴ ~(HA$\underline{x}$u ⊃ MA$\underline{x}$u) {de 24 por G8}
	26	uH ∴ HA$\underline{x}$u {de 25}
	27	uH ∴ ~MA$\underline{x}$u {de 25} ◄
	28	uH ∴ ($\underline{X}$)(H$\underline{X}$ ⊃ G$\underline{X}$) {de 21}
	29	uH ∴ (HA$\underline{x}$u ⊃ GA$\underline{x}$u) {de 28}
	30	uH ∴ GA$\underline{x}$u {de 26 e 29}
#	31	uH ∴ ($\underline{X}$)(G$\underline{X}$ ⊃ R$\underline{X}$) {de 13 por G7}
	32	uH ∴ (GA$\underline{x}$u ⊃ RA$\underline{x}$u) {de 31}
	33	uH ∴ RA$\underline{x}$u {de 30 e 32}
#	34	uH ∴ MA$\underline{x}$u {de 33 por G1} ◄
	35	∴ ~($\underline{u}$:A$\underline{u}$x • ~$\underline{u}$:(∃F)(F*A$\underline{u}$x • ■(FA$\underline{x}$u ⊃ MA$\underline{x}$u))) {de 1; 27 contradiz 34}

Enquanto essa é uma prova difícil, você deve ser capaz de acompanhar as linhas individuais e ver que tudo segue corretamente.

Nossa prova começa como de praxe; assumimos o oposto do que queremos provar e então tentamos derivar uma contradição. Logo obtemos linhas 4 e 5 (onde 5 é dirigido a você):

Linha 4	X não pode fazer A a mim na situação exatamente similar.	Faça A a X.	Linha 5

Utilizando linha 4, obtemos estas linhas chave:

16 Que H seja a descrição completa de minha ação A a X.
26 Em uma situação imaginada, a-ação-A-de-X-a-mim é H.
27 Nessa situação imaginada, X não pode fazer A a mim.

Utilizamos linha 5 para obter "É certo que eu faça A a X":

5 Faça A a X. (Isso é dirigido a você.)
6 ┌Assuma que não seja certo que eu faça A a X.
7 │∴ Eu não devo fazer A a X.
8 └∴ Não faça A a X. (Isso é dirigido a você.)
9 ∴ É certo que eu faça A a X.

Depois utilizamos universalizabilidade em "É certo que eu faça A a X" para obter "Qualquer ato relevantemente ou exatamente similar a minha-ação-A-a-X seria certo". Especificamos que G é o complexo de propriedades moralmente relevantes aqui; então:

12 Minha-ação-A-a-X tem propriedade G.
13 Qualquer ato que tem propriedade G seria certo.

Obtemos uma contradição com mais algumas poucas linhas:

16 H é a descrição completa de minha ação A a X. {acima}
12 Minha-ação-A-a-X tem propriedade G. {acima}
21 ∴ G é parte de H – e todo ato que é H é G. {de 16 & 12}
26 Em nossa situação imaginada, a-ação-A-de-X-a-mim é H. {acima}
30 ∴ Em nossa situação imaginada, a-ação-A-de-X-a-mim é G. {de 21 & 26}
13 Qualquer ato que tem propriedade G seria certo. {acima}
33 ∴ Em nossa situação imaginada, a-ação-A-de-X-a-mim é certa. {de 30 & 13}
34 ∴ Em nossa situação imaginada, X pode fazer A a mim. {de 33}

Já que 34 contradiz 27, derivamos nossa conclusão. Isso termina nossa prova da regra de ouro:[12]

> Sempre trate os outros como você quer ser tratado;
> esse é o resumo da lei e dos profetas (Mt 7,12).

[12] Se você realmente quer um exercício desafiador, tente provar as fórmulas de imparcialidade e de lei universal, tal como formulados no final da seção anterior. Respostas estão no final deste livro.

Capítulo 15

METALÓGICA

A metalógica estuda sistemas lógicos. Ela foca não na utilização desses sistemas para testar argumentos concretos, mas no próprio sistema. Este capítulo fornece uma introdução à metalógica.

15.1 Questões metalógicas

Metalógica é o estudo de sistemas lógicos; quando fazemos metalógica, tentamos provar coisas sobre esses sistemas. Segue um exemplo. Lembre-se de nossas duas primeiras regras na Seção 6.1 para formar fbfs proposicionais:

1. Qualquer letra maiúscula é uma fbf.
2. O resultado de prefixar qualquer fbf com "~" é uma fbf.

Disso segue que não existe a fbf mais longa – já que, se houvesse uma fbf mais longa, então poderíamos fazer uma maior adicionando outro "~". Essa prova simples é sobre um sistema lógico, então é parte da *metalógica*.

Considere nosso sistema de lógica proposicional. Metalógica coloca questões como estas: Precisamos de todos os cinco símbolos ("~", "•", "∨", "⊃", "≡")? Podemos definir alguns símbolos em termos de outros? Estabelecemos nosso sistema de provas corretamente? Alguma das regras de inferência é defeituosa? Podemos provar autocontradições ou argumentos inválidos? Temos regras de inferência suficientes para provar todos os argumentos proposicionais? Podem outras abordagens sistematizar a lógica proposicional?

Essas são questões metalógicas típicas. Este livro foca em lógica, não em metalógica (que pode se tornar altamente técnica). Mas este capítulo fará um pouco de metalógica, para dar a você uma ideia de como ela funciona.

15.2 Símbolos

Não precisamos dos cinco símbolos proposicionais ("~", "•", "v", "⊃" e "≡"). Poderíamos simbolizar e testar os mesmos argumentos se tivéssemos apenas "~" e "•"; então, ao invés de escrever "(P v Q)", poderíamos escrever "~ (~P • ~ Q)":

(P v Q)	=	~(~P • ~Q)
Pelo menos um é verdadeiro	=	Não ambos são falsos.

As duas formas são equivalentes, no sentido em que ambas são verdadeiras ou falsas sob as mesmas condições; podemos mostrar isso utilizando uma tabela de verdade. De maneira similar, podemos expressar "⊃" e "≡" utilizando "~" e "•":

(P ⊃ Q)	=	~(P • ~Q)
Se P então Q	=	Não temos P verdadeiro e Q falso.
(P ≡ Q)	=	(~(P • ~Q) • ~(Q • ~P))
P se e somente Q	=	Não temos P verdadeiro e Q falso, e não temos Q verdadeiro e P falso.

Ou podemos traduzir os outros símbolos em "~" e "v":

(P • Q)	=	~(~P v ~Q)
(P ⊃ Q)	=	(~P v Q)
(P ≡ Q)	=	(~(P v Q) v ~(~P v ~Q))

Ou podemos utilizar apenas "~" e "⊃" – à luz dessas equivalências:

(P • Q)	=	~(P ⊃ ~Q)
(P v Q)	=	(~P ⊃ Q)
(P ≡ Q)	=	~((P ⊃ Q) ⊃ ~(Q ⊃ P))

É possível chegar a esses símbolos apenas utilizando o símbolo "|" para NAND; "(P | Q)" significa "não ambos P e Q". Podemos então definir "~P" como "(P | P)" e "(P • Q)" como "((P | Q) | (P | Q))". Não é muito intuitivo, mas funciona.

Sistemas com apenas um ou dois símbolos são mais elegantemente simples, mas mais difíceis de utilizar. No entanto, lógicos estão às vezes mais interessados em provar resultados sobre um sistema do que utilizá-lo para testar argumentos; e pode ser mais fácil provar esses resultados se utilizamos menos símbolos.

Outra abordagem é utilizar todos os cinco símbolos, mas dividi-los em indefinidos (primitivos) e definidos. Podemos tomar "~" e ou "•"

ou "∨" ou "⊃" como indefinidos, e então definir os outros utilizando esses. Veríamos então os termos definidos como abreviações; sempre que quisermos, podemos eliminá-los e utilizar apenas símbolos indefinidos.

Como sabemos que nossos cinco símbolos são suficientes para formular fbfs para toda tabela de verdade possível? Suponha que tenhamos uma tabela de verdade para duas letras que resulta nessa combinação abaixo e queiramos substituir "??" por uma fbf que fornece esta tabela:

A	B	??
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Como sabemos que alguma fbf fornece essa tabela?

Para construir a fbf, podemos colocar um OU entre os dois casos verdadeiros (linhas 2 e 3): A-é-falso-e-B-é-verdadeiro [linha 2] OU A--é-verdadeiro-e-B-é-falso [linha 3]:

((~A • B) ∨ (A • ~B))

Então podemos, utilizando apenas NÃO, E e OU, de maneira mecânica surgir com uma fbf que expressa qualquer tabela de verdade específica. (Se a fórmula é sempre falsa, utilize uma fbf como "(A • ~A)", que é sempre falsa.)

Existem outras opções quanto à notação. Enquanto utilizamos letras maiúsculas para enunciados, alguns lógicos utilizam letras minúsculas (frequentemente apenas "p", "q", "r" e "s") ou letras gregas. Alguns utilizam "-" ou "¬" para negação, "&" ou "∧" para conjunção, "→" para condicional, ou "↔" para equivalência. Várias convenções são utilizadas para eliminar parênteses. É fácil adaptar essas diferenças.

A notação polonesa evita parênteses e tem fórmulas mais curtas. "K", "A", "C" e "E" vão no lugar do parêntese esquerdo para "•", "∨", "⊃" e "≡"; e "N" é utilizado para "~". Aqui quatro exemplos:

~(P • Q)	=	NKpq	((P • Q) ⊃ R)	=	CKpqr
(~P • Q)	=	KNpq	(P • (Q ⊃ R))	=	KpCqr

Defensores da notação polonesa dizem que eles podem de fato compreender as fórmulas.

15.3 Correção

A questão mais importante de metalógica é sobre se um sistema é **correto** (não provará coisas ruins – então todo argumento passível

de ser provado no sistema é válido) e **completo** (pode provar todas as coisas boas – então todo argumento válido exprimível no sistema é provado no sistema).

Pode o caso seguinte acontecer? Um estudante chamado Logicus encontrou uma falha em nosso sistema de prova. Logicus produziu uma prova formal de um argumento proposicional; e ele então mostrou por meio de tabela de verdade que esse argumento é inválido. Então alguns argumentos passíveis de serem provados em nosso sistema de prova são inválidos.

As pessoas encontraram tais falhas em sistemas lógicos. Como sabemos que nosso sistema proposicional está livre de tais falhas? Como podemos provar correção?

> *Correção*: Qualquer argumento proposicional para o qual podemos dar uma prova formal é válido (no teste da tabela de verdade).

Primeiro, devemos mostrar que todas as regras de inferência proposicional são *preservadoras de verdade* (que significa que, quando aplicadas a fbfs verdadeiras, elas implicam outras fbfs verdadeiras). Temos 13 regras de inferência: 6 regras-S, 6 regras-I e RAA. É fácil (mas tedioso) utilizar o método de tabela de verdade da Seção 6.6 para mostrar que as regras-S e regras-I são preservadoras de verdade. Todas essas regras passam pelo teste (como você pode checar por si mesmo); quando aplicadas a fbfs verdadeiras, elas implicam apenas fbfs verdadeiras.

RAA é mais difícil de checar. Primeiro mostramos que o *primeiro* uso de RAA em uma prova é preservador de verdade. Suponha que todas as linhas-não-bloquadas em uma prova sejam verdadeiras, e utilizamos RAA para derivar uma outra linha; temos que mostrar que essa outra linha é verdadeira:

```
1      ... = 1   ⇐   Suponha que todas essas sejam verdadeiras.
2      ... = 1   ⇐
   ┌ ass: ~A
   │ ...
   │ ∴ B
   └ ∴ ~B            Derivamos uma contradição.
   ∴ A           ←   A há então de ser verdadeira?
```

A partir de linhas verdadeiras prévias mais a assunção "~A", derivamos fbfs contraditórias "B" e "~B" utilizando regras-S e –I. Acabamos de ver que regras-S e –I são preservadoras de verdade. Então se as linhas utilizadas para derivar "B" e "~B" fossem todas verdadeiras, então "B" e

"~B" teriam que ser verdadeiras, o que é impossível. Portanto, as linhas utilizadas para derivá-las não podem ser todas verdadeiras. Então, se as linhas antes da assunção forem todas verdadeiras, então a assunção "~A" há de ser falsa. Então seu oposto ("A") há de ser verdadeiro. Por conseguinte, a primeira utilização de RAA em uma prova é preservadora de verdade.

Podemos de maneira similar mostrar que, se o primeiro uso de RAA em uma prova for preservador de verdade, então o segundo também há de ser. E podemos mostrar que, se os primeiros n usos de RAA forem preservadores de verdade, então o uso n+1 também há de ser. Então podemos aplicar o princípio de indução matemática:

> *Indução Matemática*
>
> Suponha que algo vale no primeiro caso e, se vale nos primeiros casos, então vale no caso n+1. Então, vale em todos os casos.

Utilizando esse princípio, segue que *todos* os usos de RAA são preservadores de verdade.

Agora suponha que um argumento seja passível de ser provado em nosso sistema. Então existe alguma prova que deriva a conclusão das premissas utilizando regras preservadoras de verdade. Então se as premissas forem verdadeiras, a conclusão também há de ser verdadeira – e portanto o argumento é válido. Por conseguinte, se o argumento é passível de ser provado em nosso sistema proposicional, então ele é válido. Isso estabelece correção.

Não é esse raciocínio circular? Não estamos simplesmente assumindo princípios de inferência proposicional (como *modus ponens*) enquanto defendemos nosso sistema proposicional? Certamente estamos. Nada pode ser provado sem que regras lógicas sejam assumidas. Não estamos tentando a tarefa impossível de provar coisas sobre um sistema lógico sem assumir qualquer regra lógica. Ao invés, estamos fazendo algo mais modesto. Estamos tentando mostrar, apoiando-nos em raciocínio ordinário, que não cometemos alguns erros ao estabelecer nosso sistema.

A consistência para nosso sistema é um corolário fácil de sua correção. Vamos dizer que uma fbf é um teorema se é passível de ser provado a partir de zero premissas. "(P ∨ ~P)" é um exemplo de teorema; podemos prová-lo de maneira um tanto simples ao assumir seu oposto e então derivar uma contradição:

```
        [ ∴ (P ∨ ~P)          Válido
*   1  ┌ ass: ~(P ∨ ~P)
    2  │ ∴ ~P {de 1}
    3  └ ∴ P {de 1}
    4   ∴ (P ∨ ~P) {de 1; 2 contradiz 3}
```

Pelo nosso resultado de correção, já que "∴ (P ∨ ~P)" é passível de ser provado, ele deve ser válido no teste da tabela de verdade. Então deve ser impossível para "∴ (P ∨ ~P)" ser falso. Então "∴ (P ∨ ~P)" deve ter uma tabela de verdade que tenha apenas 1 como resultado. E o resultado mais geral segue, que todos os teoremas de nosso sistema devem ter tabelas de verdade que tenham apenas 1 como resultado.

Agora um sistema é consistente dado que duas fórmulas contraditórias não sejam teoremas. Mostramos apenas que todos os teoremas de nosso sistema têm tabelas de verdade que têm apenas 1 como resultado. Mas nenhuma dupla de fórmulas contraditórias tem ambas tabelas de verdade que têm apenas 1 como resultado (já que, se uma fórmula resulta apenas em 1, então sua contraditória resulta apenas em 0). Então nenhum par de fórmulas contraditórias são ambas teoremas de nosso sistema proposicional. Portanto, nosso sistema proposicional é consistente.

15.4 Completude

Nossa prova de correção mostra que nosso sistema proposicional não prova argumentos inválidos. Você provavelmente não duvidou disso. Mas você pode ter dúvidas se nosso sistema é suficientemente forte para provar todos os argumentos proposicionais válidos. Afinal, o método de assunção-única para fazer provas não era suficientemente forte; a seção 7.3 descobriu argumentos válidos que requerem assunções múltiplas. Como sabemos que nosso método extendido é suficiente? Talvez Logicus encontre um outro argumentos proposicional que seja válido, mas não passível de ser provado; então teríamos que fortalecer nosso sistema ainda mais. Para aplacar essas dúvidas, mostraremos que nosso sistema proposicional é completo:

Completude: Todo argumento proposicional válido é passível de ser provado.

Nossa prova de completude mostrará que, se aplicamos corretamente a estratégia de prova da Seção 7.3 a um argumento proposicional válido, então obtemos uma prova. Lembre-se que esta estratégia possui cinco passos (os quais você pode querer rever): 1 – INICIE, 2 – S & I,

3 – RAA, 4 – ASSUMA e 5 – REFUTE. Vamos assumir que aplicamos essa estratégia corretamente a um argumento proposicional. Então:

Acabaremos no passo RAA com todas as assunções bloqueadas, ou no passo REFUTE, ou continuaremos infinitamente.	$((A \vee F) \vee E)$
Se acabarmos no passo RAA com todas as assunções bloqueadas, então obteremos uma prova.	$(A \supset P)$
Se acabarmos no passo REFUTE, então o argumento será inválido.	$(F \supset \sim V)$
Não continuaremos infinitamente.	$\sim E$
∴ Se o argumento for válido, então obteremos uma prova.	$\therefore (V \supset P)$

Premissa 1 é verdadeira porque nossa estratégia de prova possui apenas dois pontos de parada; então pararemos em um ou outro ou não pararemos. Premissa 2 é verdadeira porque nossa estratégia de prova (especialmente os passos S & I e RAA) espelham a definição de "prova" da Seção 7.1. Agora temos que argumentar para premissas 3 e 4.

Premissa 3 diz "Se acabarmos no passo REFUTE, então o argumento será inválido". Isso é verdadeiro porque, quando alcançamos o passo REFUTE, todas as fbfs complexas são dissolvidas em partes menores e de fato em fbfs simples, as formas maiores são verdadeiras se as partes menores são verdadeiras, e as fbfs simples com as quais acabamos são consistentes e, portanto, fornecem condições de verdade, fazendo de todas as outras fbfs verdadeiras – portanto, fazendo as premissas do argumento original verdadeiro enquanto sua conclusão é falsa – por conseguinte mostrando que o argumento original é inválido.

A seguir um quadro (onde α e β representam quaisquer fbfs):

Esta forma:	*dissolve-se nestas:*
$\sim\sim\alpha$	α [regra-S]
$(\alpha \bullet \beta)$	α e β [regra-S]
$\sim(\alpha \bullet \beta)$	$\sim\alpha$ ou $\sim\beta$ [regra-I ou de outro modo]
$(\alpha \vee \beta)$	α ou β [regra-I ou de outro modo]
$\sim(\alpha \vee \beta)$	$\sim\alpha$ e $\sim\beta$ [regra-S]
$(\alpha \supset \beta)$	$\sim\alpha$ ou β [regra-I ou de outro modo]
$\sim(\alpha \supset \beta)$	α e $\sim\beta$ [regra-S]
$(\alpha \equiv \beta)$	$(\alpha \supset \beta)$ e $(\beta \supset \alpha)$ [regra-S]
$\sim(\alpha \equiv \beta)$	$(\alpha \vee \beta)$ e $\sim(\alpha \bullet \beta)$ [regra-S]

A verdade dos itens da coluna da direita asseguraria a verdade de seus correspondentes na coluna esquerda.

A coluna da esquerda fornece as nove formas de fbf complexas possíveis em nosso sistema. A coluna da direita mostra as menores partes nas quais essas formas complexas de fbf terão se dissolvido quando alcançarmos o passo REFUTE. Formas que dissolvem utilizando uma

regra-S sempre se dissolvem nas mesmas partes menores. Outras formas podem se dissolver de múltiplas maneiras. Considere "~(A • B)". Podemos ser capazes de utilizar uma regra-I nela para derivar "~A" ou "~B". Se não, então também podemos quebrar "~(A • B)" por assumir uma parte ou sua negação, que irá (imediatamente ou depois de utilizar uma regra-I) nos fornecer "~A" ou "~B". Então quando alcançarmos o passo REFUTE, todas fbfs complexas não-bloqueadas serão *estreladas* ou *quebradas*, e dissolvidas em partes dadas acima.

Cada fbf complexa é verdadeira se as partes nas quais ela se dissolve são verdadeiras. Podemos checar que isso é assim ao percorrer os nove casos na caixa. Por exemplo, $\sim\sim\alpha$ se dissolve em α, e é verdadeiro se α é verdadeiro. $(\alpha \bullet \beta)$ se dissolve em α e β e é verdadeiro se essas duas são verdadeiras. De maneira similar, $\sim(\alpha \bullet \beta)$ se dissolve em $\sim\alpha$ ou $\sim\beta$ e é verdadeira se essas duas forem verdadeiras.

Nossa *refutação* é o conjunto de todas as fbfs simples não bloqueadas e é consistente (ou em outro caso teríamos aplicado RAA). Essa refutação fornece condições de verdade fazendo todas as outras fbfs não-bloqueadas verdadeiras também (já que essas outras fbfs se dissolvem em partes simples que maqueiam a refutação). Então nossa refutação fornece condições de verdade fazendo com que *todas* as linhas não bloqueadas sejam verdadeiras. Mas essas linhas incluem as premissas e a negação da conclusão (do argumento original). Então nossa refutação fornece condições de verdade, fazendo com que as premissas e a negação da conclusão sejam todas verdadeiras. Então o argumento é *inválido*. Então, se aplicamos corretamente nossa estratégia a um argumento proposicional e acabamos no passo REFUTE, então o argumento é inválido. Isso estabelece a premissa 3.

Agora temos que argumentar a favor da premissa 4: "Não continuaremos infinitamente". Isso é uma preocupação, já que a estratégia de prova para alguns sistemas pode entrar em *loop* infinito (Seção 9.5). Isso não acontecerá para nós em lógica proposicional, já que aqui a complexidade das fbfs que não são nem estreladas nem bloqueadas nem quebradas continua decrescendo enquanto avançamos, e eventualmente, se não obtemos uma prova, vai a zero, ponto no qual obtemos uma refutação. Se você quer os detalhes tediosos, você terá que sofrer com o próximo parágrafo.

Que o *nível de complexidade de uma fbf* seja o número de instâncias de "•", "v", "⊃", e "~~" (dupla negação) mais três vezes o número de instâncias de "≡". Então *fbfs simples* "A" e "~A" têm complexidade 0, "(P • Q)", "~(P v Q)", "~(~P ⊃ ~Q)" e "~~P" têm complexidade 1, "((P • Q) ⊃ R)" tem complexidade 2, e "(P ≡ Q)" tem complexidade 3. Que o *nível de complexidade de um estágio de uma prova* seja a soma

dos níveis de complexidade das linhas até esse ponto que não estejam ou estreladas ou bloqueadas ou quebradas. Quando INICIAMOS assumindo o oposto da conclusão, o argumento tem certo nível de complexidade; por exemplo, o problema apresentado no começo do capítulo 7 tem complexidade 3. Cada passo S & I (por exemplo, ir de "(P ⊃ Q)" e "P" a "Q" – ou de "(P ≡ Q)" a "(P ⊃ Q)" e "(Q ⊃ P)") decresce o nível de complexidade em pelo menos um.[13] Cada ASSUMA (assunção múltipla) irá imediatamente ou no próximo passo (por meio de uma aplicação de uma regra-I) reduzir o nível de complexidade em pelo menos um.[14] RAA é mais ardiloso. Se aplicamos RAA à assunção inicial, então a prova está feita, não há *loop* infinito, portanto ignoremos esse caso. Se aplicamos RAA em uma assunção não-inicial, então o nível de complexidade pode aumentar temporariamente (por termos que apagar múltiplas estrelas); mas o efeito geral é decrescer a complexidade do que era antes de fazermos a assunção não-inicial em questão.[15] Já que nossa prova começa com um nível finito de complexidade que continua abaixando, então, se não obtemos uma prova, eventualmente acabaremos com um nível de complexidade 0 – que (se não podemos derivar nada mais) nos moverá ao passo REFUTE, que termina a estratégia. Então não obteremos um *loop* infinito.

Assim sendo, se aplicamos corretamente nossa estratégia a um argumento proposicional e o argumento é válido, então obteremos uma prova. Isso estabelece completude. Então provamos correção e completude para nosso sistema:

Correção: Todo argumento proposicional passível de ser provado é válido.
Completude: Todo argumento proposicional válido é passível de ser provado.

De ambos tomados juntos, concluímos que um argumento proposicional é passível de ser provado em nosso sistema se e somente se ele é válido.

[13] Em raras ocasiões, um passo S&I pode reduzir o nível de complexidade em mais de um. Suponha que temos "(A • B)" e "(B • A)" e simplificamos uma delas em "A" e "B". A conjunção que simplificamos é *estrelada* e a outra é *quebrada*, portanto o nível de complexidade é reduzido em dois.

[14] Suponha que precisamos quebrar "(A ⊃ B)" e então assumimos "A"; então podemos concluir "B" e estrelar "(A ⊃ B)", que reduzirá a complexidade em um. Suponha que ao invés assumimos "~A"; portanto "(A ⊃ B)" é quebrada, o que imediatamente reduz a complexidade em um.

[15] Lembre-se que fazemos uma assunção adicional para quebra uma fbf complexa. Por exemplo, precisamos quebrar "(A ⊃ B)" e então assumimos "A". Se essa assunção morre, concluímos "~A" e então "(A ⊃ B)" é quebrada (que reduz o nível de complexidade). Se ao invés assumirmos "~A," então quando essa assunção morrer derivamos "A"; podemos então usar isso com "(A ⊃ B)" para obter "B" – e depois estrelar "(A ⊃ B)" (que reduz o nível de complexidade). Portanto, quando uma assunção adicional morre, o nível de complexidade diminui do que ele era antes de fazermos a assunção.

15.5 Um sistema axiomático

Nosso sistema proposicional é um *sistema de inferência*, já que ele utiliza sobretudo **regras de inferência** (regras que nos permitem derivar fórmulas de fórmulas anteriores). É também possível sistematizar a lógica proposicional como um *sistema axiomático*, que utiliza sobretudo **axiomas** (fórmulas que podem ser colocadas em uma linha, indiferentemente de linhas anteriores.) Ambas as abordagens podem ser desenvolvidas para serem igualmente poderosas – então qualquer coisa passível de ser provada em um sistema é passível de ser provada no outro. Sistemas axiomáticos tendem a ter uma estrutura mais simples, enquanto sistemas inferenciais tendem a ser mais fáceis de utilizar. Os pioneiros da lógica simbólica utilizaram sistemas axiomáticos.

Esboçarei agora uma versão de um sistema axiomático do *Principia Mathematica.*[16] Utilizaremos as definições de "fbf", "premissa" e "linha derivada" de nosso sistema proposicional – e a seguinte definição de "prova":

> Uma *prova* é uma sequência vertical de zero ou mais premissas seguidas por uma ou mais linhas derivadas, onde cada linha derivada é um axioma ou segue de uma linha anterior por regra de inferência ou substituição de equivalentes definicionais.

Existem quatro axiomas; esses axiomas, e a regra de inferência e definições, valem indiferentemente de quais fbfs uniformemente substituem "A", "B" e "C":

Axioma 1.	$((A \vee A) \supset A)$
Axioma 2.	$(A \supset (A \vee B))$
Axioma 3.	$((A \vee B) \supset (B \vee A))$
Axioma 4.	$((A \supset B) \supset ((C \vee A) \supset (C \vee B)))$

O sistema tem uma regra de inferência (*modus ponens*): "$(A \supset B)$, $A \rightarrow B$". Ele toma "$\vee$" e "$\sim$" como termos indefinidos; ele define "$\supset$", "$\bullet$", e "$\equiv$" como segue:

Definição 1.	$(A \supset B) = (\sim A \vee B)$
Definição 2.	$(A \bullet B) = \sim(\sim A \vee \sim B)$
Definição 3.	$(A \equiv B) = ((A \supset B) \bullet (B \supset A))$

[16] Bertrand Russell e Alfred North Whitehead (Cambridge: Cambridge University Press, 1910).

A prova de "(P ∨ ~P)" em nosso sistema inferencial é trivialmente simples (Seção 15.3). A prova axiomática é mais difícil:

1 ∴ (((P ∨ P) ⊃ P) ⊃ ((~P ∨ (P ∨ P)) ⊃ (~P ∨ P))) {do axioma 4, substituindo "(P ∨ P)" por "A", "P" por "B", e "~P" por "C"}
2 ∴ ((P ∨ P) ⊃ P) {do axioma 1, substituindo "P" por "A"}
3 ∴ ((~P ∨ (P ∨ P)) ⊃ (~P ∨ P)) {de 1 e 2}
4 ∴ (P ⊃ (P ∨ P)) {do axioma 2, substituindo "P" por "A" e "P" por "B"}
5 ∴ (~P ∨ (P ∨ P)) {de 4, substituindo coisas equivalentes pela definição 1}
6 ∴ (~P ∨ P) {de 3 e 5}
7 ∴ ((~P ∨ P) ⊃ (P ∨ ~P)) {do axioma 3, substituindo "~P" por "A" e "P" por "B"}
8 ∴ (P ∨ ~P) {de 6 e 7}

Já que não há estratégia automática, criar tais provas requer trabalho de adivinhação e intuição. E podemos trabalhar por horas tentando provar um argumento que na realidade é inválido. Sistemas axiomáticos tendem a ser dolorosos de utilizar.

15.6 Teorema de Gödel

Agora consideraremos o resultado mais surpreendente da metalógica: o teorema de Gödel.

Definamos um **sistema formal** (ou *cálculo*) como uma linguagem artificial com regras gramaticais de notação e regras de notação para determinar validade. Sistemas formais tipicamente são ou inferenciais (nossa abordagem usual) ou axiomáticos.

É razoavelmente fácil colocar a lógica proposicional em um sistema formal correto e completo. Nosso sistema inferencial faz o trabalho – assim como o sistema axiomático de Russell e Whitehead. Em ambos os sistemas, um argumento proposicional é válido se e somente se ele é passível de ser provado.

Você pode pensar que a aritmética poderia de maneira similar ser colocada em um sistema correto e completo. Se tivéssemos êxito, teríamos um sistema inferencial ou axiomático que poderia provar qualquer verdade da aritmética, mas nenhuma falsidade. Então um enunciado aritmético seria verdadeiro se e somente se ele fosse passível de ser provado no sistema.

Mas isso é impossível. O **teorema de Gödel** mostra que não podemos sistematizar aritmética dessa maneira. Para qualquer tentativa de formalização, uma das duas coisas ruins acontecerá: alguns enunciados verdadeiros da aritmética não serão passíveis de serem provados (fazendo o sistema incompleto), ou algum enunciado aritmético falso será passível de ser provado (fazendo o sistema incorreto). O teorema de Gödel

mostra que qualquer sistema formal que tente englobar a aritmética será incompleto ou incorreto.

Você pode achar difícil de acreditar no teorema de Gödel. A aritmética parece ser uma área onde tudo pode ser provado de uma maneira ou de outra. Mas Kurt Gödel em 1931 mostrou ao mundo que isso estava errado. O raciocínio por trás de seu teorema é difícil; aqui eu tentarei apenas dar uma visão a respeito do que se trata.[17]

O que exatamente é essa aritmética que não podemos sistematizar? "Aritmética" aqui é mais ou menos como álgebra de colegial, mas limitada a números positivos inteiros. Ela inclui verdades como essas três:

2+2=4
Se x+y=z, então y+x=z.
Se xy=18 e x=2y, então x=6 e y=3.

De modo mais preciso, *aritmética* é o conjunto de verdades e falsidades que podem ser expressas utilizando símbolos para os itens de vocabulário nestas caixas:

Vocabulário matemático
números positivos: 1, 2, 3, ... mais, vezes à potência de parênteses, igual

Vocabulário lógico
não, e, ou, se-então variáveis: x, y, z,... todo, algum parênteses, igual

O teorema de Gödel declara que nenhum sistema formal com símbolos para todos os itens nessas duas caixas pode ser correto e completo.

As noções em nossa caixa matemática podem ser reduzidas a um sistema correto e completo: um que chamaremos de "cálculo numérico". E as noções em nossa caixa lógica podem ser reduzidas a um sistema formal correto e completo: nosso sistema quantificacional. Mas combinar esses dois sistemas produz um monstro que não pode ser colocado em um sistema formal correto e completo.

Construiremos um *cálculo numérico* (CN) que utiliza sete símbolos:

/ + • ^ ( ) =

[17] Meu pequeno livro *Gödel's Theorem Simplified* (Langham, Md.: University Press of America, 1984), tentou explicar o teorema. Recorra a esse livro para informações adicionais.

"/" significa "um" ("1"). Escreveremos 2 como "//" ("um um"), 3 como "///" ("um um um" – pense em três barras consecutivas) e assim por diante, "+" é para "mais", "•" é para "vezes" e "^" para "a potência de". Nossos sete símbolos cobrem todas as noções de nossa caixa matemática.

Sequências significativas de símbolos de CN são *numerais, termos* e *fbfs*:

1. Qualquer sequência de uma ou mais instâncas de "/" é um *numeral.*
2. Todo numeral é um *termo.*
3. O resultado de juntar dois termos quaisquer com "+," "•" ou "^" e colocar o resultado entre parênteses é um *termo.*
4. O resultado de juntar dois termos quaisquer com "=" é uma fbf.

Seguem exemplos (com os equivalentes mais usuais abaixo):

Numerais:	//	///////	
	2	7	
Termos:	///////	(//• //)	((/ + /) ^ //)
	7	2 • 2	$(1+1)^2$
Fbfs:	/// = ///	(// + //) = ////	
	3 = 3	2 + 2 = 4	

Nosso CN será capaz de provar somente as fbfs verdadeiras. CN utiliza um axioma e seis regras de inferência; a seguir nosso axioma (no qual qualquer numeral pode substituir "a"):

Axioma: a = a

Qualquer instância disso (qualquer autoidentidade utilizando o mesmo numeral em ambos os lados) é um axioma: "/ = /" ["1 = 1"], "// = //" ["2 = 2"], "/// = ///" ["3 = 3"] e assim por diante.

Nossas regras de inferência nos permitem substituir uma sequência de símbolos por outra. Utilizaremos "↔" para dizer que podemos substituir os símbolos em ambos os lados pelo do outro lado. Temos duas regras para "mais" (onde "a" e "b" em nossas regras de inferência denotam qualquer numeral):

R1. (a+/) ↔ a/
R2. (a+/b) ↔ (a/+b)

Por exemplo, R1 nos permite intercambiar "(/// + /)" ["3+1"] e "////" ["4"]. R2 nos permite intercambiar "(//+//)" ["2+2"] e "(///+/)"

["3+1"] – movendo o "+" um "/" para a direita. Veremos R3 a R6 em um momento.

Uma *prova* de CN é uma sequência vertical de fbfs, cada qual é ou um axioma ou então segue de membros anteriores por uma das regras de inferência R1 a R6. Um *teorema* é qualquer fbf de uma prova.

Utilizando nosso axioma e regras de inferência R1 e R2, podemos provar qualquer fbf verdadeira de CN que não utiliza "•" ou "∧". Segue uma prova de "(//+//)=////" ["2+2=4"]:

1. ////=//// [do axioma]
2. (///+/)=//// [de 1 utilizando R1]
3. (//+//)=//// [de 2 utilizando R2]

Começamos com uma autoidentidade. Obtemos a linha 2 substituindo "(///+/)" por "////" (tal como permitido pela regra R1). Obtemos a linha 3 substituindo "(//+//)" por "(///+/)" (tal como permitido pela regra R2). Então "(//+//)" é um teorema.

Seguem outras regras para "vezes" e "a potência de":

R3.	(a • /) ↔ a
R4.	(a • /b) ↔ ((a • b) + a)
R5.	(a ∧ /) ↔ a
R6.	(a ∧ /b) ↔ ((a ∧ b) • a)

Nosso CN é correto e completo; qualque fbf de CN é verdadeira se e somente se ela é passível de ser provada em CN. Isso é fácil de mostrar, mas não faremos a prova aqui.

Suponha que tomemos nosso cálculo numérico, acrescentamos símbolos e regras de inferência à nossa lógica quantificacional, acrescentamos alguns poucos axiomas e regras de inferência e chamemos o resultado de "cálculo aritmético" (CA). Podemos então simbolizar qualquer enunciado aritmético em CA. Então podemos simbolizar estes enunciados:

Se x+y=z, então y+x=z.
= ((x+y)=z ⊃ (y+x)=z)

Se xy=8 e x=2y, então x=4 e y=2.
= (((x•y)=//////// • x=(//·y)) ⊃ (x=//// • y=//))

x é par.
= Para algum número y, x = 2 vezes y.
= (∃y)x=(// • y)

x é primo.
= Para todo número y e z, se x = y vezes z, então y=1 ou z=1.
= (y)(z)(x=(y • z) ⊃ (y=/ ∨ z=/))

A seguir a conjectura de Goldbach (que ainda não foi nem provada nem refutada):

= Todo número par é a soma de dois primos.
(x)((∃y)x=(2 • y) ⊃ (∃x')(∃x")(x=(x'+ x") • ((y)(z)(x'=(y • z) ⊃ (y=/ ∨ z=/)) • (y)(z)(x"=(y • z) ⊃ (y=/ ∨ z=/))))))

O teorema de Gödel mostra que qualquer cálculo matemático como o apresentado possui uma falha fatal: ou ele *não pode* provar algumas verdades aritméticas, ou *pode* provar algumas falsidades aritméticas. Essa falha é proveniente não de um defeito acidental em nossa escolha de axiomas e regras de inferência, mas do fato de que qualquer sistema como o apresentado pode codificar mensagens sobre si mesmo.

Para mostrar como isso funciona, é útil utilizar uma versão de CA com vocabulário mínimo. A versão que esboçamos até então utiliza esses símbolos:

/ + • ^ ( ) = ~ ∨ ⊃ ∃ x, y, z, x', ...

Agora economizaremos. Ao invés de escrever "^" ("a potência de), escreveremos "••". Cortaremos "∨" e "⊃", e expressaremos as mesmas ideias utilizando "~" e "•" (Seção 15.2). Utilizaremos "n", "nn", "nnn", "nnnn" ... para outras variáveis (ao invés de "x", "y", "z", "x'", ...). Eliminaremos "∃", e escreveremos "~(n)~" ao invés de "(∃n)". Nossa versão vocabulário-mínimo de CA utiliza apenas oito símbolos:

/ + • ( ) = ~ n

Qualquer enunciado aritmético pode ser simbolizado a partir da combinação desses símbolos.

Nossa estratégia de provar o teorema de Gödel é como segue. Primeiro damos números de ID a fórmulas de CA. Então vemos como fórmulas de CA codificam mensagens sobre outras fórmulas de CA. Então construímos uma fórmula especial, chamada fórmula de Gödel G, que codifica essa mensagem sobre si mesma: "G não é passível de ser provada". G afirma sua própria propriedade de não ser passível de ser provada; essa é a chave para o teorema de Gödel.

É fácil dar um número de ID a fórmulas de CA. Atribuamos a cada um dos oito símbolos um dígito de 1 a 8:

Símbolo:	/	+	•	(	)	=	~	n
Número de ID:	1	2	3	4	5	6	7	8

Assim "/" tem ID # 1 e "+" tem ID # 2. Para obter o número de ID de uma fórmula, substituímos cada símbolo por seu número de ID de um dígito. Então substituímos "/" por "1," "+" por "2" e assim por diante. Seguem dois exemplos:

O # ID para:	"/=/"	O # ID para:	"(//+//)"
é:	161	é:	4112115

Os números de ID seguem padrões. Por exemplo, cada numeral tem um número de ID consistindo de 1's:

Numeral:	/	//	///	////
Número de ID:	1	11	111	1111

Então podemos dizer:

# da fórmula n é um numeral	se e somente se	n consiste de apenas 1's.

Podemos expressar a caixa do lado direito como a equação "(nove--vezes-n mais um) é igual a alguma potência de dez", ou "$(\exists x)9n+1=10^x$", que pode ser simbolizada em uma fórmula de CA.[18] Essa fórmula de CA é verdadeira para qualquer número n se e somente se a fórmula # n é um numeral. Essa é a maneira na qual CA codifica mensagens sobre si mesma.

Um teorema de CA é uma fórmula passível de ser provada em CA. Os números de ID para teoremas seguem padrões definidos, mas complexos. É possível encontrar uma equação que seja verdadeira para qualquer número n se e somente se a fórmula # n é um teorema. Se "n é ..". representa essa equação, podemos dizer:

Fórmula # n é um teorema	se e somente se	n é ....

A equação na caixa direita seria muito complicada.

[18] A fórmula CA para essa equação é "~(nn)~(((///////// • n) + /) = (////////// •• nn))". Essa fórmula tem ID # 748857444111111111385215641111111111338855. É importante que o enunciado em nossas caixas à direita possam ser simbolizadas em fórmulas de CA com números de ID definidos. Não é importante que escrevamos as fórmulas ou seus números de ID.

Para tornar as coisas mais intuitivas, vamos pretender que todos e somente teoremas têm número de ID *ímpar.* Então "n é ímpar" codifica "Fórmula # n é um teorema":

Fórmula # n é um teorema	se e somente se	n é ímpar.

Por exemplo, "161 é ímpar" codifica a mensagem de que essa fórmula # 161 (que é "/ = /") é um teorema:

Fórmula # 161 é um teorema	se e somente se	161 é ímpar.

Então "n é par" codificaria a mensagem de que a fórmula # n é um não-teorema:

Fórmula # n é um não-teorema	se e somente se	n é par.

Imagine que "485.." seja algum número específico muito grande. Que a próxima caixa represente a fórmula que diz que 485... é par:

485... é par.

Essa fórmula codificaria a seguinte mensagem:

Fórmula # 485... é um não-teorema.

Então a fórmula CA é verdadeira se e somente se a fórmula # 485... é um não-teorema. Agora suponha que essa fórmula ela mesma tenha número de ID 485.... Então a fórmula estaria falando sobre si mesma, declarando que ela mesma é um não-teorema. Isso é o que a fórmula de Gödel G faz. G, que possui ela mesma um certo número de ID, codifica a mensagem que a fórmula com esse nímero de ID é um não-teorema. G de fato diz que:

G	G não é um teorema.

Então G codifica a mensagem "G não é um teorema". Mas isso significa que G é verdadeira se e somente se ela não é um teorema.

Então G é verdadeira se e somente se ela não é passível de ser provada. Agora G, como uma fórmula aritmética, é verdadeira ou falsa. É G verdadeira? Então ela não é passível de ser provada – e nosso sistema contém verdades que não são passíveis de serem provadas. Ou talvez G seja falsa? Então ela é passível de ser provada – e nosso sistema contém

falsidades passíveis de serem provadas. Em ambos os casos, o sistema CA é falho.

Não podemos remover a falha adicionando mais axiomas ou regras de inferência. Não importa o que acrescentemos ao cálculo aritmético, podemos utilizar a técnica de Gödel para encontrar uma fórmula do sistema que é verdadeira-mas-não-passível-de-ser-provada ou falsa-mas--passível-de-ser-provada. Portanto, a aritmética não pode ser reduzida a nenhum sistema formal correto e completo.

Isso completa nosso esboço do raciocínio por trás da prova de Gödel. Para preencher os detalhes, seria necessário responder duas questões mais:

- Considere a equação que é verdadeira para qualquer número n se e somente se a fórmula # n é um teorema. Essa equação teria que ser muito mais complicada do que "n é ímpar". Como podemos produzir essa equação?
- Se temos essa equação, como então produzimos uma fórmula com um dado número que diz que a fórmula com esse número é um não-teorema?

As respostas a essas questões são muito complicadas para serem abordadas aqui. O que importa é que os detalhes podem ser resolvidos; não nos preocuparemos aqui sobre como resolvê-los.[19]

Muitas pessoas acham os dois últimos capítulos surpreendentes. Tendemos a pensar que *tudo* pode ser provado em matemática, e que *nada* pode ser provado em ética. Mas o teorema de Gödel mostra que nem tudo pode ser provado em matemática. E nossa formalização da regra de ouro mostra que algumas ideias importantes (como a regra de ouro) podem ser provadas em ética. A lógica pode nos surpreender.

[19] Para detalhess técnicos, veja meu *Gödel's Theorem Simplified* (Langham, Md: University Press of America, 1984).

Capítulo 16

HISTÓRIA DA LÓGICA

A lógica nasceu na Grécia Antiga, e depois renasceu cem anos atrás. Desde então, a lógica cresceu e expandiu ainda mais, e contribuiu com o surgimento da era do computador. Podemos melhor entender e apreciar lógica estudando sua história.

16.1 Lógica antiga

O estudo formal do raciocínio lógico começou com **Aristóteles** (384-322 AC) na Grécia Antiga. Uma ênfase sem precedentes no raciocínio preparou o terreno para o surgimento da lógica de Aristóteles. Os gregos utilizaram raciocínios complexos em geometria para provar resultados como o teorema de Pitágoras. Sofistas ensinaram jovens homens ricos a ganhar poder argumentando efetivamente (e com frequência por ardis verbal). Os filósofos antigos Parmênides e Heráclito raciocinaram sobre ser e não-ser, antecipando disputas posteriores sobre a lei de não-contradição, e Zenão raciocinou sobre paradoxos. Sócrates e Platão forneceram modelos de raciocínio filosófico cuidadosos, testando ideias ao tentar derivar absurdos delas e buscando crenças que apenas poderiam ser sustentadas consistentemente após um exame cuidadoso.

Certamente, o raciocínio é uma habilidade importante dos seres humanos em geral, e não começou na Grécia Antiga. Nossa habilidade de raciocínio levanta grandes questões. Ela é fundamentada biologicamente, integrada em nossos cérebros pela evolução porque nos ajudou a sobreviver? Ou nossa habilidade de raciocícnio tem um origem divina, já que fomos feitos à "imagem e semelhança" de um Deus inteligente? Ou ambas as explicações têm um lugar e se adequam juntas harmoniosamente? A lógica levanta questões fascinantes para outras disciplinas.

Como uma área de estudo, a lógica começou com Aristóteles. Até onde sabemos, ele foi o primeiro a formular um princípio correto de inferência, a utilizar letras para termos e a construir um sistema axiomá-

tico. Ele focou na lógica do "todo", "nenhum" e "algum". Ele criou a lógica silogística (Capítulo 2), que estuda argumentos como estes (que utilizam enunciados da forma "todo A é B", "nenhum A é B". "algum A é B" ou "algum A não é B"):

Argumento válido	→	Todo humano é mortal. Todo grego é humano. ∴ Todo grego é mortal.	todo H é M todo G é H ∴ todo G é M

Esse argumento é *válido* devido a sua estrutura formal, como dado pela formulação à direita; qualquer argumento tendo essa mesma estrutura será válido. Se mudamos a estrutura, podemos obter um argumento inválido, como este:

Argumento inválido	→	Todo romano é mortal. Todo grego é mortal ∴ Todo grego é romano.	todo R é M todo G é M ∴ todo G é R

Isso é *inválido* porque sua forma não é correta. Aristóteles defendeu formas válidas derivando-as de formas que ele viu como autoevidentes; ele criticou formas inválidas mostrando que alguma substituição das letras leva a premissas verdadeiras e uma conclusão falsa.

A lógica silogística de Aristóteles é uma *lógica em um sentido restrito*, já que ela lida com o que segue do que. Aristóteles também abordou outros tópicos que se conectam com avaliação de argumentos, tal como definições e falácias; essas fazem parte da *lógica em um sentido amplo*.

Aristóteles propôs dois princípios de pensamento. Sua **lei de não-contradição** estabelece que a mesma propriedade não pode ao mesmo tempo pertencer e não pertencer ao mesmo objeto sob o mesmo aspecto. Então "S é P" e "S é não P" não podem ser ambas verdadeiras ao mesmo tempo – a não ser que tomemos "S" e "P" diferentemente nos dois enunciados. Aristóteles viu essa lei como tão certa que não poderia ser provada a partir de nada mais certo; ele pensou que nem todo conhecimento pode ser demonstrado, já que, caso contrário, necessitaríamos de uma infinidade de argumentos, pelos quais toda premissa de todo argumento é provada por um outro argumento. Os que negam a lei de não-contradição a assumem em suas deliberações; para acertar os ponteiros, podemos pretender concordar que contradições são boas e então bombardeá-los com contradições, até que eles nos peçam para parar. Aristóteles também sustentou a **lei do terceiro excluído**, que ou "S é P" ou "S não é P" é verdadeiro. Algumas lógicas deviantes disputam ambas as leis (Capítulo 17).

Aristóteles também investigou a lógica do "necessário" e "possível", o que é agora chamado de *lógica modal* (Capítulos 10 e 11). Em

uma seção intrigante, ele discute futuros contingentes (eventos futuros que podem ou não acontecer). Suponha que possa haver uma batalha naval amanhã. Se "Haverá uma batalha naval amanhã" (abreviado como "S" abaixo) é *agora* ou verdadeiro ou falso, isso parece implicar que o acontecimento da batalha seja uma questão de necessidade:

Ou é verdadeiro que S ou é falso que S.
Se é verdadeiro que S, então é necessário que S.
Se é falso que S, então é necessário que não-S.
∴ Ou é necessário que S ou é necessario que não S.

Aristóteles rejeitou a conclusão, já que ele pensou que não há necessidade em nenhum dos casos. Ele pareceu negar a primeira premissa e, consequentemente, a validade universal da lei do terceiro excluído (que ele defende em outros lugares); se o interpretamos dessa maneira (o que é controverso), então ele antecipou lógica de múltiplos valores ao acrescentar um terceiro valor de verdade além de verdadeiro e falso (Seção 17.1). Mas uma solução alternativa é possível. Muitos pensam que premissa 2 e 3 têm uma ambiguidade quadrado dentro/quadrado fora (Seção 10.1): tomando-as como "$(A \supset \Box B)$" fazem delas questionáveis enquanto tomá-las como "$\Box(A \supset B)$" faz com que o argumento seja inválido.

Depois de Aristóteles, os **estoicos** e outros desenvolveram uma lógica que foca em "se-então," "e" e "ou," muito similar a nossa lógica proposicional (Capítulos 6 e 7). Os lógicos estoicos defenderam, por exemplo, uma importante forma de inferência que mais tarde foi chamada de *modus tollens* (modo negação):

Argumento válido	→	Se sua visão é correta, então tal e tal é verdadeiro. Tal e tal é falso. ∴ Sua visão não é correta.	Se C, então S Não-S ∴ Não-C

Os lógicos estoicos também investigaram lógica modal. Diferentemente dos lógicos de hoje, eles com frequência tomaram "necessário" e "possível" em um sentido temporal, como algo como "verdadeiro todas as vezes" e "verdadeiro algumas vezes". Eles estavam preocupados se havia um argumento modal forte para o *fatalismo*, a visão de que todo evento acontece com necessidade inerente (veja problema 10 da Seção 10.3b).

Houve muito debate sobre como compreender o condicional "Se A então B" (Seção 17.4). Filo de Mégara viu "Se A então B" como verdadeiro se e somente se não é *agora* o caso que A seja verdadeiro e B falso; isso se enquadra na tabela de verdade moderna para "se-então", mas levou a controvérsia. Diodorus Chronus viu "Se A então B" como

verdadeiro se e somente se *nunca* em qualquer tempo é o caso que A seja verdadeiro enquanto B seja falso.

Em princípio, as lógicas de Aristóteles e a dos estoicos eram vistas como rivais. Elas diferiam em três principais maneiras:

- Aristóteles focou em "todo," "nenhum" e "algum". Os estoicos focaram em "se-então," "e" e "ou."
- Aristóteles utilizou letras como variáveis e expressou argumentos como condicionais longos, como "Se todo A é B, e todo C é A, então todo C é B". Os estoicos utilizaram variáveis numéricas e expressaram argumentos como conjuntos de enunciados, como "Se 1 então 2. Mas não-2. Portanto, não 1."
- Aristóteles viu a lógica não como parte da filosofia, mas como uma ferramenta geral para qualquer tipo de pensamento. Os estoicos viram a lógica como uma das três áreas da filosofia (as outras duas sendo física e ética). Mas ambos concordam que estudantes devem estudar lógica cedo, antes de ir para as outras áreas.

Mais tarde, pensadores combinaram as duas abordagens em o que é chamado **lógica tradicional**. Nos próximos dois mil anos, a lógica aristotélica, com adições dos estoicos, regeu o mundo ocidental.

Aproximadamente ao mesmo tempo, outra tradição de lógica surgiu independentemente na Índia, China e Tibete. Essa é algumas vezes chamada de **lógica budista**, não obstante ela tenha sido exercida também por hindus e outros. Ela estudou muitas das áreas que eram importantes no Ocidente, incluindo inferências, falácias e linguagem.

Um padrão comum na lógica budista é o silogismo de cinco-linhas:

Aqui tem fogo, {conclusão}
porque há fumaça. {premissa}
Em qualquer lugar que haja fumaça há fogo, como em uma cozinha.
{regra e exemplo}
Aqui há fumaça. {premissa}
∴ Aqui há fogo. {conclusão}

As primeiras duas linhas nesse caso repetem as duas últimas; as três últimas linhas expressam uma inferência dedutiva válida:

Todos os casos de fumaça são casos de fogo.
Isso é um caso de fumaça.
∴ Isso é um caso de fogo.

Essa reconstrução omite "como na cozinha", que sugere uma justificação da premissa universal (Capítulo 5); em nossa experiência

de fumaça e fogo (como na cozinha), fumaça sempre parece trazer consigo fogo.

A tradição lógica oriental é ainda pobremente compreendida no Ocidente; ela cobre diversos pensadores durante diversos séculos, com poucos textos traduzidos em línguas ocidentais e muitos textos sendo difíceis de interpretar. Alguns comentadores enfatizam similaridades entre a lógica ocidental e a oriental; eles veem o pensamento como essencialmente o mesmo em todo lugar. Outros enfatizam diferenças e atentam contra impor uma estrutura ocidental ao pensamento oriental. E alguns lógicos deviantes veem as tradições orientais como muito congeniais a suas visões.

Muitos veem o Oriente como mais místico do que lógico; por exemplo, o Zen Budismo deleita-se em utilizar paradoxos (como o som do aplauso de uma só mão) para nos mover para além do pensamento lógico em direção à iluminação mística. Mas Oriente e Ocidente possuem elementos lógicos e místicos. Algumas vezes esses elementos aparecem juntos no mesmo indivíduo, como em Ludwig Wittgenstein, que no início do século 20 inventou as tabelas de verdade, mas também tinha um forte lado místico.

16.2 Lógica medieval

Os lógicos medievais levaram adiante a estrutura básica de Aristóteles e dos estoicos, conforme a lógica foi tornando-se crescentemente mais importante em educação superior.

O pensador cristão **Boécio** (480-524) foi importante na transição para a Idade Média. Ele escreveu sobre lógica, incluindo comentários; ele explicou claramente a ambiguidade modal quadrado-dentro/quadrado-fora quando defendeu a compatibilidade de conhecimento prévio com liberdade humana (exemplos 4 e 14 da seção 10.3b). Ele também traduziu a lógica de Aristóteles para o latim. A maioria desses trabalhos traduzidos estavam perdidos até o século 12, exceto por *Categorias* e *Sobre Interpretação*, que se tornaram a fonte principal da lógica por diversos séculos; a tradição baseada nesses textos foi posteriormente chamada de *logica vetus* (lógica antiga).

O mundo árabe dominou a lógica entre 800-1200. Alguns lógicos árabes eram cristão, mas a maioria era muçulmana; ambos os grupos viam lógica como uma ferramenta importante para a teologia e para áreas como medicina. Primeiro eles focaram em traduzir Aristóteles para o árabe; depois eles escreveram comentários, manuais e trabalhos originais sobre lógica e outras áreas. Eles trabalharam em tópicos como lógica modal, condicional, universais, predicação, existência e enunciados silogísticos. Bagdá e a Espanha moura eram centros de estudos de lógica.

Os séculos 11 e 12 trouxeram um ressurgimento da lógica na Europa cristã; primeiro com Anselmo e Pedro Abelardo, e posteriormente com o aparecimento em latim de mais trabalhos sobre lógica de Aristóteles (em particular os *Primeiros Analíticos* e *Segundos Analíticos, Tópicos* e *Refutações Sofísticas*); a *logica nova* (nova lógica) era baseada nesses últimos trabalhos. Havia muito interesse no problema dos universais e em como termos significam. Pedro de Espanha e William de Sherwood escreveram livros de lógica influentes.

O engenhoso verso Barbara-Celarent se tornou uma ferramenta para instruir alunos sobre a lógica aristotélica.

> Barbara, Celarent, Darii, Ferioque, prioris;
> Cesare, Camestres, Festino, Baroco, secundae;
> Tertia, Darapti, Disamis, Datisi, Felapton,
> Bocardo, Ferison, habet; quarta insuper addit
> Bramantip, Camenes, Dimaris, Fesapo, Fresison.

Cada nome em letra maiúscula representa um silogismo válido. As vogais "A", "I", "E" e "O" nos nomes significam formas de sentenças específicas*:

A	todo – é –	A firmativa universal
I	algum – é –	af I rmativa particular
E	nenhum – é –	n E gotiva universal
O	algum – não é –	neg O tiva particular

Portanto, "Barbara," com as vogais AAA, possui três enunciados "todo":

todo M é P
todo S é M
∴ todo S é P

MP
SM = figura 1

Silogismos aristotélicos têm duas premissas. É tradicional utilizar "M", "S" e "P" para os termos. O *termo médio* "M" é comum a ambas as premissas; o *predicado* "P" da conclusão também ocorre na primeira premissa. Existem quatro figuras possíveis, ou organização das letras de premissas:

1 (prioris)	2 (secundae)	3 (tertia)	4 (quarta)
MP	PM	MP	PM
SM	SM	MS	MS

Os quatro axiomas do sistema aristotélico são formas válidas da primeira figura – Barbara, Celarent, Darii e Ferio:

* "Negativa" está escrito incorretamente para fazer a mnemônica funcionar em português). (N.T.)

Barbara	Celarent	Darii	Ferio
todo M é P	nenhum M é P	todo M é P	nenhum M é P
todo S é M	algum S é M	algum S é M	algum S é M
∴ todo S é P	∴ nenhum S é P	∴ algum S é P	∴ algum S é P

As outras 15 formas podem ser derivadas como teoremas. As consoantes dão dicas em como fazê-lo; por exemplo, "m" nos diz para trocar a ordem das premissas.

Tomás de Aquino (1224-74), o filósofo medieval mais influente, tem pouco impacto no desenvolvimento da lógica; mas ele fez bastante uso da lógica em seus escritos. À luz do grande volume de seus escritos e sua grande ênfase em argumentação, é possível que ele tenha produzido um número maior de argumentos filosóficos que qualquer outro que tenha vivido.

Os lógicos do século 14 incluem Guilherme de Ockham e Jean Buridan. Ockham é mais conhecido pela "Navalha de Ockham" (que devemos aceitar a teoria mais simples que explica os dados adequadamente) e sua tentativa de evitar metafísica na análise da linguagem; mas ele também desenvolveu princípios de lógica modal. Buridan é mais conhecido por sua declaração de que um cachorro colocado exatamente no meio de dois potes de comida escolheria um aleatoriamente; mas ele também formulou as regras padrão para silogismos válidos, uma versão que diz que um silogismo é *válido* somente se ele satisfaz todas estas condições:

- Todo termo distribuído na conclusão deve estar distribuído nas premissas. (Um termo está *distribuído* em uma sentença somente se a sentença faz alguma declaração sobre toda entidade à qual o termo se refere; de maneira equivalente, um termo distribuído é um que ocorre somente depois de "todo" ou em qualquer lugar depois de "nenhum" ou "não é".)
- O termo médio deve estar distribuído em pelo menos uma premissa. (O *termo médio* é o termo comum a ambas as premissas; se violamos essa regra, cometemos a falácia do *termo médio não distribuído*.)
- Se a conclusão é negativa, exatamente uma premissa deve ser negativa. (Um enunciado é *negativo* se ele contém "nenhum" ou "não é"; caso contrário ele é positivo.)
- Se a conclusão é afirmativa, ambas as premissas devem ser afirmativas.

A lógica foi importante na Idade Média – tanto em escritos filosóficos como na educação superior. As primeiras universidade do mundo estavam florescendo na Europa, e elas colocaram uma grande ênfase na lógica. Um sinal da influência da lógica medieval é a persistência dos

termos latinos (como *modus ponens*, *a priori/a posteriori* e *de re/de dicto*) mesmo hoje.

16.3 Lógica do Iluminismo

A lógica de Aristóteles foi dominante até o final do século 19. Muitos lógicos contribuíram para a lógica silogística; por exemplo, Leonhard Euler diagramou "todo A é B" colocando um círculo-A dentro de um círculo-B, Lewis Carrol nos entreteu com silogismos tolos e questões sobre lógica em *Alice no país das Maravilhas*, e John Venn nos forneceu diagramas para testar silogismos (Seção 2.6). Mas a maioria dos lógicos concordariam com o filósofo Immanuel Kant, que declarou que Aristóteles inventou e aperfeiçoou a lógica; nada mais de importância fundamental pôde ser aprendido ou acrescentado, embora possamos aperfeiçoar técnicas de ensino. Kant ficaria chocado ao saber da revolução na lógica que veio mais ou menos cem anos depois dele.

Os pensadores alemães George W. F. Hegel e Karl Marx forneceram uma corrente paralela. Hegel propôs que a lógica deveria reconhecer contradições na natureza como chave para compreender como o pensamento evolui historicamente; uma visão provoca seu oposto, e então as duas tendem a vir juntas em uma síntese superior. Marx também viu contradições no mundo como reais; ele aplicou essa ideia a lutas políticas e revoluções. Críticos objetaram que a *lógica dialética* de Hegel e Marx confunde propriedades conflitantes no mundo (como quente/frio ou capitalista/proletário) com contradições lógicas (como o mesmo objeto sendo tanto branco e, no mesmo sentido e tempo e sob o mesmo aspecto, também não branco).

O filósofo Gottfried Leibniz, um dos inventores do cálculo, teve uma percepção desses desenvolvimentos futuros. Ele propôs a ideia de linguagem simbólica que reduziria o raciocínio a algo como um cálculo aritmético. Se controvérsias surgissem, as partes poderiam pegar os lápis e dizer, "Vamos calcular". Leibniz criou uma notação lógica muito semelhante à de Boole (e muito mais cedo do que Boole); mas seu trabalho sobre o assunto foi publicado depois de Boole.

Muitos pensadores tentaram inventar uma notação para lógica. Augustus de Morgan propôs que simbolizássemos "todo A é B" como "A))B" e "Algum A é B" como "A()B"; uma letra no lado côncavo do parênteses é distribuída. Ele se tornou conhecido pelas suas *leis De Morgan* para lógica proposicional:

Não ambos A e B	=	Ou não-A ou não-B
Não ou A ou B	=	Ambos não-A e não-B

De Morgan reclamou que a lógica de seus dias não lidava com argumentos relacionais como "Todo cachorro é animal; portanto, toda cabeça de cachorro é cabeça de animal" (problema 25 da Seção 9.5b - que nossa lógica pode lidar).

A **álgebra boolena** de **George Boole** (1815-64) foi um avanço, já que ela permitiu algo como um cálculo matemático ser utilizado para checar correção de inferências. Boole utilizou letras para conjuntos; então "M" pode denotar o conjunto dos mortais e "H" o conjunto dos humanos. Colocar duas letras juntas representa a *intersecção* dos conjuntos; então "HM" representa o conjunto daqueles que são *ambos humanos e mortais*. Assim, podemos simbolizar "Todos os humanos são mortais" como "H = HM", que diz que o conjunto dos humanos = o conjunto daqueles que são ambos humanos e mortais. Podemos simbolizar um silogismo como uma série de equações:

Argumento válido	→	Todos os humanos são mortais.	H = HM
		Todos os gregos são humanos.	G = GH
		∴Todos os gregos são mortais.	∴G = GM

Na versão algébrica, podemos derivar a conclusão das premissas substituindo iguais por iguais. Comece pela segunda premissa: G = GH. Apague"H" e escreva "HM" (a primeira premissa diz H = HM); isso nos dá G = GHM. Depois apague "GH" e escreva "G" (a segunda premissa diz G = GH); isso nos dá G = GM.

Fórmulas booleanas, como estas abaixo à esquerda (que utilizam um simbolismo mais tardio), podem ser interpretadas como sendo sobre conjuntos ou sobre enunciados:

-A	O conjunto dos não-A's	Não-A
A∩B	A intersecção dos conjuntos A e B	A e B
A∪B	A união dos conjuntos A e B	A ou B

Então se "A" representa o conjunto dos animais, então "-A" é o conjunto dos não-animais; mas se "A" representa o enunciado de que Aristóteles é um lógico, então "-A" é o enunciado de que Aristóteles não é um lógico. As mesmas leis cobrem ambas as interpretações; por exemplo, "A∩B = B∩A". funciona indiferentemente de se estamos falando sobre conjuntos ou enunciados. Hoje, quando falamos de *operadores booleanos*, com frequência temos em mente a interpretação de enunciados; tais operadores booleanos incluem "e", "ou", "não" e outros conectivos proposicionais.

Boole, que é considerado o pai da lógica matemática, pensou que a lógica pertencia aos matemáticos, ao invés de pertencer aos filósofos. Mas o efeito de seu trabalho foi fazer da lógica um assunto partilhado por ambos os grupos, cada qual obtendo a fatia de ação que se enqua-

dra melhor. Embora o trabalho de Boole tenha sido importante, uma revolução muito maior na lógica estava por vir.

16.4 Frege e Russell

Gottlob Frege (1848-1925) criou a lógica moderna com seu *Begriffsschrift* ("Concept Writing"). Esse fino livro de 88 páginas introduziu um simbolismo que, pela primeira vez, nos permitiu combinar de toda maneira concebível o "todo", "nenhum" e "algum" de Aristóteles com o "se-então," "e" e "ou" dos estoicos. Então podemos agora simbolizar formas como "Se tudo que é A ou B é então C e D, então tudo que é não-D é não-A". Assim, a lacuna entre Aristóteles e os estoicos foi superada em uma síntese superior. Frege também mostrou como analisar argumentos com relações (como "x ama y") e quantificadores múltiplos. Então podemos agora mostrar que "Existe alguém que todos amam" implica "Todo mundo ama alguém" – mas não inversamente. Frege apresentou sua lógica como um *sistema formal* genuíno, com regras puramente notacionais para determinar a gramaticalidade de fórmulas e correção de provas.

O trabalho de Frege, apesar de sua importância, foi amplamente ignorado até que **Bertrand Russell** (1872-1970) veio enaltecê-lo nos primeiros anos do século 20. Parte do problema era que Frege utilizava um simbolismo estranho e intuitivo; poucas pessoas dedicaram seu tempo para dominar seu simbolismo e compreender suas muitas páginas de diagramas complexos em forma de árvore. Frege utilizou linhas para "não," "se-então" e "todo":

Não-A	Se A então B	Para todo x
─┬─A	─┬─B └─A	─◡x─

Essas linhas se combinam para simbolizar formas como "Nem todo A é não-B", que em nosso simbolismo quantificacional é "...":

Nem todo A é não-B = ┬◡x┬┬─Bx
└─Ax

Essas linhas também era sua maneira de escrever "Algum A é B" (que é, em nosso simbolismo) "(∃x(Ax•Bx)"; ele não tinha notação mais simples para "algum" e "e".

A lógica era parte do projeto de Frege de mostrar que aritmética é redutível à lógica; ele quis mostrar que todos os conceitos básicos da aritmética (como números e adição) são definíveis em termos puramente lógicos e que todas as verdades da aritmética são passíveis de serem

provadas utilizando apenas axiomas e regras de inferência lógicas. Frege utilizou teoria de conjuntos. Em particular, ele utilizou um axioma aparentemente inofensivo segundo o qual toda condição sobre x (como "x é um gato") descreve um conjunto contendo apenas aqueles elementos que satisfazem essa condição. Por exemplo, a condição "x é um gato" define o conjunto dos gatos. Mas considere que alguns conjuntos são membros de si mesmos (o conjunto de objetos abstratos é ele mesmo um objeto abstrato) enquanto outros conjuntos não o são (o conjunto dos gatos não é ele mesmo um gato). Pelo axioma de Frege, "x não é um membro de si mesmo" define o conjunto contendo apenas aquelas coisas que não são membros de si mesmos. Chame-o de "conjunto R". Então qualquer x é um membro de R, se e somente se x não é um membro de x (aqui "$\in$" significa "é um membro de" e "$\notin$" significa "não é um membro de"):

Para todo x, $x \in R$ se e somente se $x \notin x$.

Bertrand Russell perguntou a Frege em uma carta: "E quanto ao conjunto R ele mesmo?" Pelo princípio acima, R é um membro de R, se e somente se R não é um membro de R:

$R \in R$ se e somente se $R \notin R$.

Então R é um membro de si mesmo? Se ele o é, então ele não o é – e se ele não é, então ele é; de ambas as maneiras, obtemos uma contradição. Já que essa contradição, chamada **paradoxo de Russell,** era passível de ser provada no sistema de Frege, esse sistema era falho. Frege estava acabado, já que a obra de sua vida havia colapsado. Suas tentativas de resolver o problema não foram bem-sucedidas. Ele nunca se recuperou completamente.

Russell admirava enormemente Frege e seu trabalho inovador em lógica; as duas mentes trabalharam por linhas similares. Mas o paradoxo mostrou que a abordagem de Frege tinha que ser consertada. Então Russell, com seu antigo professor Alfred North Whitehead, trabalhou para desenvolver a lógica e a teoria de conjuntos de uma maneira que evitava a contradição. Eles também desenvolveram um simbolismo mais intuitivo (bem parecido com o que utilizamos neste livro), baseado no trabalho de Giuseppe Peano. O resultado foi o massivo *Principia Mathematica*, que foi publicado entre 1910-1913. O *Principia* tinha uma grande influência e se tornou a formulação padrão da nova lógica.

16.5 Depois de *Principia*

A **lógica simbólica clássica** inclui a lógica proposicional e a lógica quantificacional (Capítulos 6 a 9). Uma abordagem a essas lógicas é "clássica" se está de acordo com o sistema de Frege e Russell sobre quais argumentos são válidos, indiferentemente das diferenças em simbolização e técnicas de prova. A lógica simbólica clássica gradualmente se tornou a nova ortodoxia do século 20, substituindo a lógica aristotélica que fora dominante por mais de 20 séculos.

Muito do trabalho em lógica que seguiu ao *Principia Mathematica* girou em torno da lógica simbólica clássica. Diferentes técnicas de prova foram desenvolvidas; enquanto Frege e Russell utilizaram abordagem axiomática, lógicos posteriores inventaram métodos inferenciais e de árvores de verdade que eram mais fáceis de serem utilizados. Diferentes formas de simbolizar argumentos foram desenvolvidas, incluindo a "notação polonesa" de uma escola notável de lógica que era forte na Polônia no período entre guerras. Ludwig Wittgenstein e Emil Post independentemente inventaram tabelas de verdade, que clarearam nossa compreensão sobre conectivos lógicos (como "se-então", "e" e "ou") e levaram a um critério de validade baseado em semântica – sobre o significado dos conectivos e como eles contribuem para veracidade ou falsidade; Alfred Tarski e outros expandiram a abordagem semântica à lógica quantificacional.

Muito trabalho foi feito em **metalógica**, que é o estudo de sistemas lógicos (Capítulo 15). **Kurt Gödel** mostrou que a axiomatização de Russell da lógica clássica era, dadas certas assunções semânticas, correta; apenas coisas certas eram passíveis de serem provadas. Mas ele também mostrou, contra Frege e Russell, que aritmética não pode ser reduzida a qualquer sistema formal: nenhum conjunto consistente de axiomas e regras de inferência seria suficiente para provar todas as verdades aritméticas; esse resultado, chamado **teorema de Gödel**, é talvez o resultado mais impressionante e surpreendente da lógica do século 20. Alonzo Church mostrou que o problema de determinar validade na lógica quantificacional não pode ser reduzido a um algoritmo mecânico. Tinha também muita atividade na área vizinha de *teoria de conjuntos*, que depois do paradoxo de Russell se tornou crescentemente complexa e controversa.

Havia também muito trabalho em **filosofia da lógica** (Capítulo 18), que lida com questões filosóficas sobre lógica, tais como: são verdades lógicas dependentes de convenção humana (então diferentes convenções podem produzir diferentes verdades lógicas) ou da natureza objetiva da realidade (talvez nos fornecendo uma estrutura de qualquer linguagem possível que seria adequada para descrever realidade)? Pode a lógica nos

ajudar a clarear questões metafísicas, tais como que tipos de entidades existem? Devemos assumir entidades abstratas (como propriedades e proposições) quando fazemos lógica? Como podemos resolver paradoxos lógicos (como o paradoxo de Russell e o paradoxo do mentiroso)? Verdades lógicas são empíricas ou *a priori*? Lógica distorce crenças ordinárias e linguagem ordinária, ou ela as corrige? Qual a definição e escopo da lógica?

A lógica foi importante no desenvolvimento de computadores. A percepção básica por trás dos computadores é que funções lógicas como "e" e "ou" podem ser simuladas por meio de *portas lógicas*; essa ideia remonta ao lógico estadunidense Charles Sanders Peirce nos anos de 1880 e foi redescoberta por Claude Shannon em 1938. Se conectamos um grande número de portas lógicas da maneira certa e acrescentamos memória e dispositivos de entrada e saída, obtemos um computador. Lógicos como John von Neumann, Alain Turing e Arthur Burks ajudaram a desenvolver o primeiro computador eletrônico de larga escala. Já que lógica é importante para computadores, tanto no que diz respeito a *software* e *hardware*, ela é hoje estudada nos departamentos de ciência da computação. Então, atualmente três departamentos estudam lógica – filosofia, matemática e ciência da computação – cada um de uma perspectiva diferente.

Lógica hoje é também uma importante parte de *ciência cognitiva*, que é uma abordagem interdisciplinar ao fenômeno do pensamento e que inclui áreas como linguística, psicologia, biologia (especialmente áreas que lidam com o cérebro e sistemas sensórios), computadores (especialmente inteligência artificial), e outras áreas da filosofia (especialmente epistemologia e filosofia da mente).

Como a lógica simbólica clássica se tornou a nova ortodoxia, ela começou a ser questionada. Dois tipos de lógicas não clássicas surgiram. **Lógicas suplementares** aceitaram que a lógica clássica era boa até onde ela conseguia ir, mas precisava ser suplementada por outras lógicas para lidar com, por exemplo, "necessário" e "possível". Já as **lógicas deviantes** consideraram que a lógica clássica estava errada em alguns pontos e que precisava ser mudada.

A *lógica suplementar* mais importante é a lógica modal, que lida com "necessário" e "possível" (Capítulos 10 e 11). Lógicos antigos e medievais exerceram lógica modal; mas lógicos do século 20 em geral a ignoraram, até que C. I. Lewis começou a publicar sobre o assunto em 1932. Lógica modal então tornou-se controversa. Willard Van Orman Quine argumentou que ela era baseada em uma confusão; ele afirmou que necessidade lógica não era clara e que lógica modal quantificacional levava a uma metafísica censurável de propriedades necessárias. Houve debate vívido sobre lógica modal durante muitos anos. Então, em 1959, Saul Kripke apresentou uma maneira que recorria a mundos-possíveis

para explicar lógica modal; isso fez com que ela tivesse mais sentido e deu a ela novo respeito entre os lógicos. Mundos possíveis provaram coisas úteis em outras áreas e agora são uma ferramenta comum da lógica; e diversos filósofos (incluindo Alvin Plantinga) defenderam uma metafísica de propriedades necessárias. Hoje, a lógica modal é uma extensão bem-estabelecida da lógica clássica.

Outras extensões aplicam-se à ética ("A deve ser feito" ou "A é bom"), teoria do conhecimento ("X acredita que A" ou "X sabe que A"), a relação parte-todo ("X é parte de Y"), relações temporais (sobre "Será verdade em algum tempo futuro que A" e "Foi verdadeiro que em algum tempo passado que A"), e outras áreas (Capítulos 12 e 14). A maioria dos lógicos concordaria que a lógica clássica precisa ser complementada para ser aplicada a alguns tipos de argumentos.

As *lógicas deviantes* dizem que a lógica simbólica clássica é errada em alguns pontos e que precisa ser mudada (Capítulo 17). Alguns propõem utilizar mais do que dois valores. Talvez precisemos de um terceiro valor de verdade para "meia-verdade": então "1" = "verdadeiro," "0" = "falso" e "½" = "meia-verdade"; tabelas de verdade e lógicas proposicionais alternativas foram estabelecidas nessa base multivalorativa. Ou talvez precisemos de uma gama de valores de verdade de lógica fuzzy, de completamente verdadeiro (1.00) a completamente falso (0.00); então enunciados seriam mais ou menos verdadeiros. Ou talvez "A" e "não-A" possam ambos ser falsos (lógica intuicionista) ou possam ambos ser verdadeiros (lógica paraconsistente). Ou talvez a abordagem clássica de "se-então" seja falha. Alguns sugeriram que a lógica rejeite mesmo *modus ponens* ("Se A então B, A ∴ B") e *modus tollens* ("Se A então B, não-B ∴ não-A"). Essas e outras lógicas deviantes foram propostas. Hoje há muito questionamento sobre princípios lógicos básicos.

Essa breve história da lógica focou em lógica dedutiva e áreas relacionadas. Há também muito interesse em lógica informal (Capítulos 3 e 4), lógica indutiva (Capítulo 5), e história da lógica (este capítulo).

Então, a lógica tem uma história complexa – de Aristóteles e estoicos na Grécia antiga, através da Idade Média e Iluminismo, à turbulência do século 19 e a transformação da lógica com Frege e Russell, e nos séculos 20 e 21 o desenvolvimento de lógicas clássicas e não-clássicas e o nascimento da era do computador.[1]

[1] Para estudos adicionais sobre história da lógica, eu sugiro *The Development of Mathematical Logic* de P. H. Nidditch (London: Routledge & Kegan Paul, 1962) e, para fontes primordiais, *Reading on Logic* de Irving M. Copi e James A. Gould (New York: Macmillan, 1964). Também útil são *The Development of Logic* de William C. Kneale e Martha Kneale (Oxford: Clarendon, 1962) e *A History of Formal Logic* M. Bochenski, ed. e trad. Ivo Thomas (Notre Dame, Ind.: University of Notre Dame Press, 1961).

Capítulo 17

LÓGICAS DEVIANTES

As **lógicas deviantes** rejeitam assunções padrão. Muitos lógicos desde Aristóteles assumiram, por exemplo, que enunciados são ou verdadeiros ou falsos, mas não ambos, e que *verdadeiro* e *falso* são os únicos valores de verdade. Lógicas deviantes questionam tais ideias. Talvez precisemos mais do que dois valores de verdade (lógica multivalorativa). Ou talvez "A" e "não-A" possam ser ambas verdadeiras (lógica paraconsistente) ou possam ser ambas falsas (lógica intuicionista). Ou talvez as inferêcias SE-ENTÃO padrão estejam erradas (lógica de relevância).

As lógicas deviantes são controversas. Alguns estão contentes que a lógica esteja se tornando, em alguns círculos, tão controversa quanto outras áreas da filosofia. Outros defendem a lógica ortodoxa e veem lógicas deviantes como a rota para o caos intelectual; eles temem o que aconteceria se pensadores não pudessem tomar como certo que *modus ponens* e *modus tollens* são válidos e que contradições devem ser evitadas.

17.1 Lógica multivalorativa

A maioria dos lógicos assumem que existem apenas dois valores de verdade: *verdadeiro* e *falso*. Nossa lógica proposicional no Capítulo 6 aceita esse "princípio de bivalência," simbolizando verdadeiro como "1" e falso como "0". Isso é consistente com a existência de vãos de valores de verdade para sentenças que não possuem significado (como "Glurklies glurkle") ou que são vagas (como "A camiseta dela é branca," quando está entre branco e cinza). A lógica não precisa se preocupar com tais sentenças, já que argumentos que as utilizam já são defectivos; assim, podemos estipular que letras maiúsculas denotam apenas enunciados que *são* verdadeiros ou falsos.

As **lógicas multivalorativas** aceitam mais do que dois valores de verdade. **Lógicas com três valores** podem utilizar "1" para verdadeiro, "0" para falso e "½" para meio-verdadeiro. Essa última categoria pode

ser aplicada a enunciados que são desconhecidos, ou muito vagos para ser verdadeiro-ou-falso, ou plausível, mas não passível de ser provado, ou sem significado, ou sobre eventos futuros não ainda decididos. Uma tabela de verdade com três valores para o NÃO se parece com isto:

P	~P
0	1
½	½
1	0

Se P é falso, então ~P é verdadeiro.
Se P é meio-verdadeiro, então ~P é meio-verdadeiro.
Se P é verdadeiro, então ~P é falso.

A tabela seguinte mostra como os outros conectivos funcionam:

P	Q	(P • Q)	(P v Q)	(P ⊃ Q)	(P ≡ Q)
0	0	0	0	1	1
0	½	0	½	1	½
0	1	0	1	1	0
½	0	0	½	½	½
½	½	½	½	1	1
½	1	½	1	1	½
1	0	0	1	0	0
1	½	½	1	½	½
1	1	1	1	1	1

Um E toma o valor do conjunto mais baixo, e um OU toma o valor do disjunto mais alto. Um SE-ENTÃO é verdadeiro se o consequente é pelo menos tão verdadeiro quanto o antecedente e é meio-verdadeiro se o consequente é um pouco menos verdadeiro que o antecedente. Um SE-SOMENTE-SE é verdadeiro se ambas as partes possuem o mesmo valor de verdade e é meio-verdadeiro se elas diferem um pouco.

Dadas essas tabelas de verdade, algumas leis padrões da lógica falham. "(P v ~P)" (a lei do terceiro excluído) e "~(P •~P)" (a lei de não contradição) seriam às vezes apenas meio-verdadeiros. E "(P ⊃ Q)" não é equivalente a "~(P • ~ Q)", já que elas diferem de valor de verdade se P e Q são ambos ½. Podemos evitar todos esses resultados fazendo "(½ v ½)" verdadeiro e "(½ • ½)" falso; mas então estranhamente "P" seria não logicamente equivalente a "(P v P)" ou a "(P • P)"

A **lógica Fuzzy** propõe que aceitemos uma infinidade de valores de verdade; esses podem ser representados por números reais entre 0.00 (inteiramente falso) e 1.00 (inteiramente verdadeiro). Então podemos definir um "argumento válido" como um no qual, se as premissas têm pelo menos certo valor de verdade (talvez .9), então a conclusão também; o *modus ponens* então falha (já que "A" e "(A ⊃ B)" são ambos .9, então "B" pode ser menor que .9) tal como outros princípios lógicos. Alguns

propõem uma lógica ainda mais fuzzy, cujos valores de verdade são valores vagos como "muito verdadeiro" ou "ligeiramente verdadeiro."

A lógica fuzzy é utilizada em dispositivos como máquinas de secar roupa para permitir controle preciso. Uma máquina de secar baseada em lógica ambivalente pode ter uma regra que, se as camisas estão secas, então o calor é desligado; uma máquina de secar baseada em lógica fuzzy pode dizer que, se as camisas estão secas ao grau n, então o calor é baixado para o grau n. Podemos obter o mesmo resultado utilizando lógica padrão e uma relação "Dxn" que significa "camisa x está seca ao grau n" – movendo assim de "graus de verdade" a qualificações no predicado "seco" (que se aplica de uma maneira aproximada).

Oponentes dizem que lógica multivalorativa é estranha e arbitrária e tem pouca aplicação a argumentos da vida real. Mesmo se esse é o caso, a abordagem multivalorativa possui outras aplicações. Ela pode ser usada, por exemplo, em sistemas de memória de computador com mais de dois estados. E pode ser usada para mostrar a independência de axiomas da lógica proposicional (Seção 15.5); um axioma pode ser mostrado independente dos outros axiomas de certo sistema se, por exemplo, os outros axiomas (e teoremas derivados desses) sempre possuem um valor de "7" em um dado esquema de tabela de verdade, enquanto esse axioma possui um valor "6".

17.2 Lógica paraconsistente

A **lei de não-contradição** de Aristóteles estabelece que a mesma propriedade não pode ao mesmo tempo pertencer e não pertencer ao mesmo objeto sob o mesmo aspecto. Então "S é P" e "S é não-P" não podem ser ambas verdadeiras ao mesmo tempo – a não ser que tomemos "S" ou "P" diferentemente nos dois enunciados. Aristóteles viu essa lei como certa, mas não passível de ser provada. Ele alegou que aqueles que negam a lei de não-contradição a assumem em suas deliberações; essas mesmas pessoas não reclamariam se as bombardeássemos com contradições?

Aristóteles menciona Heráclito como negando a lei de não-contradição. O pensador alemão do século 19 Georg W. F. Hegel propõe que a lógica deveria reconhecer contradições na natureza como a chave para compreender como o pensamento evolui historicamente; uma visão provoca seu oposto, e então as duas tendem a vir juntas em uma síntese superior. Karl Marx também viu contradições no mundo como reais; ele aplicou essa ideia a lutas e revoluções políticas. Críticos objetam que a *lógica dialética* de Hegel e Marx frequentemente confunde propriedades conflitantes no mundo (como quente/frio ou capitalista/proletário) com

contradições lógicas (como o mesmo objeto sendo tanto branco e, no mesmo sentido e tempo e sob o mesmo aspecto, também não branco).

Na lógica proposicional padrão, a lei de não-contradição é simbolizada como "~(P • ~P)" e é aceita como uma tautologia de tabela de verdade – uma fórmula que é verdadeira em todos os casos possíveis:

P	~(P • ~P)
0	1
1	1

"Isto é falso:
Eu fui a Paris
e eu não fui a Paris."

"P e não-P" é sempre falso em lógica padrão, que pressupõe que "P" denote o mesmo enunciado em todos os casos. Em português é mais vago e nos permite mudar o significado de uma frase no meio de uma sentença. "Eu fui para Paris e eu não fui para Paris" pode expressar uma verdade se ela significa "Eu fui para Paris (no sentido em que eu aterrisei uma vez no aeroporto de Paris) – mas eu não fui realmente lá (no sentido em que eu não vi quase nada da cidade)". Devido a mudança no significado, isso seria melhor traduzido como "(P • ~ Q)", que não violaria a lei de não-contradição.

Alguns lógicos recentes, como Graham Priest, afirmam que *às vezes* um enunciado e sua contraditória são ambos verdadeiros. Tais lógicos **dialetistas** não dizem que todo enunciado e sua negação são verdadeiros – mas somente que *alguns* são. Aqui alguns exemplos em que "A e não-A" podem ser declarados como verdadeiros:

- "Andamos e não andamos nos mesmos rios". (Heráclito)
- "Deus é espírito e não espírito". (o místico Pseudo-Dionísio)
- "A bola movente está aqui e não está aqui". (Hegel e Marx)
- "O quadrado redondo é redondo e não redondo". (Meinong)
- "Aplaude-se e não aplaude-se com uma só mão." (Paradoxo oriental)
- "Sara é uma criança e não é uma criança". (discurso paradoxal)
- "O que eu estou dizendo agora é falso". (paradoxo do mentiroso)
- "O elétron passou e não passou pelo buraco". (física quântica)

A maioria dos lógico argumentam que esses não são casos genuínos de "A e não-A", pelo menos se eles são tomados de uma maneira razoável, já que devemos tomar as duas instâncias de "A" como representando ideias diferentes. Por exemplo, "Sara é uma criança e não é uma criança" pode ser razoável somente se realmente significa algo como "Sara é uma *criança-em-idade*, mas não é uma *criança-em-sofisticação*". O discurso paradoxal, embora às vezes bem provocativo, não faz sentido se tomado literalmente. Dialetistas tentam mostrar que algumas de suas autocontradições supostamente verdadeiras resistem a tais análises.

Em lógica proposicional padrão podemos, a partir de uma única autocontradição, deduzir a verdade de todo enunciado e sua negação. Então, se acreditássemos em uma autocontradição e também acreditássemos em todas as consequências lógicas de nossas crenças, contrairíamos a apavorante doença da *contradictitis* – por meio da qual acreditaríamos em todo enunciado e também em sua contradição –, trazendo caos ao discurso e ao pensamento humano. A seguir, uma derivação intuitiva mostrando como, dadas as premissas contraditórias "A é verdadeiro" e "A não é verdadeiro", podemos deduzir qualquer enunciado arbitrário "B" (essa inferência "A, ~A ∴B" é chamada de **princípio de explosão**):

1 A é verdadeiro. {premissa}
2 A não é verdadeiro. {premissa}
3 ∴ Pelo menos uma dessas duas é verdadeira: A ou B. {de 1: se A é verdadeiro, então pelo menos uma das duas, A ou B, é verdadeira.
4 ∴ B é verdadeiro. {de 2 e 3: se pelo menos uma das duas, A ou B, é verdadeira e não é A, portanto é B}

A resposta dos dialetistas acaba por rejeitar uma lógica padrão. No lugar dela, eles defendem uma **lógica paraconsistente** – uma lógica que rejeita o princípio de explosão; isso lhes permite conter uma autocontradição ocasional sem levar a um niilismo lógico de "qualquer coisa vale". No argumento acima, eles rejeitam a linha 4 e, portanto, a forma "(A v B), ~A ∴ B" (*silogismo disjuntivo*). Suponha, eles dizem, B é falso e A é ambos-verdadeiro-e-falso (!); então, eles dizem, "(A v B)" é verdadeiro (já que "A" é verdadeiro), "~ A" é verdadeiro (já que "A" também é falso), mas "B" é falso – e então silogismo disjuntivo é inválido.

Lógicos paraconsistentes desenvolveram sua própria tabela de verdade para explicar sua visão. Uma opção é utilizar "1" para verdadeiro e "0" para falso, mas permitir que A e ~ A tenham valores de modo independente um do outro; assim temos quatro possibilidades:

P ~P	
0 0	P e não P são ambos falsos.
0 1	P é falso e não P é verdadeiro.
1 0	P é verdadeiro e não P é falso.
1 1	P e não P são ambos verdadeiros.

Essa abordagem rejeita a compreensão usual do "não", por meio da qual "não-A" tem o valor de verdade oposto a "A". Em lógica paraconsistente, o silogismo disjuntivo é inválido, já que ele pode ter premissas verdadeiras e uma conclusão falsa (aqui "(A v B)" é verdadeiro porque a primeira parte é verdadeira):

A	~A	B	(A v B),	~A	B	
1	1	0	1	1	0	← **Inválido**

De maneira similar, o princípio de explosão, que nos permite deduzir qualquer enunciado arbitrário de uma autocontradição, é inválido:

A	~A	B	A,	~A	∴ B	
1	1	0	1	1	0	← **Inválido**

A lógica paraconsistente permite à lógica prosseguir normalmente em sua maior parte – então a maioria dos argumentos nesse livro que resultaram como válido ou inválido em lógica padrão resultaria na mesma coisa que antes; mas também permite a uma autocontradição ocasional ser verdadeira. Portanto, ela nega que uma adesão à lei de não-contradição seja necessária para o pensamento coerente.

Críticos objetam que não faz sentido permitir a "A" e "não-A" serem ambos verdadeiros, pelo menos se tomarmos "não" em um sentido próximo a seu sentido normal. Se rejeitamos a tabela de verdade usual para "não", o que faz "não-A" sempre ter o valor de verdade oposto de "A", então o que resta do significado de "não"?

Críticos também objetam que permitir que "A" e "não-A" sejam ambos verdadeiros perdoa a pessoas irracionais muito facilmente. Considere políticos ou estudantes que regularmente contradizem a si mesmos, asserindo "A" e então alguns momentos mais tarde asserindo "não-A", e ainda defendem a si mesmos apelando à "nova lógica" que permite ambos serem verdadeiros de uma vez. Certamente isso é capenga e sofístico.

Alguns que aceitam a lei de não-contradição (e, portanto, rejeitam o dialetismo) veem algum valor em lógica paraconsistente. Eles apontam que pessoas ou computadores às vezes têm que derivar conclusões de premissas inconsistentes. Suponha que nosso melhor conjunto de dados sobre um crime ou alguma área da ciência seja falho e inconsistente; podemos ainda querer derivar as melhores conclusões que podemos desses dados. A abordagem da lógica clássica "qualquer coisa e seu oposto seguem de dados inconsistentes" não ajuda. A lógica paraconsistente é dita ser capaz de fazer o melhor, nessas situações.

Entretanto, os críticos também questionam se a lógica paraconsistente pode fazer melhor. Suponha que nossos dados sejam inconsistentes. Então nossos dados contêm erros e podem não ser confiáveis para fornecer conclusões confiáveis. Assim, precisamos esclarecer a inconsistência primeiro, talvez rejeitando o enunciado menos solidamente fundamentado que leva à inconsistência. Colocado diferentemente, precisamos

buscar o que segue (utilizando lógica padrão) do subconjunto mais provavelmente consistente dos dados.

Críticos também afirmam que a rejeição do silogismo disjuntivo diminui a utilidade da lógica paraconsistente para casos da vida real. Suponha que sabemos que ou A ou B cometeu o assassinato – e depois descobrimos que A não cometeu o assassinato. Precisamos ser capazes de concluir que B então cometeu o assassinato. Mas, com lógica paraconsistente, não podemos concluir isso.

Enquanto a maioria dos lógicos aceitam a lei de não-contradição, eles a defendem de diferentes maneiras. Alguns filósofos a veem como uma convenção de linguagem útil. Poderíamos imaginar uma tribo onde enunciados vagos (como "Essa camisa é branca") em circunstâncias limite são ditos serem *ambos verdadeiro e falso* (ao invés de *nem verdadeiro nem falso*). Poderíamos escolher falar dessa maneira; e poderíamos facilmente traduzir essa forma de falar para o modo normal de falar. Dessa forma, então talvez uma adesão rigorosa à lei de não-contradição seja pelo menos parcialmente convencional. Alguns que olham para a questão dessa maneira veem a lei de não-contradição como uma convenção que é menos confusa e pragmaticamente melhor do que aquilo que lógicos paraconsistentes nos oferecem.

Outros rejeitam essa visão convencionalista e veem a lei de não--contradição como expressando uma verdade metafísica profunda sobre realidade. Eles veem a lógica paraconsistente como oferecendo não uma nova alternativa de discurso, mas uma metafísica engenhosa, mas incoerente. Indiferentemente de nosso veredicto aqui, dialetismo e lógica paraconsistente oferecem desafios interessantes que nos fazem pensar mais profundamente sobre lógica.

17.3 Lógica intuicionista

Aristóteles sustentou a **lei do terceiro excluído**, que ou "S é P" ou "S não é P" é verdadeiro. A lógica proposicional padrão aceita essa lei como "(A v ~A)" ("A ou não-A"), que tem uma tabela de verdade com todos resultados 1 e, portanto, é verdadeira em todos os casos possíveis. **Lógicos intuicionistas**, como o matemático holandês Luitzen Brouwer e Arendt Heyting, rejeitam essa lei quando aplicada a algumas áreas da matemática. De modo similar eles rejeitam a lei da *dupla negação* "(~~A ⊃ A)" ("Se não-não-A, então A"). Eles acreditam que "A" e "~A" são às vezes ambos falsos em casos que envolvem conjuntos infinitos. Para enfatizar essas diferenças, intuicionistas tendem a utilizar "¬" para negação, ao invés de "~."

Matemáticos intuicionistas veem os números naturais (1, 2, 3, ...) como fundamentados em nossa experiência de contar. Verdades matemáticas são construções da mente humana; fórmulas matemáticas não devem ser consideradas *verdadeiras* a não ser que a mente possa provar sua veracidade. Considere a conjectura de Goldbach: "Todo número par é a soma de dois primos". Isso parece valer para todo número par que escolhermos: 2 (1 + 1), 4 (3 + 1), 6 (5 + 1), 8 (7 + 1), 10 (7 + 3) e assim por diante. Mas ninguém provou ou refutou que ela vale para todos os números pares. Alguns pensam que a conjectura de Goldbach deve ser verdadeira ou falsa objetivamente, mesmo que possamos nunca provar qual. Eles dizem que verdade em matemática é provabilidade; se assumimos que nem a conjectura de Goldbach nem sua negação é verdadeira. Isso é porque intuicionistas pensam que, em alguns casos envolvendo conjuntos infinitos (como o conjunto dos números pares), nem "A" ou "~A" é vedadeiro, e portanto ambos são falsos. No entanto, a lei do terceiro excluído se aplica se utilizamos conjuntos *finitos*; assim, "Todo número par abaixo de 1.000.000.000 é a soma de dois primos" é verdadeira ou falsa, e poderíamos escrever um programa de computador que poderia eventualmente em princípio nos dizer se ela é verdadeira ou falsa.

Alguns filósofos de uma vertente não-realista rejeitam a lei do terceiro excluído em outras áreas. Suponha que você pense que as únicas verdades objetivas básicas são a respeito de sua experiência individual, como "eu sinto calor" ou "eu percebo vermelhidão". Você pode estar querendo dizer que existem verdades objetivas sobre objetos materiais (como "Eu estou segurando essa caneta vermelha"), mas somente se essas verdades puderem ser verificadas pela nossa experiência. Você pode mesmo sustentar que o que é *verdadeiro* é o que é *verificado pela sua experiência*. Mas com frequência sua experiência não verifica "A" nem "não-A"; nesses casos, nem "A" ou "não-A" seria verdadeiro, e portanto ambas seriam falsas. Baseando-se nisso, você pode sustentar, por exemplo, que "Existe um Deus" e "Não existe Deus" são ambas falsas – já que nenhuma das duas é verificada pela nossa experiência. Baseando-se nisso, você pode rejeitar a lei do terceiro excluído.

Críticos de um tipo realista pensam que essas abordagens são metafísicas ruins. A conjectura de Goldbach sobre matemática é ou objetivamente verdadeira ou objetivamente falsa; e nossa experiência oferece algum apoio (mas não prova conclusiva) de que ela é verdadeira. De maneira similar, "Existe um Deus" é objetivamente verdadeiro ou falso, apesar de não termos prova conclusiva em ambos os casos. É um erro identificar "verdadeiro" com "verificado", já que podemos imaginar verdades não verificadas; de fato, existe um mundo inteiro de verdades e falsidades que podem não ser acessíveis a nossas mentes finitas.

17.4 Lógica de relevância

A lógica proposicional clássica analisa "Se P então Q" de uma maneira simples, como simplesmente negando que temos P-verdadeiro--e-Q-falso:

$(P \supset Q)$ Se P é verdadeiro, então Q é verdadeiro.	=	$\sim(P \bullet \sim Q)$ Não temos P verdadeiro e Q falso.

Um SE-ENTÃO compreendido dessa maneira é chamado de **implicação material**. Uma implicação material é automaticamente verdadeira se o antecedente é falso ou o consequente é verdadeiro; isso leva aos chamados *paradoxos da implicação material*:

De "não-A" podemos inferir "Se A então B". Portanto, de "Porcos não voam" podemos inferir "Se porcos voam, então eu sou rico."	De "B" podemos inferir "Se A então B". Portanto, de "Porcos não voam" podemos inferir "Se eu sou rico, então porcos não voam."

Enquanto alguns lógicos veem tais resultados como estranhos, mas inofensivos, lógicos relevantes os veem como errados e querem reconstruir a lógica para evitá-los.

Lógicos de relevância se opõem a avaliar a verdade de "Se A então B" somente pelos valores de verdade das partes; eles dizem que um SE--ENTÃO pode ser verdadeiro somente se as partes são *relevantes* entre si. Embora não descrevam esse requisito de "relevância" de qualquer maneira completa, eles insistem que a lógica não deveria ser capaz de provar teoremas como "Se P-e-não-P, então Q," no qual o antecedente e o consequente não compartilham nenhuma letra. Já que lógica paraconsistente (Seção 17.2) também rejeita a ideia de que uma autocontradição implica qualquer enunciado, existe uma afinidade natural entre as duas abordagens; muitas lógicas de relevância são também paraconsistentes. Lógicas relevantes com frequência simbolizam sua *implicação relevante* como "$\rightarrow$" para contrapor o "$\supset$" de *implicação material.*

Defensores da implicação material têm muito a dizer em resposta. Eles frequentemente apelam a *implicação conversacional* para propagar objeções baseadas nos paradoxos de implicação material. Paul Grice afirmou que o que é verdadeiro pode não ser adequado de se asserir em discurso ordinário. Ele sugeriu, como uma regra de comunicação, que nós não devemos fazer uma afirmação mais fraca ao invés de uma mais forte a não ser que tenhamos uma razão especial. Suponha que você diga a seus cinco filhos: "Pelo menos três de vocês ganhará presente de Natal"

– enquanto de fato você sabe que os cinco ganharão presentes. Dizer isso sugere ou insinua que é falso ou duvidoso que todos os cinco ganharão presentes. Isso é devido a convenções de fala, não a implicações lógicas. "Pelo menos três ganharão presentes" não implica logicamente a falsidade de "Todos os cinco ganharão presentes". Mas dizer a primeira na maioria das circunstâncias sugere que a segunda é falsa ou duvidosa. De maneira similar, não faz muito sentido dizer às pessoas "Se P então Q" com base em saber que não-P ou que Q – já que é melhor dizer diretamente que não-P ou que Q. Geralmente faz sentido dizer às pessoas "Se P então Q" somente se há uma conexão especial entre as duas, alguma maneira de ir de um ao outro. Mas, de novo, isso tem a ver com convenções de fala, não com as condições de verdade para "Se P então Q."

Alguns defensores da implicação material afirmam que os chamados paradoxos da implicação material são perfeitamente corretos e podem ser defendidos por meio de argumentos intuitivos. Por exemplo, podemos derivar "Se não-A então B" a partir de "A":

1 A é verdadeiro. (Premissa)
2 ∴ Ou A é verdadeiro ou B é verdadeiro. {de 1}
3 ∴ Se A não é verdadeiro, então B é verdadeiro. {de 2}

A lógica de relevância deve rejeitar essa derivação plausível; ela deve negar que 2 segue de 1, que 3 segue de 2, ou que a dedutibilidade é *transitiva* (se 3 segue de 2, e 2 de 1, então 3 segue de 1). Fazer qualquer uma dessas viola nossas intuições lógicas pelo menos na medida em que o fazem os paradoxos da implicação material. Portanto, lógicas relevantes, apesar de tentarem evitar resultados não intuitivos sobre condicionais, não podem alcançar esse objetivo; elas todas resultam em estranhezas pelo menos tão ruins quanto as que elas estão tentando evitar. Outro problema é que uma ampla gama de lógicas de relevância conflitantes foram propostas; elas discordam bastante entre elas sobre quais argumentos envolvendo condicionais são válidos.

Lógicos relevantes encontraram outros argumentos condicionais que, embora sejam válidos na visão tradicional, parecem a eles inválidos. Alguns exemplos questionam mesmo a validade do ***modus ponens*** ("Se A então B, A ∴ B"). Uma inferência de *modus ponens* alegadamente questionável envolve sarampo:

Se você tem manchas vermelhas, então você está com sarampo.	$(M \supset S)$
Você tem manchas vermelhas.	M
∴ Você está com sarampo.	∴ S

Esse argumento é dito inválido porque você pode ter manchas vermelhas por algum outro motivo. Outra objeção, de Vann McGee, é mais complexa. Em 1980, três candidatos principais concorreram para presidente dos EUA: dois Republicanos (Ronald Reagan, que venceu com mais de 50 por cento dos votos, e John Anderson, que obteve em torno de 7 por cento dos votos e se considerou que ele não teria chances de vencer) e um Democrata (Jimmy Carter, que obteve em torno de 40 por cento dos votos). Considere este argumento, dado pouco antes da eleição:

Se um republicano vencer, então, se Reagan não vencer, Anderson vencerá.	$(V \supset (\sim R \supset A))$
Um republicano irá vencer.	V
∴ Se Reagan não vencer, Anderson vencerá.	$\therefore (\sim R \supset A)$

Aqui parece certo acreditar nas premissas, mas não na conclusão (desde que claramente se Reagan não vencer, então Carter vencerá, não Anderson). Então de novo, essa instância de *modus ponens* é dita ser inválida.

Defensores de *modus ponens* afirmam que esses dois exemplos confundem um SE-ENTÃO genuíno com um enunciado de probabilidade condicional. Compare estas três maneiras de tomar "Se você tem manchas vermelhas, então você tem sarampo":

1. *SE-ENTÃO sem qualificação*: "Se você tem manchas vermelhas, então você tem sarampo".
2. *Probabilidade condicional*: "A probabilidade é alta que você tenha sarampo, dado que você tem manchas vermelhas".
3. *SE-ENTÃO qualificado*: "Se você tem manchas vermelhas e outras causas podem ser excluídas, então você tem sarampo".

A premissa sobre sarampo, se um SE-ENTÃO genuíno, há de significar 1, e não 2 ou 3; mas então sua veracidade exclui as manchas vermelhas de terem tido outra causa, de tal maneira que você não tem sarampo. A verdade desse SE-ENTÃO não implica que estejamos *certos* que não haja outras causas; mas se *de fato* existem outras causas (portanto, você tem manchas vermelhas, mas não sarampo), então o SE-ENTÃO é falso. Uma análise similar dará conta do argumento de Reagan.

Mesmo se rejeitarmos a lógica de relevância em prol de lógica proposicional ortodoxa, ainda existem parentes do SE-ENTÃO padrão que não podem de maneira plausível ser interpretados como implicações materiais. Já mencionamos a *implicação conversacional* (onde dizer A sugere ou insinua um enunciado B adicional) e *probabilidade condicio-*

nal (onde o fato A faria o fato B provável em um certo grau). Existem também, por exemplo, implicações lógicas ("B segue logicamente de A" – que o Capítulo 10 simboliza como "$\Box(A \supset B)$" e *contrafactuais* ("Se A tivesse acontecido, então B teria acontecido" – que às vezes é simbolizado como "$(A \Box\!\!\rightarrow Q)$"). Portanto, condicionais e seus parentes próximos formam uma família diversa, indo da implicação lógica muito forte, passando por sentidos comuns de SE-ENTÃO, e indo até a mera sugestão ou insinuação. Mesmo fora da lógica de relevância, condicionais levantam muitas questões lógicas.

Não nos deveria surpreender que existem controvérsias profundas sobre os princípios básicos da lógica. Toda área, incluindo afirmações sobre objetos materiais como "Eu vejo uma cadeira", levanta controvérsias se forçarmos a barra o suficiente. Mas nem todas as visões alternativas são igualmente razoáveis. Eu argumentaria que, apesar das controvérsias, eu de fato vejo uma cadeira. E eu argumentaria que a maioria das assunções sobre lógica que foram sustentadas desde o tempo de Aristóteles são igualmente sólidas.[1]

[1] Acredito, no entanto, que, no contexto de lógica modal quantificacional (Seção 11.4), há muito a ser dito sobre a *free logic*, que é deviante. Para informações adicionais sobre lógicas deviantes, veja *An Introduction to Non-Classical Logic*, 2ª ed. (Cambridge: Cambridge University Press, 2008) de Graham Priest e *Possibilities and Paradox* (Oxford: Oxford University Press, 2003) de J. C. Beall e Bas C. van Fraassen.

Capítulo 18

FILOSOFIA DA LÓGICA

A filosofia da lógica lida com questões sobre lógica que são amplamente filosóficas, especialmente sobre a natureza da realidade (metafísica) ou a fundação do conhecimento (epistemologia). Das muitas questões possíveis, lidaremos aqui com estas: existem entidades abstratas, e lógica as pressupõem? A lógica nos fornece a chave para compreender a estrutura da realidade? Qual é a base para leis lógicas – elas são empíricas ou verdadeiras por convenção? O que é verdade, e como diferentes visões sobre verdade afetam a lógica? Qual o escopo da lógica?

18.1 Entidades abstratas

A **metafísica** estuda a natureza da realidade a partir de uma ampla perspectiva. Ela considera visões como *materialismo* (somente o físico é, em última instância, real), *idealismo* (somente o mental é, em última instância, real), e *dualismo* (ambos físico e mental são, em última instância, reais). Outra questão é se existem **entidades abstratas** – entidades, gosso modo, que não são nem físicas (como maçãs) nem mentais (como sentimentos); supostos exemplos são números, conjuntos e propriedades.

A lógica pode rapidamente nos levar a entidades abstratas. Considere este argumento:

Isso é verde.
Isso é uma maçã
∴ Alguma maçã é verde.

Quando discutimos esse argmento, pode parecer que falamos sobre entidades abstratas:

- o *conjunto* de coisas verdes; esse conjunto não parece ser uma entidade física ou mental, mas uma entidade abstrata.

- a propriedade de verdidão, que pode ser tanto aplicada à cor como experienciada ou a sua base física subjacente; em ambos os casos, verdidão não parece ser uma entidade concreta mental ou física, mas algo mais abstrato que possui instâncias físicas e mentais.
- o *conceito* de verdidão, que é o que vários termos para "verde" em várias linguagens significam.
- a *palavra* "verde" e a *sentença* "Isso é verde," que são padrões abstratos que possuem instâncias escritas e auditivas.
- a *proposição* de que isso é verde, que é o que afirmamos ser verdadeiro quando asserimos "Isso é verde" em português ou coisas similares em outras linguagens.

Platonistas, tal como lógicos utilizam o termo, são aqueles que aceitam diretamente a existência de objetos abstratos, indiferentemente de se eles aceitam outras partes da filosofia de Platão. *Nominalistas*, em contraste, estão insatisfeitos com essa proliferação de entidades e querem limitar o que existe a entidades concretas físicas ou mentais; o desafio do nominalismo é dar sentido à lógica ao mesmo tempo que rejeita entidades abstratas. Visões intermediárias são possíveis; talvez devêssemos aceitar entidades abstratas, não como entidades reais que descobrimos independentemente, mas como criações ou ficções da mente.

Disputas sobre entidades abstratas remontam a debates antigos e medievais sobre formas e universais, e continuam com fervor até hoje.

18.2 Estruturas metafísicas

A lógica nos fornece a chave para compreender a estrutura metafísica da realidade? **Ludwig Wittgenstein**, em seu *Tractatus Logico-Philosophicus* (1922), argumentou que sim. Ele afirmou que o mundo é a totalidade dos fatos. Se enunciamos todos os fatos, descrevemos a realidade completamente. Fatos são constituídos objetos simples. Um enunciado atômico retrata um fato de tal maneira que os elementos do enunciado espelham os objetos simples do mundo. A linguagem, quando completamente analisada, quebra-se em tais enunciados atômicos. Enunciados complexos são construídos a partir de enunciados atômicos utilizando conectivos como "e", "ou", e "não". Wittgenstein inventou tabelas de verdade para mostrar como isso funciona. Alguns enunciados complexos, como "Está chovendo ou não está chovendo", são verdadeiros em todos os casos, indiferentemente de quais enunciados atômicos sejam verdadeiros; esses enunciados complexos são certos, mas carecem de conteúdo.

Enquanto Wittgenstein pensava que enunciados atômicos fossem os mais simples, a maioria das verdades básicas, ele foi vago quanto a se

eles lidavam com fatos físicos ou com experiências. Em qualquer caso, enunciados complexos genuínos hão de ser construídos a partir de enunciados atômicos utilizando os conectivos lógicos da lógica proposicional (Capítulo 6). Enunciados não construídos dessa forma são absurdos. Wittgenstein pensou que a maioria das questões filosóficas (por exemplo, sobre valores ou Deus) eram absurdas. Paradoxalmente, ele pensou que sua própria teoria (iniciando pela afirmação de que o mundo é a totalidade dos fatos) é também absurda; vai além da linguagem. Ele terminou em uma nota mística: as coisas mais importantes na vida (sua própria teoria, valores, Deus, o significado da vida) não podem ser colocadas em palavras.

Bertrand Russell ficou impressionado com as visões de Wittgenstein, mas tentou fazê-las mais sensatas e menos paradoxais. O *atomismo lógico* de Russell sustentou que uma linguagem ideal – uma adequada para descrever realidade completamente – deve ser fundamentada em lógica quantificacional (Capítulos 8 e 9) e por conseguinte deve incluir quantificadores como "todo" e "algum". Ela deve também incluir termos que se referem aos elementos simples da realidade – que inclui objetos, propriedades e relações. Ele discutiu se as entidades básicas do mundo eram físicas, ou mentais, ou talvez algo neutro entre as duas.

Russell pensou que, enquanto análises lógicas podem revelar estruturas físicas, todavia a linguagem ordinária pode nos levar à metafísica ruim (Seção 9.6). Suponha que você diga "Não há nada na caixa". Alguns podem ser levados a pensar que "nada" é o nome de um objeto misterioso dentro da caixa. Isso está errado. Ao invés, "Não há nada na caixa" significa apenas "É falso que haja algo dentro da caixa". Ou suponha que você diga "O estadunidense mediano tem 2,4 filhos". Embora "o estadunidense mediano" não se refira a uma entidade real, a sentença como um todo possui significado; a sentença significa que o número médio de crianças que estadunidenses têm é 2,4. "Nada" e "o estadunidense mediano" são **construtos lógicos**; eles são meramente maneiras de falar e não se referem diretamente a um objeto real. Russell prosseguiu para perguntar se coisas como conjuntos, números, objetos materiais, pessoas, elétrons, e experimentos eram entidades reais ou construtos lógicos. A análise lógica é a chave para responder tais questões. Devemos ver, por exemplo, se enunciados sobre objetos materiais podem ser reduzidos a sensações, ou se enunciados sobre mentes podem ser analisados como sendo sobre comportamento.

Dentro do mesmo espírito, **Willard V. O. Quine** buscou a **ontologia**, que diz respeito a que tipos de entidade, em última instância, existem. Seu *slogan*, "Ser é ser o valor de uma variável ligada", tinha a intenção de clarear disputas ontológicas. O *slogan* significa que as entidades com as quais nossa teoria nos compromete são as entidades que nossas variáveis quantificacionais (como "para todo x" e "para algum x")

devem varrer para que sejam verdadeiros os enunciados de nossa teoria. Então, se dizemos, "Existe alguma característica que Shakira e Britney têm em comum", então devemos aceitar *características* (*propriedades*) como parte de nossa ontologia – a não ser que possamos mostrar que nossa referência a elas é somente uma maneira inevitável de falar (um "construto lógico" no sentido de Russell). Quine aceitou *conjuntos* em sua ontologia, porque ele pensou que essas entidades abstratas fossem necessárias para a matemática e ciência; ao selecionar uma ontologia, ele apelou a considerações pragmáticas. Ele rejeitou propriedades, conceitos e proposições porque ele pensou que elas fossem menos claras.

Em seus últimos anos, Ludwig Wittgenstein sustentou uma abordagem de *linguagem ordinária* e rejeitou sua ideia anterior de fundamentar metafísica em lógica. Em *Investigações filosóficas* (1953), argumentou que seu trabalho anterior foi um erro, já que ele impôs uma estrutura à realidade ao invés de investigar como ela é. Seu novo *slogan* se tornou "Não pense, mas olhe!". Não diga que a realidade *há* de ser tal e tal, pois isso é o que seus preconceitos dizem que ela deve ser; ao invés, olhe e veja como ela é. Ele agora se contentou com o fato de que poucos conceitos tinham definições analíticas estritas. Seu exemplo favorito era "jogo", que ele declarou não haver definição estrita. Jogos tipicamente envolvem uma competição entre lados, ganhador e perdedor, uma combinação de habilidade e sorte, e assim por diante. Mas nenhuma dessas características é essencial a um jogo; paciência não envolve competição, brincar de ciranda não envolve ganhador ou perdedor, cortar o baralho não envolve habilidade, e xadrez não envolve sorte. Enquanto jogos tendem a compartilhar algumas semelhanças familiares, qualquer tentativa estrita de análise de "jogo" é facilmente refutada por exemplos de jogos que violam a análise. Distorcemos as linguagens se pensamos que todo enunciado deve ser analisável em conceitos simples que refletem metafisicamente elementos simples da realidade. Não existe uma "linguagem ideal que espelha perfeitamente a realidade; ao invés, existem diversos *jogos de linguagem* que humanos constroem para diversos propósitos. Lógica é um jogo de linguagem, inventada para nos ajudar a avaliar a correção de raciocínio; distorcemos a lógica se a vemos como nos fornecendo chave especial para compreender a estrutura metafísica da realidade.

Então vemos uma gama de visões nessa seção sobre a conexão da lógica com a metafísica, com Wittgenstein sustentando diferentes visões em diferentes momentos de sua carreira.[1]

[1] Para mais questões metafísicas levantadas pela lógica, veja seção 3.4 (sobre a crítica lógico positivista da metafísica), Seção 9.2 (sobre a substituição de idênticos e a natureza da mente), e Seções 11.2 e 11.4 (sobre essencialismo aristotélico).

18.3 A base para leis lógicas

Vamos considerar leis lógicas como *modus ponens* e a lei de não contradição:

- *Modus ponens*: Se A então B, A, portanto B.
- Não-contradição: A e não-A não podem ambos ser verdadeiros, a não ser que A seja tomado diferentemente em ambas as instâncias.

Por que tais lei lógicas são corretas, e como sabemos que elas são corretas? Pensadores propuseram uma gama desconcertante de respostas. Aqui consideraremos cinco respostas influentes: supernaturalismo, psicologismo, pragmatismo, convencionalismo e realismo.[2]

1. O **supernaturalismo** sustenta que todas as leis de todo tipo – sobre física, moralidade, matemática ou lógica – dependem de Deus. Supernaturalistas radicais dizem que Deus criou as leis lógicas ou pelo menos as faz verdadeiras. Deus poderia fazer um mundo onde *modus ponens* e a lei de não-contradição falham; e ele poderia violar a lei de não contradição – por exemplo, por fazer "Você está lendo essa sentença" e "Você não está lendo essa sentença" ambas verdadeiras. Por conseguinte, leis lógicas são contingentes: elas poderiam ter sido falsas. Supernaturalistas moderados, por outro lado, dizem que leis lógicas expressam a natureza perfeita de Deus. A perfeição de Deus requer que ele seja consistente e lógico. Uma vez que a natureza de Deus é necessária, as leis da lógica também são necessárias. Supernaturalistas de ambos os tipos sustentam que Deus constrói as leis lógicas em nossas mentes, então essas leis parecem "autoevidentes" para nós quando refletimos adequadamente sobre elas.

Críticos levantam objeções contra o supernaturalismo. Alguns argumentam que as leis da lógica valem para todo mundo possível, incluindo aqueles em que não existe Deus; consequentemente, Deus não pode fornecer o fundamento para essas leis lógicas. Outros dizem que, uma vez que crenças sobre lógica são mais certas do que crenças sobre Deus, é errado fundamentar lógica em Deus. Ainda outros dizem que Deus aceita leis lógicas porque elas são inerentemente válidas; leis lógicas não são válidas somente porque Deus escolhe aceitá-las (supernaturalismo radical) ou somente porque elas concordam com sua natureza (supernaturalismo moderado).

2. O **psicologismo** sustenta que leis lógicas são de algum modo fundamentadas em como pensamos. A lógica é parte de nossa história natural e está integrada à nossa estrutura biológica. Humanos evoluíram

[2] Seções 17.2 e 17.4 apresentaram lógicas deviantes que rejeitam não contradição e *modus ponens*. Aqui assumiremos a corretude dessas leis.

para andar sob dois pés, para ter coordenação olho-mão, para comunicar--se com outros pela palavra, e para pensar logicamente; isso promove nossa sobrevivência e é parte de nossa composição genética e biológica. O psicologismo radical diz que a lógica *descreve* como pensamos; leis lógicas são leis psicológicas sobre pensamento. O psicologismo moderado, por outro lado, vê lógica integrada em nós de uma maneira mais sutil; somos construídos de tal maneira que, em momentos reflexivos, vemos inconsistência e ilogicidade como defeitos – apesar de em momentos mais fracos nosso pensamento poder sofrer de tais defeitos. Quando refletimos sobre nossas inconsistências, tendemos a desenvolver uma ansiedade desconfortável que psicologistas chamam "dissonância cognitiva"; essa é uma parte de nossa estrutura histórica e biológica tanto quanto a sede. Então as leis da lógica são integradas ao nosso instinto.

Críticos levantam objeções ao psicologismo. O psicologismo radical, que afirma que leis lógicas descrevem nosso pensamento, tornaria impossível para nós sermos ilógicos ou inconsistentes. Mas pessoas frequentemente raciocinam invalidamente ou expressam ideias inconsistentes; então leis lógicas não refletem necessariamente como pensamos. O psicologismo moderado reconhece esse problema e é mais sutil; ele vê leis lógicas como refletindo, ao invés, normas instintivas sobre pensamento que são integradas em nós e que reconhecemos em momentos de maior reflexão. Essa abordagem nos fornece uma explicação evolucionária e biológica plausível de como lógica pode ser instintiva em nós. Mas a abordagem falha se tomada para explicar o que faz leis lógicas verdadeiras ou solidamente fundamentadas. Suponha que a evolução nos tenha dado uma crença instintiva sobre a propriedade plana da terra; não seguiria que a terra era na realidade plana – ou que essa crença era solidamente fundamentada que não poderíamos criticá-la. De modo similar, a propriedade instintiva das leis lógicas não faria dessas leis lógicas corretas ou solidamente fundamentadas; talvez nossos instintos sobre essas questões sejam corretos ou talvez errados – teríamos que investigar mais.

Há também o problema em fundamentar nosso conhecimento de leis lógicas na teoria da evolução. Precisamos de lógica para avaliar a correção de teoria científicas como a da evolução; então nosso conhecimento de lógica não pode sem circularidade repousar sobre nosso conhecimento sobre teorias científicas. Além disso, nosso conhecimento de lógica é mais solidamente fundamentado do que nosso conhecimento sobre teorias científicas.

3. O **pragmatismo** sustenta que leis lógicas são baseadas na experiência. O amplo consenso da humanidade é que lógica funciona; quando pensamos de maneira lógica e consistente, estamos mais aptos a

encontrar a verdade e satisfazer nossas necessidades. Esse teste empírico e pragmático fornece a única fundamentação firme para a lógica ou para qualquer outra maneira de pensar.

Críticos levantam objeções ao pragmatismo. Eles concordam, sim, que pensamento lógico funciona. Mas a lógica funciona porque suas leis valem por necessidade inerente; mas então leis lógicas não podem ser fundamentadas na experiência. Nossa experiência pode nos mostrar que algo *é* verdadeiro (por exemplo, que essa flor é vermelha); mas não pode nos mostrar que algo *deve* ser verdadeiro (que seu oposto é *impossível*). Comparemos lógica com ratoeiras. Podemos testar diversas ratoeiras para verificar quão bem elas funcionam; uma dada ratoeira pode ou não pegar um rato – ambas são possíveis. Mas não é possível para uma lei lógica falhar – por exemplo, para "Se A então B" e "A" serem ambas verdadeiras enquanto "B" fosse falsa. A necessidade inerente das leis lógicas mostra que elas não podem ser fundamentadas na experiência.

Além disso, não podemos saber que a lógica funciona a não ser que apelemos a muita observação e raciocínio – onde raciocínio pressupõe leis lógicas. Então a defesa pragmatista das leis lógicas é, em última instância, circular.

4. O **convencionalismo** sustenta que leis lógicas são fundamentadas em convenções verbais. Utilizamos palavras lógicas como "e", "ou", "se-então", e "não" de acordo com regras que podem ser expressas em tabelas de verdade básicas. Dadas essas tabelas de verdade básicas (Seções 6.2 a 6.6), podemos mostrar o *modus ponens* como válido (já que sua tabela de verdade nunca fornece premissas verdadeiras e uma conclusão falsa); podemos de modo similar mostrar a lei de não-contradição como verdadeira (uma vez que sua tabela de verdade resulta como verdadeira em todos os casos). Portanto, podemos justificar leis lógicas utilizando convenções sobre o que as palavras lógicas significam. O convencionalismo explica facilmente por que leis lógicas são inerentemente necessárias; se negamos leis lógicas, entramos em contradição com nós mesmos – uma vez que violamos assim o significado de termos lógicos como "e", "ou", "se-então", e "não". O convencionalismo também explica como podemos conhecer leis lógicas de um modo *a priori*, independentemente de experiência sensória; como é o caso com "Todo solteiro é não casado", leis lógicas são verdadeiras em virtude do significado das palavras (Seções 3.6 e 3.7) – e assim podemos apreender sua veracidade tornando claro o que elas significam. Uma vantagem final do convencionalismo é que ele explica o *status* das leis lógicas sem apelar a crenças que são controversas ou difíceis de defender, como Deus, evolução, um Platonismo a respeito de entidades abstratas, ou uma misteriosa habilidade da mente humana

em apreender verdades abstratas. A convencionalidade da lógica abre a porta à ideia de que poderia haver lógicas alternativas que são igualmente corretas, mas seguem diferentes convenções.

Críticos levantam objeções ao convencionalismo. Primeiramente, a tentativa de provar *modus ponens* apelando a tabelas de verdade é circular:

Se a tabela de verdade para *modus ponens* nunca fornece premissas verdadeiras e uma conclusão falsa, então *modus ponens* é válido.	
A tabela de verdade para *modus ponens* nunca fornece premissas verdadeiras e uma conclusão falsa.	Se A então B A
∴ *Modus ponens* é válido.	∴ B

Esse argumento utiliza ele mesmo *modus ponens*; então ele é circular, uma vez que ele assume desde o início que *modus ponens* é válido. Em segundo lugar, o convencionalismo confunde as próprias leis lógicas (que são verdades necessárias) com o modo como as expressamos (que depende de convenções de linguagem). Se mudássemos nossa linguagem, as leis lógicas ainda seriam verdadeiras, mas teríamos que expressá-las utilizando diferentes palavras. Em terceiro lugar, o convencionalismo faz as leis lógicas muito arbitrárias, já que elas poderiam falhar caso mudássemos nossas convenções. Por exemplo, ambos *modus ponens* e a lei de não-contradição falham em convenções multivalorativas (Seção 17.1). Mas leis lógicas parecem ter uma correção inerente que não depende de que convenções de linguagem adotemos.

5. O **realismo** sustenta que leis lógicas são verdades objetivas, independentes, abstratas. Nós *descobrimos* leis lógicas; nós não as construímos ou as criamos. Leis lógicas não são redutíveis ao mental (a como pensamos ou mesmo a como Deus pensa), nem ao físico, nem são elas meramente ferramentas úteis, nem são elas fundamentadas em convenções. Leis lógicas governam nosso mundo, e todo mundo possível, porque violações das leis lógicas são impossíveis; não pode ser, por exemplo, que A e não-A sejam ambas verdadeiras. As leis lógicas se tornam "autoevidentes" para nós quando adequadamente refletimos sobre elas. Isso não significa que intuições lógicas sejam infalíveis; estudantes iniciantes de lógica tendem a ter intuições pobres sobre se um argumento é válido ou inválido. Mas intuições lógicas podem ser treinadas; nós desenvolvemos nossas intuições lógicas, por exemplo, testando formas de inferências propostas examinando casos em que a validade ou invalidade da forma é mais óbvia. A melhor evidência para um princípio de lógica é que ele pareça evidente para a mente que está bem treinada em lógica e que tentativas sérias de encontrar boas objeções ao princípio falhem continuamente.

Críticos levantam objeções ao realismo. Muitos objetam que o realismo torna as leis lógicas muito misteriosas. Suponha que você seja um materialista; você sustenta que todos os fatos sobre o universo são, em última instância, exprimíveis na linguagem da física e da química. Como fatos objetivos se encaixam em tal universo? São fatos lógicos compostos de substâncias químicas, ou que tipo de coisa estranha eles são? E como poderíamos um dia conhecer tais fatos lógicos misteriosos? Além disso, leis lógicas abstratas, objetivas, pressupõem entidades abstratas (Seção 18.1); mas entidades abstratas não têm lugar em um mundo materialista. Uma visão dualista que aceita somente mente e matéria teria dúvidas similares quanto a realismo.

Lógicos em geral (exceto para lógicos deviantes – veja Capítulo 17) estão de acordo no que diz respeito ao que são as leis lógicas. Mas lógicos diferem amplamente sobre o que essas leis são fundamentadas e como podemos saber que são corretas.

18.4 Verdade e paradoxos

O conceito de verdade é importante para a lógica. Um *argumento válido* é frequentemente definido como um no qual é impossível que as premissas sejam todas verdadeiras e a conclusão falsa. E verdade vem depois em lógica proposicional (com tabelas de verdade e o teste de atribuição de verdade) e em refutações de argumentos inválidos (que são situações possíveis fazendo de todas as premissas verdadeiras e a conclusão falsa).

Existem diversas questões filosóficas sobre verdade. Por exemplo, está a lógica clássica correta em assumir que enunciados são ou verdadeiros ou falsos, mas não ambos, e que *verdadeiro* e *falso* são os únicos valores de verdade? Algumas lógicas deviantes negam essas assunções (Capítulo 17).

A que tipo de coisas "verdadeiro" e "falso" se aplicam? Suponha que você aponte para uma maçã verde e diz "Isso é verde". Devemos dizer que o que é verdadeiro é a *sentença* "Isso é verde", ou talvez a sentença tal como utilizada nessa ocasião (onde você aponta para um objeto)? Se for assim, então é essa sentença marca física concreta, ou é um padrão mais abstrato que possui instâncias escritas ou auditivas? Ou talvez o que seja verdadeiro-ou-falso não seja a sentença, mas *proposições*, que são as *asserções* as quais utilizamos a linguagem para fazer. Mas então, são proposições algo mental, ou são elas entidades abstratas, como o significado de "Isso é verde"?

O que significa chamar algo de *verdadeiro*? Ser "verdadeiro", de acordo com diversas teoria é:

- corresponder aos fatos (teoria da correspondência),
- ser coerente com nossas outras crenças (teoria da coerência),
- ser útil de acreditar (teoria pragmatista),
- ser o que concordaríamos sob condições cognitivamente ideais (teoria do consenso ideal); ou talvez
- "É verdadeiro que A" seja somente uma maneira verborrágica de asserir A (teoria da redundância).

A análise pragmatista e de verificação requer que desistamos da lei do terceiro excluído, uma vez que pode acontecer que nem um enunciado nem sua negação sejam úteis de acreditar, ou que nenhum seja verificado. Essas duas análises poderiam também sustentar a lógica multivalorativa (Seção 17.1), já que um enunciado pode ser útil de acreditar (ou pode ser verificado) em vários níveis. Portanto, diferentes respostas à pergunta "O que é verdade?" podem sustentar diferentes abordagens à lógica.

Alfred Tarski uma vez propôs uma condição de adequação, chamada "convenção T", que qualquer definição de verdade deve satisfazer; aqui um exemplo da convenção T:

A sentença "A neve é branca" é *verdadeira*,
se e somente se a neve é branca.

Essa equivalência levanta problemas para diversas definições de "verdade" que diluem a objetividade da noção. Por exemplo, a visão de que "verdadeiro" significa apenas "aceito em nossa cultura" leva a um absurdo. Imagine que vivêssemos em uma ilha tropical onde neve *é* branca (em rachaduras de altas montanhas que nunca são visitadas ou vistas), mas todavia não acreditamos que seja branca; então, na visão proposta, *neve poderia ser branca enquanto "Neve é branca" não seria verdadeira* – o que é absurdo. Uma objeção similar funciona contra visões pragmatistas e de verificação. Dessa vez imagine que vivemos na mesma ilha tropical e que "Neve é branca" não fosse nem útil de acreditar nem verificado. Novamente, nas visões pragmatistas e de verificação, a *neve poderia ser branca enquanto "Neve é branca" não seria verdadeira* – o que é absurdo.

O **paradoxo do mentiroso** levanta questões sobre a natureza de verdade. O paradoxo do mentiroso é um enunciado que afirma sua própria falsidade e, portanto, paradoxalmente, parece ser ambos verdadeiro e falso. Considere a declaração P:

(P) P é falso.

É P verdadeiro? Então as coisas devem ser da maneira que P diz que elas são, e consequentemente P há de ser falso. P é falso? Então as

coisas são como P diz que elas não são, e portanto P há de ser verdadeiro. Portanto, se P é ou verdadeiro ou falso, então P há de ser ambos verdadeiro e falso.

Graham Priest e outros declaram que P é *ambos verdadeiro e falso*, o que requer rejeitar a lei de não contradição de Aristóteles (Seção 17.2). A visão mais comum é que P não é *nem verdadeiro nem falso*, o que requer rejeitar ou restringir a lei do terceiro excluído de Aristóteles. Mas por que P não é nem verdadeiro nem falso?

Bertrand Russell, para lidar com tais paradoxos, propôs uma *teoria dos tipos* que proíbe certas formas de autorreferência. Grosso modo, existem objetos ordinários (tipo 0), propriedades desses (tipo 1), propriedades dessas propriedades (tipo 2), e assim por diante. Qualquer enunciado significativo pode falar somente de objetos de um tipo mais baixo; por conseguinte, nenhum discurso pode falar significativamente sobre si mesmo. P viola essa condição, e portanto não possui significado – e, portanto, não é nem verdadeiro nem falso.

No entanto, a teoria de Russell parece refutar a si mesma. "Qualquer enunciado significativo pode falar apenas de objetos de um tipo mais baixo", para ser útil, há de restringir *todos enunciados, de todo tipo;* mas então ela viola sua própria regra e se declara sem significado. Então o paradoxo reaparece.

Tarski, para lidar com o paradoxo, propôs que nenhuma linguagem pode conter seu próprio predicado de verdade; para atribuir verdade ou falsidade a um enunciado em uma dada linguagem, devemos ascender a uma linguagem de nível superior, chamada *metalinguagem*. P viola essa condição e, portanto, não tem significado – e, portanto, não é nem verdadeira nem falsa.

Oponentes dizem que a visão de Tarski é muito restritiva. Português e outras línguas *de fato* contêm seus próprios predicados de verdade, e elas precisam fazer isso por diversas razões. Então seria melhor ter uma restrição menos radical para tratar do paradoxo do mentiroso. Mas há pouca concordância sobre quais deveriam ser essas restrições.

Epimênides de Creta, no século VI a.C., propôs o paradoxo do mentiroso, e São Paulo o mencionou em sua carta a Tito (1,12). O paradoxo foi amplamente discutido desde então. Embora a maioria dos lógicos considere que uma teoria da verdade deve lidar com o paradoxo, o melhor modo para se fazer isso ainda não é claro.

18.5 O escopo da lógica

"Lógica" é frequentemente definida de maneiras como "a análise e avaliação de argumentos", "o estudo de raciocínio válido," "a ciência

dos princípios que governam a validade da inferência," ou "a arte e ciência de raciocínio correto". Essas definições funcionam de maneira similar na prática.

O significado de "lógica" é mais complicado do que isso, já que o termo pode ser utilizado em um sentido restrito e amplo. *Lógica no sentido restrito* é o estudo de raciocínio dedutivo, que é sobre o que segue logicamente do que. *Lógica no sentido amplo* inclui também diversos outros estudos relacionados à análise e avaliação de argumentos, estudos como lógica informal, lógica indutiva, metalógica e filosofia da lógica (Capítulos 3-5, 15, e 18).

Mesmo se tomamos "lógica" nesse sentido dedutivo restrito, ainda há falta de clareza quanto ao que ele inclui. Suponha que você diga "Eu tenho $30; portanto, eu tenho mais do que $20". Isso é parte da lógica, parte da matemática, ou ambos?

Willard V. O. Quine sugere que limitemos "lógica" à lógica clássica proposicional e quantificacional (Capítulos 6 a 9), que ele viu como razoavelmente incontroverso e focando em termos de tópicos-neutro como "e" e "não" que surgem em toda área de estudo. Extensões filosóficas a isso, como lógica modal e deôntica (Capítulos 10 a 12), focam em termos como "necessário" e "obrigatório", que são muito peculiares e de tópicos-específico para ser parte da lógica; essas áreas, se legítimas (e ele tinha suas dúvidas), são parte da filosofia em geral, não parte da lógica. Extensões matemáticas, como teoria de conjuntos e axiomatizações da aritmética, pertencem à matemática. E lógicas deviantes (Capítulo 17) são ilegítimas.

A maioria dos lógicos hoje tendem a utilizar "lógica (dedutiva)" de maneira mais ampla que é difícil de definir. Lógica dedutiva é comumente considerada como incluindo, além de lógica clássica simbólica e lógica silogística tradicional, extensões filosóficas (como lógica modal e deôntica), lógicas deviantes, e às vezes mesmo extensões matemáticas (como teoria de conjuntos). Lógica é vista como parte de pelo menos três disciplinas – filosofia, matemática e ciência da computação – que a abordam por diferentes ângulos. Qualquer tentativa de fornecer delimitações definidas e finais ao termo "lógica" seria artificial.[3]

[3] A filosofia da lógica, como praticada tradicionalmente, tende a ignorar questões que a lógica levanta para ética; penso que essas questões são importantes, especialmente a demanda por consistência em pensamento-e-ação que leva à regra de ouro (Capítulos 12 a 14). Para estudos adicionais sobre filosofia da lógica, eu sugiro *Philosophy of Logic* de Willard V. O. Quine, 2ª ed. (Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1986), que é uma boa introdução a essa área de um influente lógico e filósofo, e *Logical Properties: Identity, Existence, Predication, Necessity, Truth* (Oxford: Clarendon, 2000), que fornece uma visão oposta; ler ambos juntos fornece uma ideia de perspectivas alternativas nessa área.

Apêndice

PARA LEITURAS COMPLEMENTARES

Se você já domina boa parte do conteúdo deste livro e quer se aporfundar mais, pode consultar meu livro *Historical Dictionary of Logic* (Lanham, Md.: Scarecrow Press [Rowman & Littlefield]). Esse livro é uma enciclopédia da lógica, contendo um conjunto de artigos curtos e não técnicos, dispostos em ordem alfabética, numa ampla gama de tópicos – incluindo figuras e períodos históricos, ramos da lógica, vocabulário especializado, controvérsias e relações com outras disciplinas – e uma cronologia dos principais acontecimentos na história da lógica. Também há uma extensa bibliografia de leituras em lógica, uma lista de 63 trabalhos em diversas categorias e uma lista menor de trabalhos para iniciantes. A lista para iniciantes inclui os seguintes livros:

- P. H. Nidditch, *The Development of Mathematical Logic*, Londres: Routledge & Kegan Paul, 1962: um esboço da história da lógica e seus principais resultados, de Aristóteles até o fim do século XX.
- Williard Van Orman Quine, *Philosophy of Logic*, 2ª ed., Cambridge: Harvard University Press, 1986: uma boa, mas contenciosa, introdução a esta área, escrita por um influente lógico e filósofo.
- Colin McGinn, *Logical Properties: Identity, Existence, Predication, Necessity, Truth*, Oxford: Clarendon, 2000: uma visão sobre a filosofia da lógica diferente da que se encontra no livro de Quine.
- Graham Priest, *An Introduction to Non-Classical Logic*, 2ª ed., Cambridge: Cambridge University Press, 2008: uma defesa da lógica deviante por seu defensor mais eloquente, que defende que os sistemas-padrão de lógica são falhos e precisam ser reformulados (partes técnicas precisam ser puladas).
- Ian Hacking, *An Introduction to Probability and Inductive Logic*, Cambridge: Cambridge University Press, 2001: uma introdução viva à lógica indutiva e suas aplicações.
- George S. Boolos e Richard C. Jeffrey, *Computability and Logic*, 3ª ed., Cambridge: Cambridge University Press, 1989: um tratamento

técnico de tópicos como a máquina de Turing, funções incomputáveis, o teorema de Skolem-Löwenheim e o teorema de Gödel (uma leitura tardia, mas clara e interessante, que não exige muita matemática).

Se você estiver apenas começando, poderá escolher um ou dois desses livros de seu interesse. Se estiver adiantado e precisar de sugestões adicionais, consulte meu *Historical Dictionary of Logic*.

RESPOSTAS PARA OS PROBLEMAS ESCOLHIDOS

Para cada conjunto de exercícios no livro, são dadas respostas para os problemas 1, 3, 5, 10, 15, 20, 25, e assim por diante.

2.1a

1. e é S
3. nenhum P é C
5. todo C é O
10. a é m
15. m é M

2.2a

1. Isto não é um silogismo, pois "D" e "E" ocorrem apenas uma única vez.
3. Isto não é um silogismo, pois "Y" ocorre três vezes e "G", apenas uma vez.
5. Isto não é um silogismo, pois "Z é N" não é uma fbf.

2.2b

1. w não é s̲
3. nenhum R̲ é S̲
5. todo P̲ é B

2.2c

1. nenhum P* é B* Inválido
   algum C não é B*
   ∴ algum C* é P*
3. nenhum H* é B* Inválido
   nenhum H* é D*
   ∴ algum B* não é D
5. ∴ g é g* Válido
10. todo D* é A Inválido
   ∴ todo A é D*

2.3a

1. todo S* é D Válido
   todo D* é I
   ∴ todo S é I*
3. todo P* é C Válido
   nenhum C* é R*
   ∴ nenhum P é R
5. todo M* é C Válido
   algum P é M
   ∴ algum P* é C*
10. todo S* é A Inválido
   m é A
   ∴ m* é S*
15. todo H* é M Válido
   m é H
   ∴ m* é M*
20. l é Q Inválido
   v é Q
   ∴ v* é l*
25. algum T é Q Válido
   todo T* é P
   todo P* é C
   ∴ algum Q* é C*

2.3b

1. Não podemos provar nem que "Bob roubou dinheiro", nem que "Bob não roubou dinheiro". 2 & 6 não produzem um argumento válido com nenhuma das duas conclusões.
3. 4 & 8 & 9 provam que David roubou dinheiro: "d é T, todo T é O, todo O é L ∴ d é L".

5. Isso mostraria que nossos dados eram inconsistentes e, então, que possuíam informações falsas.

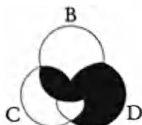
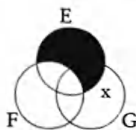
2.4a

1. todo J é L
3. todo S é C
5. algum C é L
10. algum E não é F
15. todo M é A
20. algum P não é B

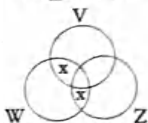
2.5a

1. "Nenhuma ação humana é livre" ou "Nenhuma ação livre é uma ação humana".
3. "Algumas ações livres são determinadas" ou "Algumas ações determinadas são livres".
5. Nenhuma conclusão se segue validamente.
10. "Nenhum sentimento racista culturalmente ensinado é racional" ou "Nenhuma coisa racional é um sentimento racista culturalmente ensinado".
15. "Alguém que goste de carne crua gosta de champanhe" ou "Alguém que goste de champanhe gosta de carne crua".
20. "Nenhuma norma moral básica é um princípio fundado na natureza humana" ou "Nenhum princípio fundado na natureza humana".
25. "Nenhum juízo moral é uma verdade objetiva" ou "Nenhuma verdade objetiva é um juízo moral".

2.6a

1. Válido
nenhum B é C
todo D é C
∴ nenhum D é B

3. Válido
todo E é F
algum G não é F
algum G não é E

5. Válido
todo A é B
todo B é C
∴ todo A é C

A
B
C

10. Inválido
algum V é W
algum W é Z
∴ algum V é Z

2.7a

1. todo S* é G Válido
todo G* é T
todo T* é V
todo V* é I
∴ todo S é I*
3. d é T Válido
todo T* é R
nenhum R* é C*
∴ d* não é C
5. nenhum V* é A* Válido
todo W* é A
∴ nenhum V é W

A Premissa 2 (implícita, porém falsa) é "Toda vestimenta que deve estar em contato com a pele enquanto se esquia é uma vestimenta que absorve umidade".

10. todo P* é O Válido
todo O* é E
nenhum M* é E*
∴ nenhum M é P
15. t é C Inválido
todo E* é C
∴ t* é E*
20. todo N* é C Válido
nenhum E* é C*
d é E
∴ d* não é N

A Premissa 3 (implícita) é "Deus existe" é uma declaração existencial.

25. todo M* é S Válido
algum P não é S*
∴ algum P* não é M

3.1a

1. "Tira" é negativo. "Policial" é mais neutro.

3. "Heroico" é positivo. Estes são negativos: "imprudente", "temerário", "descuidado", "arriscado", "desatinado", "inconsequente" e "desajuizado".
5. "Senhor de idade" é positivo. "Velho" é negativo.
10. "Assistencialista" é negativo ou neutro. "Generoso", "filantropo" e "defensor dos direitos humanos" são positivos.
15. "Birita" é negativo ou neutro. "Coquetel" é positivo e "álcool" e "destilado" são neutros.
20. "Tagarelar" é negativo. "Conversar", "falar" e "debater" são neutros.
25. "Propina" é negativo. "Pagamento" e "presente" são neutros ou positivos.
30. "Puta" é negativo. "Prostituta" é mais neutro.

3.2a

1. Se alguém profere um enunciado falso que crê como sendo verdadeiro, isso não será uma mentira.
3. (1) Alguém que acredite em Deus pode não tê-lo como o supremo objeto de seu interesse. (2) Alguém pode ter um objeto de seu supremo interesse (tal como ganhar dinheiro) sem acreditar em Deus. (3) "Objeto de supremo interesse" é relativo de uma forma que "Deus" não é: "Existe um objeto de supremo interesse?" suscita uma questão do tipo "Para quem?" – enquanto "Deus existe?", não.
5. Uma vez que "de valor positivo" não é mais claramente entendido que "bom", esta definição não esclarece muito o que significa "bom". E ainda existe o risco de circularidade se tentarmos definir "de valor positivo" em termos de "bom".
10. (1) Se eu acredito que Michigan ganhará de Ohio State no ano que vem, ainda assim é possível que isso não seja verdade. (2) Se "verdadeiro" significa "acreditado", então ambas as afirmações serão verdadeiras (uma vez que para ambas existe alguém que acredite nelas): "Michigan ganhará de Ohio State no ano que vem" e "Michigan não ganhará de Ohio State no ano que vem". (3) "Acreditado" é relativo de uma forma como "verdadeiro" não é: "Isto é acreditado?" suscita a questão "Por quem?" – enquanto "Isto é verdade?", não.
15. Este conjunto de definições é circular.

3.2b

1. Isto é verdadeiro de acordo com o relativismo cultural. Dados sociológicos podem constatar o que é "socialmente aprovado", e isso pode ser entendido como aquilo que é "bom".
3. Isto é verdadeiro. As normas estabelecidas por minha sociedade determinam o que é bom em minha sociedade, então tais normas não podem estar equivocadas.
5. Isto é incerto. Se a nossa sociedade aprova o respeito a valores de outras sociedades, então o respeito é bom. Mas, se nossa sociedade desaprova o respeito a valores de outras sociedades, então esse respeito é mau.
10. Isto é verdadeiro, conforme o RC.
15. Isto é falso (e autocontraditório), conforme o relativismo cultural.
20. Isto é incerto, já que o relativismo cultural não especifica qual desses vários grupos é "a sociedade em questão".

3.4a

1. Isto possui significado em PL (e poderia ser verificado) e em PR

(poderia implicar em uma diferença em termos de sensações ou escolhas).

3. Isto possui significado em ambas as visões.
5. Isto provavelmente não possui significado em ambas as visões (a menos que a afirmação receba um sentido específico).
10. Isto não possui significado em PL (ao menos na versão que requer uma verificabilidade pública), mas possui significado em PR (já que sua verdade poderia ocasionar em uma diferença prática para a experiência de Manuel).
15. Uma vez que isto (PL) não possa ser empiricamente testado, não possuirá sentido em PL. [Para evitar este resultado, um positivista poderia argumentar que PL é verdadeiro por definição e, portanto, analítico (Seção 3.6). Lembre que PL é qualificado de tal modo que se aplica apenas a enunciados sintéticos. Mas então o positivista terá de usar "sem significado" em um sentido incomum de "sintético, mas não empírico", ao invés do sentido pretendido de "verdadeiro ou falso". Esta alteração escapa da afirmação de que o enunciado é "sem significado". Um crente pode prontamente concordar que "Existe um Deus" é "sem significado", se isso significar que "Existe um Deus" é sintético, mas não empírico.] Isto possui significado em PR (sua verdade poderia fazer diferença para as nossas escolhas em relação àquilo que devemos acreditar).

3.5a

(Estas respostas foram adaptadas daquelas dadas pelos meus alunos)

1. "A ética é uma ciência?" poderia significar qualquer das seguintes perguntas:

- Os juízos éticos são verdadeiros ou falsos, independentemente dos sentimentos e opiniões humanas? Pode a verdade de algum juízo ético ser conhecida?
- Os princípios éticos podem ser provados usando os métodos da ciência empírica?
- A ética pode ser sistematizada em um conjunto de regras que nos dirão sem ambiguidades o que nós devemos fazer em todos os (ou na maioria dos) casos?
- Existe algum método racional para alcançar juízos éticos que levariam as pessoas a concordarem em seus juízos éticos?
- Um sistema de princípios éticos pode ser estabelecido de uma forma axiomática tal que teoremas éticos possam ser deduzidos dos axiomas acessíveis à razão humana?

3. "Esta crença é parte do senso comum?" poderia significar qualquer uma das seguintes perguntas:

- Esta crença é aceita instintivamente ou intuitivamente, enquanto oposição a um produto da razão ou da educação?
- Esta crença está tão arraigada que a reflexão mais aguçada, embora pareça infalível, não tem nenhum poder de nos convencer do contrário?
- Esta crença é algo que as pessoas de "bom senso" aceitarão independentemente de sua educação?
- Esta crença é obviamente verdadeira?
- Esta crença é universalmente aceita?

[Em cada caso nós poderíamos especificar ainda mais o grupo ao qual nos referimos – por exemplo: "Esta crença é obviamente verdadeira para qualquer pessoa que tenha vivido em qualquer época (para todas as pessoas de nosso próprio país, ou para praticamente todos

aqueles de nosso país que não tenham sido expostos a uma reflexão mais aguçada sobre este assunto)?"]

5. "Valores são relativos (ou absolutos)?" poderia significar qualquer uma das seguintes perguntas:
- Pessoas e sociedades diferentes discordam (e em que medida) em relação a valores?
- As pessoas discordam a respeito de princípios morais básicos (e não apenas em sua aplicação)?
- Todos (ou alguns) valores são incapazes de serem provados ou racionalmente argumentados?
- É errado declarar que um juízo moral é correto ou incorreto, ao invés de declarar que é correto ou incorreto relativamente a tal e tal grupo? Valores morais expressam convenções sociais, mais do que verdades que se sustentam independentemente de tais convenções?
- O certo e o errado sempre dependem das circunstâncias (e então nenhum tipo de ação poderia ser sempre certa ou sempre errada)?
- Ao fazer juízos morais concretos, valores diferentes devem ser pesados uns contra outros?
- Tudo que tem valor tem valor em relação a outra coisa (e então nada tem valor por si mesmo)?

10. "Esse juízo é baseado na razão?" poderia perguntar se o juízo é baseado em:
- Verdades autoevidentes, análise de conceitos e deduções lógicas destes (razão *versus* experiência).
- A experiência sensorial, aquilo que a precede, a introspecção e argumentos indutivos (razão *versus* fé).
- Algum tipo de pensamento, experiência ou fé (como algo oposto àquilo que é baseado na mera emoção).
- O pensamento, a experiência e os sentimentos de uma pessoa sã (como oposição àqueles de uma pessoa insana).
- Um exame adequado e imparcial das informações disponíveis.
- Um processo para alcançar a verdade, no qual todo mundo que o seguisse corretamente alcançaria as mesmas conclusões.
- O que é digno de ser acreditado, ou o que alguém deve acreditar (ou o que é permitido acreditar) do ponto de vista da busca da verdade.

[Nós poderíamos estar nos perguntando se uma determinada pessoa baseia seu juízo em um dos itens precedentes ou se o juízo em questão estaria baseado nos mesmos.]

15. "Você tem uma alma?" poderia significar qualquer uma das seguintes perguntas:
- Você possui uma identidade pessoal que poderia sobreviver à morte e à desintegração de seu corpo?
- Você é capaz de pensar e agir conscientemente?
- Uma descrição exaustiva de sua constituição material e de seus padrões observáveis de comportamento falharia em capturar elementos importantes daquilo que você é?
- Você é composto de dois seres radicalmente diferentes – um ser pensante sem dimensões espaciais e um ser material incapaz de pensar?
- Você é capaz de se dedicar profundamente a algo?
- Você continua vivo?

3.6a

1. Analítico.
3. Sintético.
5. Analítico.
10. Analítico.
15. Analítico.
20. A maioria dos filósofos acredita que este é um caso sintético. Santo Anselmo, Descartes, e Charles Hartshorne o interpretaram como analítico. Veja os exemplos 3 e 4 da Seção 6.7b, e os exemplos 9 e 26 da Seção 10.3b.

25. A maioria diria sintético, mas alguns dizem analítico.

3.7a

1. *A priori.*
3. *A posteriori.*
5. *A priori.*
10. *A priori.*
15. *A priori.*
20. A maioria dos filósofos pensa que isto só poderia ser conhecido *a posteriori*. Alguns filósofos pensam que pode ser conhecido *a priori* (veja os comentários ao problema 20 da última seção).
25. A maioria dos filósofos pensa que isto só poderia ser conhecido *a priori*, mas há alguns poucos que pensam que poderia ser conhecido *a posteriori*.

4.2a

1. Questão complexa (como "Você continua batendo na sua mulher?").
3. Pro-con. O candidato pode ser um vigarista. Ou, então, um candidato oposto pode ser mais experiente e inteligente.
5. Apelo à multidão.
10. Genético.
15. Apelo à autoridade.
20. Nenhum dos rótulos se encaixa perfeitamente. Esta declaração vaga (o que é um "mochileiro exigente"?) é provavelmente falsa (mochileiros exigentes tendem a variar em suas preferências). Os rótulos mais próximos seriam "apelo à autoridade", "apelo à multidão", "falso estereótipo", ou talvez "apelo à emoção". Também existe um certo "apelo esnobe" aqui, mas essa não é uma de nossas categorias.
25. *Post hoc ergo propter hoc.*
30. Apelo à oposição.
35. Apelo à emoção.
40. *Post hoc ergo propter hoc.*
45. *Ad hominem* ou falso estereótipo.
50. *Post hoc ergo propter hoc.* A conclusão ainda pode ser verdadeira, mas nós precisamos de um argumento mais extenso para mostrar isso; muitos argumentam, por exemplo, que a desregulamentação bancária de Bush causou a crise financeira.
55. Ambíguo.
60. Preto-branco, ou questão complexa.

4.2b

1. Questão complexa.
3. Ambiguidade.
5. Falso estereótipo.
10. Apelo à autoridade.
15. Pro-con.
20. Genético.
25. Preto-branco.
30. *Ad hominem.*
35. Apelo à multidão.
40. Parte-todo.
45. Apelo à autoridade, *ad hominem*, ou apelo à emoção.
50. Circular.
55. Questão complexa.
60. Circular (mas ainda assim pode ser verdade).

4.3a

(As respostas para 3 e 5 são respostas corretas representativas; outras respostas também podem estar corretas.)

1. Não existem deveres universais.
   Se todos devem respeitar a dignidade de outros, então existem deveres universais.
   Nem todos devem respeitar a dignidade de outros.
3. Se nós possuímos conhecimento ético, então ou as verdades éticas são demonstráveis ou existem verdades éticas autoevidentes.

Nós possuímos conhecimento ético.
Verdades éticas não são demonstráveis.
∴ Existem verdades éticas autoevidentes.

5. Todos os conceitos humanos são derivados da experiência sensorial.
O conceito de validade lógica é um conceito humano.
O conceito de validade lógica é derivado da experiência sensorial.

10. Se toda regra tem uma exceção, então há uma exceção também para esta regra; mas, então, alguma regra não tem exceção.
O enunciado 10 implica sua própria falsidade e, portanto, se autorrefuta.

15. Se é impossível expressar verdade em conceitos humanos, então o enunciado 15 é falso. O enunciado 15 implica sua própria falsidade e, portanto, se autorrefuta.

4.4a

(Os seguintes exemplos de respostas não são as únicas "respostas corretas".)

1. Se o agente provavelmente for pego, então oferecer propina não é do interesse próprio do agente.
O agente provavelmente será pego. (Pode-se fornecer uma argumentação indutiva quanto a isso.)
∴ Oferecer propina não é do interesse próprio do agente.

3. Alguns atos que violam brutalmente os direitos de alguns maximizam boas consequências (no sentido de maximizar o total dos interesses de todos).
Nenhum ato que viole brutalmente os direitos de alguns é correto.
Alguns atos que maximizem boas consequências não são corretos.

5. Qualquer ato que implique mentir é um ato desonesto (pela própria definição de "desonesto").
Oferecer propina implica mentir (adulterar registros e coisas similares).
∴ Oferecer propina é um ato desonesto.

10. A ciência explica nossas experiências adequadamente.
Se ciência explica nossas experiências adequadamente, então a crença de que existe um Deus é desnecessária para explicar nossas experiências.
∴ A crença de que existe um Deus é desnecessária para explicar nossas experiências.

Ou: A ciência não explica algumas de nossas experiências adequadamente (por que estas leis científicas governam o nosso universo e não outras, por que o nosso universo exibe uma ordem, por que existe um mundo de seres totalmente contingentes etc.).
Se a ciência não explica algumas de nossas experiências adequadamente, então a crença de que existe um Deus é necessária para explicar nossas experiências.
∴ A crença de que existe um Deus é necessária para explicar nossas experiências.

15. A ideia de validade lógica é uma ideia alcançada em nossa existência terrena.
A ideia de validade lógica é uma ideia que não deriva de nossa experiência sensorial.
∴ Algumas ideias alcançadas em nossa existência terrena não derivam de nossa experiência sensorial.

5.2a

1. Há 32 cartas dentre 103 cartas restantes. Logo, a sua probabi-

lidade é de 32/103 (aproximadamente 31,1 por cento).

3. Moedas não têm memória. A probabilidade de obter outra cara é de 50 por cento.
5. A probabilidade de que Michigan vença o Rose Bowl é de 80 por cento vezes 60 por cento vezes 30 por cento, ou 14,4 por cento.
10. Em 12 entre 36 vezes, você obtém um número divisível por três e, em 24 entre 36 vezes, não. Portanto, a aposta matematicamente justa é de 2 para 1 (24 para 12) contra obter um número divisível por três.
15. Em 100 de tais casos, Ohio State passaria 60 vezes e correria 40. Se nos preparássemos para defender o passe, nós defenderíamos 58 vezes de 100 [(60 · 70 por cento) + (40 · 40 por cento)]. Se nos preparássemos para defender a corrida, nós defenderíamos 62 vezes de 100 [(60 · 50 por cento) + (40 · 80 por cento)]. Então nós devemos nos preparar para defender a corrida.

5.3a

1. Você não deveria acreditar. Há apenas 12,5 por cento (50 · 50 · 50 por cento) de probabilidade.
3. Você não deveria acreditar. Há 37,5 por cento de probabilidade, já que isso ocorre em 3 dentre 8 possíveis combinações.
5. Você não deveria acreditar. Não é mais provável do que o oposto; há apenas 50 por cento de probabilidade.
10. Você deveria comprar o modelo da Enormity Incorporated. Se você comprar o modelo da Cut-Rate, existe um custo de reposição esperado de $360 ($600 vezes 60 por cento), além dos $600 do preço de compra. Isso torna o custo total esperado em $960. O custo total esperado do modelo da Enormity Incorporated é de $900.

5.4a

1. Este é um argumento fraco, já que a amostra possui uma variedade pequena.
3. Este é um argumento fraco, já que a amostra é muito pequena e carece de variedade.
5. Este é um argumento indutivo bom (se você não se encontra em regiões polares onde o sol aparece por várias semanas seguidas no inverno). Na forma padrão, o argumento é: "Todos os dias examinados são dias nos quais o sol nasce; um grande e variado grupo de dias foi examinado; então, provavelmente amanhã será um dia em que o sol nascerá".
10. Isto enfraquece o argumento. Algumas pessoas estudam muita lógica apenas com foco no Teste de Admissão na Escola de Direito (pois o teste contém vários problemas de lógica). No entanto, você poderia não saber disso.

5.5a

1. Isto não afeta a força do argumento, já que a cor de um livro tem pouco a ver com seu conteúdo.
3. Isto enfraquece o argumento. É pouco provável que um curso ensinado por um membro do departamento de matemática inclua uma discussão de raciocínio analógico.
5. Isto enfraquece o argumento. Uma abordagem abstrata que enfatiza aspectos teóricos não tende muito a discutir raciocínios analógicos.
10. Isto enfraquece o argumento. É pouco provável que um livro com

apenas 10 páginas sobre raciocínio indutivo inclua raciocínio analógico.

15. Isto enfraquece o argumento, pois há um ponto de diferença significativo entre os dois casos.

5.7a

1. Usando o método de concordância, concluímos que tanto tomar alguns *drinks* causa um tempo de reação maior, quanto ter um tempo de reação maior causa em uma pessoa tomar alguns *drinks*. A segunda alternativa é menos adequada em termos de nossa informação prévia. Logo, concluímos que tomar alguns *drinks* causa um tempo de reação maior.
3. O método de concordância aparentemente leva à conclusão de que a soda causa a ressaca. No entanto, sabemos que Wisky, gim e rum todos contêm álcool. Assim, a soda não é o único fator comum a todos os casos. Então, o método de concordância não se aplica aqui. Para determinar se a soda ou o álcool foi o que causou a ressaca, Michelle deveria experimentar beber soda, mas beber não álcool, e beber álcool, mas beber não soda.
5. Usando o método de concordância, concluiríamos que tanto o fator K causou câncer ou o câncer causou o fator K. Se achássemos alguma droga que eliminasse o fator K, então poderíamos prová-la e verificar se ela elimina o câncer. Se, eliminando o fato K, eliminasse o câncer, então é provável que o fator K teria causado o câncer. Mas se o fator K voltasse depois de nós o termos eliminado, então é provável que o câncer tenha causado o fator K.
10. Usando o método de discordância, concluiríamos que comer alho cru, em si mesmo, não necessariamente evita que mosquitos piquem você.
15. Usando o método de concordância, concluiríamos que tanto a combinação de fatores (aquecer ou friccionar fósforos secos na presença de oxigênio) causa o acendimento do fósforo, ou o acendimento do fósforo causa a combinação de fatores. Esta última não é plausível (ela implica que o fogo presente cause um aquecimento ou fricção passados). Logo, provavelmente a combinação de fatores causa o acendimento do fósforo.
20. Pelo método de variação, é provável que um aumento na voltagem elétrica seja a causa do aumento da corrente elétrica, ou que a corrente elétrica seja a causa da voltagem elétrica, ou que algo tenha causado ambas. Nós sabemos (embora o pequeno Will talvez desconheça) que não podemos ter uma voltagem sem uma corrente (tal como quando nada está plugado em nossa tomada), mas não podemos ter uma corrente sem uma voltagem. Então, pensaríamos que a voltagem causa a corrente (e não vice-versa) e rejeitaríamos a alternativa a "corrente elétrica é a causa da voltagem elétrica". Então, concluiríamos que provavelmente um aumento na voltagem elétrica a causa do aumento na corrente elétrica, ou algum outro fator (a curiosidade de Will, por exemplo) tenha causado ambos os aumentos.
25. Pelo método de diferença, usar um único par de meias provavelmente é (ou é parte da) causa das bolhas, ou as bolhas são (ou são parte da)

causa de usar um único par de meias. Esta última é impossível, já que um evento presente não pode causar um evento passado. Logo, provavelmente usar um único par de meias é (ou é parte da) causa das bolhas. Uma vez que já sabemos que nós não temos bolhas por usar um único par de meias sem andar, concluiríamos que usar um único par de meias é apenas parte da causa das bolhas.

5.8a

1. O problema é como fazer o experimento, de modo que diferenças na resistência do ar não fiquem no caminho. Poderíamos construir uma torre de 30 metros na Lua (ou em algum planeta sem ar), soltar uma pena e uma pedra de seu topo e ver se ambos caem no chão ao mesmo tempo. Ou poderíamos ir ao topo de um arranha-céu e jogar duas caixas idênticas exceto pelo fato de que uma está vazia, enquanto a outra é preenchida com pedras. Neste segundo caso, as duas caixas possuem a mesma resistência do ar, mas diferentes pesos.
3. Poderíamos estudar padrões de solo (morros, montes de pedra, pedregulhos exóticos etc.) afetados por geleiras atuais em lugares como o Alaska, comparar com padrões de solo de áreas onde se sabe que não foram afetadas por geleiras, e comparar ambos com os de Wisconsin. O método de concordância de Mill pode nos levar a concluir que as geleiras provavelmente tenham causado os padrões de solo em Wisconsin. Para determinar a idade da geleira, teríamos de encontrar algum "calendário natural" (como anéis anuais de troncos de árvores, camadas de sedimentos anuais sobre o fundo dos lagos, camadas correspondentes em rochas sedimentares, ou quebra de carbono) e conectá-lo com as mudanças climáticas ou padrões de solo de Wisconsin.
5. Poderíamos dar a ambos os grupos um teste de inteligência. O problema é que a primeira criança pode ter um resultado melhor no teste, não por causa de uma inteligência inata maior, mas por causa das diferenças na forma como o primeiro e último filho são criados. (O último filho, diferentemente do primeiro, é criado normalmente com outras crianças e por pais mais velhos.) Para eliminar esse fator, poderíamos testar crianças adotadas. Se acharmos que uma criança primogênita e uma nascida por último tendem a ter resultados iguais (ou desiguais) no teste, considerando o mesmo tipo de ambiente da adoção, então podemos concluir que os dois grupos tendem (ou não) a ter a mesma inteligência inata.
10. Confira a resposta para o problema 3. Qualquer informação que torne o enunciado 3 provável tornará 10 improvável. Além disso, se encontrarmos qualquer "calendário natural" que nos dê um forte argumento indutivo sobre quaisquer eventos há mais de 5.000 anos, isso tornaria 10 inverossímil. [Obviamente, esses são apenas argumentos indutivos; é possível que as premissas sejam todas verdadeiras e a conclusão, falsa.]

6.1a

1. $\sim(A \bullet B)$
3. $((A \bullet B) \vee C)$
5. $((A \supset B) \vee C)$
10. $(A \supset \sim(\sim B \bullet \sim C))$

15. (~(E ∨ O) ⊃ ~P)
20. T ["(M ∨ F)" é errado, pois a sentença em português não significa "Todo mundo é macho ou todo mundo é fêmea".]

6.2a

1. 1
3. 1
5. 0
10. 1
15. 0

6.3a

1. ~(1 • 0) = ~0 = 1
3. ~(~1 • ~0) = ~(0 • 1) = ~0 = 1
5. (~0 ≡ 0) = (1 ≡ 0) = 0
10. (~1 ∨ ~(0 ⊃ 0)) = (0 ∨ ~1) = (0 ∨ 0) = 0
15. ~((1 ⊃ 1) ⊃ (1 ⊃ 0)) = ~(1 ⊃ 0) = ~0 = 1

6.4a

1. (? • 0) = 0
3. (? ∨ ~0) = (? ∨ 1) = 1
5. (0 ⊃ ?) = 1
10. (? ⊃ ~0) = (? ⊃ 1) = 1

6.5a

1.

P Q	(P ≡ ~Q)
0 0	0
0 1	1
1 0	1
1 1	0

3.

P Q R	(P ∨ (Q • ~R))
0 0 0	0
0 0 1	0
0 1 0	1
0 1 1	0
1 0 0	1
1 0 1	1
1 1 0	1
1 1 1	1

5.

P Q	((P ≡ Q) ⊃ Q)
0 0	0
0 1	1
1 0	1
1 1	1

6.6a

1. Inválido: a segunda linha possui 110.

C C'	(C ⊃ C'),	D	∴ C
0 0	1	0	0
0 1	1	1	0
1 0	0	0	1
1 1	1	1	1

3. Válido: nenhuma linha possui 110.

T M	(T ⊃ M),	(T ⊃ ~M)	∴ ~T
0 0	1	1	1
0 1	1	1	1
1 0	0	1	0
1 1	1	0	0

5. Inválido: a linha 4 possui 1110. (Uma vez eu consegui juntar um grupo, mas não consegui revervas para o Grand Canyon. Então, em vez disso, explorei cânions próximos a Escalante, em Utah. Isso torna R=0, T=1, e E=1.)

R J E	((R • J) ⊃ E),	J	~R	∴ ~E
0 0 0	1	0	1	1
0 0 1	1	0	1	0
0 1 0	1	1	1	1
0 1 1	1	1	1	0
1 0 0	1	0	0	1
1 0 1	1	0	0	0
1 1 0	0	1	0	1
1 1 1	1	1	0	0

10. Inválido: a linha 1 possui 110.

S E R	(S ⊃ (E • ~R)),	~E	∴ R
0 0 0	1	1	0
0 0 1	1	1	1
0 1 0	1	0	0
0 1 1	1	0	1
1 0 0	0	1	0
1 0 1	0	1	1
1 1 0	1	0	0
1 1 1	0	0	1

6.7a

1. $\sim(N^1 \equiv H^1) \neq 1$ Válido
   $N^1 = 1$
   $\therefore \sim H^1 = 0$

3. $((T \vee M^1) \supset Q^0) \neq 1$ Válido
   $M^1 = 1$
   $\therefore Q^0 = 0$

5. $((L^0 \bullet F^1) \supset S^1) = 1$ Inválido
   $S^1 = 1$
   $F^1 = 1$
   $\therefore L^0 = 0$

10. $(\sim T^0 \supset (P^1 \supset J^0)) \neq 1$ Válido
    $P^1 = 1$
    $\sim J^0 = 1$
    $\therefore T^0 = 0$

15. $A^1 = 1$ Válido
    $\sim A^1 \neq 1$
    $\therefore B^0 = 0$

(Um argumento com premissas inconsistentes é sempre válido: se as premissas não podem ser todas verdadeiras, não poderemos ter todas as premissas verdadeiras e a conclusão falsa. Mas tal argumento não pode ser correto, já que suas premissas não podem ser todas verdadeiras. Este argumento é controverso – ver Seção 17.2.)

6.7b

1. C Válido
   T
   $((C \bullet T) \supset (P \vee I))$
   $\sim I$
   $\therefore P$

3. $((E \bullet \sim R) \supset C)$ Válido
   $\sim C$
   E
   $\therefore R$

5. $((S \bullet \sim M) \supset E)$ Válido
   $\sim E$
   S
   $\therefore M$

10. $(I \supset (U \vee \sim C))$ Inválido
    $\sim U$
    $\sim C$
    $\therefore I$

15. $((M \bullet S) \supset B)$ Válido
    S
    $\sim B$
    $\therefore \sim M$

20. $((I \bullet \sim D) \supset R)$ Válido
    $\sim D$
    I
    $\therefore R$

6.8a

1. $(E \supset (V \bullet E'))$
3. $(D \vee A)$
5. $(\sim E \supset \sim A)$
10. $(V \supset E)$ *ou, de forma equivalente,* $(\sim E \supset \sim V)$
15. $(D \supset E)$

6.9a

1. $(S \supset \sim C)$ Válido
   C
   $\therefore \sim S$

A premissa implícita 2 é: "Nós podemos conhecer algo que não estamos sentindo no presente".

3. $((B \bullet \sim Q) \supset R)$ Inválido
   $\sim B$
   $\therefore \sim R$

5. $(V \supset A)$ Válido
   $\sim A$
   $\therefore \sim V$

A premissa implícita 2 é: "Os princípios éticos básicos não são amplamente acordados entre pessoas inteligentes que estudaram ética".

10. $(C \supset (D \vee A))$ Válido
    $\sim D$
    $\sim A$
    $\therefore \sim C$

15. $(D \supset (O \vee C))$ Válido
    $\sim C$
    D
    $\therefore O$

20. B Válido
    $\sim A$
    $((S \bullet B) \supset A)$
    $\therefore \sim S$

6.10a

1. P, U
3. nenhuma conclusão
5. ~R, ~S
10. H, I
15. nenhuma conclusão
20. nenhuma conclusão

6.11a

1. ~T
3. ~B
5. nenhuma conclusão
10. nenhuma conclusão
15. F
20. Y

6.12a

1. ~U
3. nenhuma conclusão
5. P, ~Q
10. ~A
15. nenhuma conclusão

6.13a

1. (A • B), C
3. nenhuma conclusão
5. nenhuma conclusão

7.1a

1. Válido

```
* 1   (A ⊃ B)
      [ ∴ (~B ⊃ ~A)
* 2   ass: ~(~B ⊃ ~A)
  3   ∴ ~B  {de 2}
  4   ∴ A  {de 2}
  5   ∴ ~A  {de 1 e 3}
  6 ∴ (~B ⊃ ~A)  {de 2; 4 contradiz 5}
```

3. Válido

```
* 1   (A ⊃ B)
* 2   (~A ⊃ B)
      [ ∴ B
  3   ass: ~B
  4   ∴ ~A  {de 1 e 3}
  5   ∴ A  {de 2 e 3}
  6   ∴ B  {de 3; 4 contradiz 5}
```

5. Válido

```
* 1   (A v B)
* 2   (A ⊃ C)
* 3   (B ⊃ D)
      [ ∴ (C v D)
* 4   ass: ~(C v D)
  5   ∴ ~C  {de 4}
  6   ∴ ~D  {de 4}
  7   ∴ ~A  {de 2 e 5}
  8   ∴ B  {de 1 e 7}
  9   ∴ ~B  {de 3 e 6}
 10 ∴ (C v D)  {de 4; 8 contradiz 9}
```

10. Válido

```
* 1   (A ⊃ (B ⊃ C))
      [ ∴ ((A • B) ⊃ C)
* 2   ass: ~((A • B) ⊃ C)
* 3   ∴ (A • B)  {de 2}
  4   ∴ ~C  {de 2}
  5   ∴ A  {de 3}
  6   ∴ B  {de 3}
* 7   ∴ (B ⊃ C)  {de 1 e 5}
  8   ∴ ~B  {de 4 e 7}
  9 ∴ ((A • B) ⊃ C)  {de 2; 6
      contradiz 8}
```

7.1b

1. Válido

```
* 1   ((H • P) ⊃ B)
  2   H
      [ ∴ (P ⊃ B)
* 3   ass: ~(P ⊃ B)
  4   ∴ P  {de 3}
  5   ∴ ~B  {de 3}
* 6   ∴ ~(H • P)  {de 1 e 5}
  7   ∴ ~P  {de 2 e 6}
  8 ∴  (P ⊃ B) {de 3; 4 contradiz 7}
```

3. Válido

```
* 1   (E ⊃ (F v M))
  2   ~F
* 3   (M ⊃ A)
      [ ∴ (E ⊃ A)
* 4   ass: ~(E ⊃ A)
  5   ∴ E  {de 4}
  6   ∴ ~A  {de 4}
* 7   ∴ (F v M)  {de 1 e 5}
  8   ∴ ~M  {de 3 e 6}
  9   ∴ M  {de 2 e 7}
 10  (E ⊃ A)  {de 4; 8 contradiz 9}
```

5. Válido
* 1 (~Q ⊃ ~B)
* 2 (~C ⊃ ~P)
* 3 (~Q v ~C)
[∴ (~P v ~B)
*4 ass: ~(~P v ~B)
5 ∴ P {de 4}
6 ∴ B {de 4}
7 ∴ Q {de 1 e 6}
8 ∴ C {de 2 e 5}
9 ∴ ~C {de 3 e 7}
10 (~P v ~B) {de 4; 8 contradiz 9}

(Isto também poderia ser traduzido sem as NEGAÇÕES – tomando "Q", por exemplo, como "Deus não quer prevenir o mal".)

10. Válido
* 1 (I ⊃ ~A)
* 2 (~A ⊃ ~H)
3 H
* 4 (~I ⊃ P)
[∴ P
5 ass: ~P
6 ∴ A {de 2 e 3}
7 ∴ ~I {de 1 e 6}
8 ∴ I {de 4 e 5}
9 ∴ P {de 5; 7 contradiz 8}

7.2a

1. Inválido [~A, B]
* 1 (A v B)
[∴ A
2 ass: ~A
3 ∴ B {de 1 e 2}

3. Inválido [B, ~A]
1 ~(A • ~B)
[∴ ~(B • ~A)
* 2 ass: (B• ~A)
3 ∴ B {de 2}
4 ∴ ~A {de 2}

5. Inválido [A, ~D, ~B, C]
1 ((A ⊃ B) ⊃ (C ⊃ D))
* 2 (B ⊃ D)
* 3 (A ⊃ C)
[∴ (A ⊃ D)
* 4 ass: ~(A ⊃ D)
5 ∴ A {de 4}
6 ∴ ~D {de 4}
7 ∴ ~B {de 2 e 6}
8 ∴ C {de 3 e 5}

10. Inválido [~C, ~D, E, ~A, B]
* 1 ~(~A • ~B)
2 ~C
* 3 (D v ~A)
* 4 ((C • ~E) ⊃ ~B)
5 ~D
[∴ ~E
6 ass: E
7 ∴ ~A {de 3 e 5}
8 ∴ B {de 1 e 7}
9 ∴ ~(C • ~E) {de 4 e 8}

7.2b

1. Inválido [S', ~A, S]
1 (A ⊃ S)
* 2 (S' ⊃ S)
3 S'
[∴ A
4 ass: ~A
5 ∴ S {de 2 e 3}

3. Válido
1 I
* 2 (I ⊃ ~D)
* 3 ((I' • ~A) ⊃ D)
4 I'
[∴ A
5 ass: ~A
6 ∴ ~D {de 1 e 2}
* 7 ∴ ~(I' • ~A) {de 3 e 6}
8 ∴ A {de 4 e 7}
9 ∴ A {de 5; 5 contradiz 8}

5. Válido
* 1 (E ⊃ Q)
* 2 (Q ⊃ (~R • I))
[∴ (R ⊃ ~E)
* 3 ass: ~(R ⊃ ~E)
4 ∴ R {de 3}

5 ∴ E {de 3}
6 ∴ Q {de 1 e 5}
7 ∴ (~R • I) {de 2 e 6}
8 ∴ ~R {de 7}
9 ∴ (R ⊃ ~E) {de 3; 4 contradiz 8}

10. Válido

* 1 (D v H)
* 2 ((D • M) ⊃ L)
* 3 (H ⊃ C)
* 4 ((C • M) ⊃ D')
[∴ (M ⊃ (D' v L))
* 5 ass: ~(M ⊃ (D' v L))
6 ∴ M {de 5}
* 7 ∴ ~(D' v L) {de 5}
8 ∴ ~D' {de 7}
9 ∴ ~L {de 7}
* 10 ∴ ~(D • M) {de 2 e 9}
* 11 ∴ ~(C • M) {de 4 e 8}
12 ∴ ~D {de 6 e 10}
13 ∴ H {de 1 e 12}
14 ∴ C {de 3 e 13}
15 ∴ ~C {de 6 e 11}
16 ∴ (M ⊃ (D' v L)) {de 5; 14 contra 15}

15. Inválido

S, A, B, ~D, ~F

* 1 (A ⊃ B)
* 2 (B ⊃ (F ⊃ D))
* 3 (D ⊃ ~S)
4 S
[∴ ~A
5 ass: A
6 ∴ B {de 1 e 5}
* 7 ∴ (F ⊃ D) {de 2 e 6}
8 ∴ ~D {de 3 e 4}
9 ∴ ~F {de 7 e 8}

Uma premissa "F" o tornaria válido.

20. Válido

* 1 (~A ⊃ (S • C))
* 2 (~D ⊃ ~S)
[∴ (~A ⊃ D)
* 3 ass: ~(~A ⊃ D)
4 ∴ ~A {de 3}
5 ∴ ~D {de 3}
* 6 ∴ (S • C) {de 1 e 4}
7 ∴ S {de 6}
8 ∴ C {de 6}
9 ∴ ~S {de 2 e 5}
10 ∴ (~A ⊃ D) {de 3; 7 contradiz 9}

25. Válido

* 1 (F ⊃ (I • S))
* 2 (I ⊃ T)
* 3 (T ⊃ T´)
* 4 (T´ ⊃ X)
* 5 ((X • T´) ⊃ Y)
* 6 ((X • Y) ⊃ ~S)
[∴ ~F
7 ass: F
* 8 ∴ (I • S) {de 1 e 7}
9 ∴ I {de 8}
10 ∴ S {de 8}
11 ∴ T {de 2 e 9}
12 ∴ T´ {de 3 e 11}
13 ∴ X {de 4 e 12}
* 14 ∴ ~(X • Y) {de 6 e 10}
15 ∴ ~Y {de 13 e 14}
* 16 ∴ ~(X • T´) {de 5 e 15}
17 ∴ ~X {de 12 e 16}
18 ∴ ~F {de 7; 13 contradiz 17}

7.3a

1. Válido

* 1 (A ⊃ B)
2 (A v (A • C))
[∴ (A • B)
* 3 ass: ~(A • B)
4 ass: ~A {quebra de 1}
5 ∴ (A • C) {de 2 e 4}
6 ∴ A {de 5}
7 ∴ A {de 4; 4 contradiz 6}
8 ∴ B {de 1 e 7}
9 ∴ ~B {de 3 e 7}
10 ∴ (A • B) {de 3; 8 contradiz 9}

3. Válido

* 1 (B ⊃ A)
* 2 ~(A • C)
3 (B v C)
[∴ (A ≡ B)
* 4 ass: ~(A ≡ B)
5 ∴ (A v B) {de 4}
* 6 ∴ ~(A • B) {de 4}
7 ass: ~B {quebra de 1}
8 ∴ C {de 3 e 7}

```
    9  ∴ ~A   {de 2 e 8}
   10  ∴ A   {de 5 e 7}
   11  ∴ B   {de 7; 9 contradiz 10}
   12  ∴ A   {de 1 e 11}
   13  ∴ ~C   {de 2 e 12}
   14  ∴ ~A   {de 6 e 11}
   15 ∴ (A ≡ B)   {de 4; 12
          contradiz 14}
```

5. Válido

```
*  1   ((A ⊃ B) ⊃ C)
*  2   (C ⊃ (D • E))
     [ ∴ (B ⊃ D)
*  3   ass: ~(B ⊃ D)
   4   ∴ B   {de 3}
   5   ∴ ~D   {de 3}
   6   ∴ ass: ~(A ⊃ B) {quebra de 1}
   7     ∴ A   {de 6}
   8     ∴ ~B   {de 6}
   9   ∴ (A ⊃ B)   {de 6; 4 contradiz 8}
  10   ∴ C   {de 1 e 9}
  11   ∴ (D • E)   {de 2 e 10}
  12   ∴ D   {de 11}
  13 ∴ (B ⊃ D)   {de 3; 5 contradiz 12}
```

7.3b

1. Válido

```
*  1   ((A • E) v (A' • E))
*  2   (E ⊃ C)
     [ ∴ (E • C)
*  3 ┌ ass: ~(E • C)
   4 │┌ass: (A • E)   {quebra de 1}
   5 ││ ∴ A   {de 4}
   6 │└∴ E   {de 4}
   7 │ ∴ C   {de 2 e 6}
   8 │ ∴ ~C   {de 3 e 6}
   9 │ ∴ ~(A • E)   {de 4; 7
     │    contradiz 8}
* 10 │ ∴ (A' • E)   {de 1 e 9}
  11 │ ∴ A'   {de 10}
  12 │ ∴ E   {de 10}
  13 │ ∴ C   {de 2 e 12}
  14 └ ∴ ~C   {de 3 e 12}
  15 ∴ (E • C) {de 3; 13 contradiz 14}
```

3. Válido

```
*  1   (A ≡ (C v P))
   2   ~C
     [ ∴ (A ≡ P)
*  3 ┌ ass: ~(A ≡ P)
*  4 │ ∴ (A ⊃ (C v P))   {de 1}
   5 │ ∴ ((C v P) ⊃ A)   {de 1}
   6 │ ∴ (A v P)   {de 3}
*  7 │ ∴ ~(A • P)   {de 3}
   8 │┌ass: ~A   {quebra de 4}
   9 ││ ∴ ~(C v P)   {de 5 e 8}
  10 ││ ∴ ~P   {de 9}
  11 │└∴ P   {de 6 e 8}
  12 │ ∴ A   {de 8; 10 contradiz 11}
* 13 │ ∴ (C v P)   {de 4 e 12}
  14 │ ∴ ~P   {de 7 e 12}
  15 └ ∴ P   {de 2 e 13}
  16 ∴ (A ≡ P)   {de 3; 14 contradiz 15}
```

5. Válido

```
*  1   (~C ⊃ ~D)
*  2   (~D ⊃ ~E)
   3   (C ⊃ A)
*  4   (A ⊃ E)
     [ ∴ (E ≡ C)
*  5 ┌ ass: ~(E ≡ C)
*  6 │ ∴ (E v C)   {de 5}
   7 │ ∴ ~(E • C)   {de 5}
   8 │┌ass: C   {quebra de 1}
   9 ││ ∴ A   {de 3 e 8}
  10 ││ ∴ E   {de 4 e 9}
  11 ││ ∴ D   {de 2 e 10}
  12 │└∴ ~E   {de 7 e 8}
  13 │ ∴ ~C   {de 8; 10 contradiz 12}
  14 │ ∴ ~D   {de 1 e 13}
  15 │ ∴ ~E   {de 2 e 14}
  16 │ ∴ ~A   {de 4 e 15}
  17 └ ∴ E   {de 6 e 13}
  18   (E ≡ C) {de 5; 15 contradiz 17}
```

10. Válido

```
*  1   ((E • D) ⊃ (F • S))
   2   ((E • ~D) ⊃ (G • S))
     [ ∴ (E ⊃ S)
*  3 ┌ ass: ~(E ⊃ S)
   4 │ ∴ E   {de 3}
   5 │ ∴ ~S   {de 3}
   6 │ ∴ ass: ~(E • D)   {quebra de 1}
   7 │ ∴ ~D   {de 4 e 6}
   8 │ ∴ ass: ~(E • ~D) {quebra de 2}
   9 │ ∴ D   {de 4 e 8}
  10 │ ∴ (E • ~D)   {de 8; 7 contradiz 9}
  11 │ ∴ (G • S)   {de 2 e 10}
  12 │ ∴ G   {de 11}
  13 │ ∴ S   {de 11}
```

* 14 ∴ (E • D) {de 6; 5 contradiz 13}
15 ∴ D {de 14}
* 16 ∴ (F • S) {de 1 e 14}
17 ∴ F {de 16}
18 ∴ S {de 16}
19 ∴(E ⊃ S) {de 3; 5 contradiz 18}

7.4a

1. Inválido — ~A, B

1 ~(A • B)
[∴ (~A • ~B)
** 2 ass: ~(~A • ~B)
3 ass: ~A {quebra de 1}
4 ∴ B {de 2 e 3}

3. Inválido — ~D, ~F, ~A, ~C

1 (A ⊃ B)
2 (C ⊃ (~D • E))
[∴ (D v F)
* 3 ass: ~(D v F)
4 ∴ ~D {de 3}
5 ∴ ~F {de 3}
6 ass: ~A {quebra de 1}
7 ass: ~C {quebra de 2}

5. Inválido — ~E, ~C, ~A, D

1 (A ⊃ (B • C))
** 2 ((D ⊃ E) ⊃ A)
[∴ (E v C)
* 3 ass: ~(E v C)
4 ∴ ~E {de 3}
5 ∴ ~C {de 3}
6 ass: ~A {quebra de 1}
** 7 ∴ ~(D ⊃ E) {de 2 e 6}
8 ∴ D {de 7}

7.4b

1. Inválido — ~E, ~C, ~M

1 (E ⊃ ~M)
2 ~E
3 (M ⊃ (E' • C))
[∴ C
4 ass: ~C
5 ass: ~M {quebra de 3}

3. Inválido — R, ~C

1 (~R ⊃ (E • ~S))
[∴ (R ⊃ (C • S))
* 2 ass: ~(R ⊃ (C • S))
3 ∴ R {de 2}
4 ∴ ~(C • S) {de 2}
5 ass: ~C {quebra de 4}

5. Inválido — ~C, A, ~E, ~F

1 ((A • F) ⊃ (D • M))
2 (M ⊃ ~C)
3 (E ⊃ F)
[∴ ((A • ~E) ⊃ C)
* 4 ass: ~((A • ~E) ⊃ C)
* 5 ∴ (A • ~E) {de 4}
6 ∴ ~C {de 4}
7 ∴ A {de 5}
8 ∴ ~E {de 5}
** 9 ass: ~(A • F) {quebra de 1}
10 ∴ ~F {de 7 e 9}

10. Válido

1 H
2 P
3 ~H´
* 4 (M ⊃ ((H • P) ⊃ H´))
5 (~M ⊃ S)
[∴ (~M • S)
6 ass: ~(~M • S)
7 ass: ~M {quebra de 4}
8 ∴ S {de 5 e 7}
9 ∴ ~S {de 6 e 7}
10 ∴ M {de 7; 8 contradiz 9}
* 11 ∴ ((H • P) ⊃ H´) {de 4 e 10}
* 12 ∴ ~(H • P) {de 3 e 11}
13 ∴ ~P {de 1 e 12}
14 ∴ (~M • S) {de 6; 2 contradiz 13}

15. Inválido — N, F, ~E, ~P

1 ((E • F) ⊃ P)
2 ((P • M) ⊃ (C • ~N))
[∴ (N ⊃ ~F)
* 3 ass: ~(N ⊃ ~F)
4 ∴ N {de 3}
5 ∴ F {de 3}
** 6 ass: ~(E • F) {quebra de 1}
7 ∴ ~E {de 5 e 6}
8 ass: ~(P • M) {quebra de 2}
9 ass: ~P {quebra de 8}

8.1a

1. ~Gx
3. (∃x)~Gx
5. (x)Gx
10. ~(∃x)(Lx • Mx)
15. (∃x)(Ax • (Cx • ~Lx))
20. ~(x)(Gx ⊃ Rx)
25. (x)(Mx • Lx)

8.2a

1. Válido

1 (x)Fx
[∴ (x)(Gx v Fx)
* 2 ┌ ass: ~(x)(Gx v Fx)
* 3 │ ∴ (∃x)~(Gx v Fx) {de 2}
* 4 │ ∴ ~(Ga v Fa) {de 3}
5 │ ∴ ~Ga {de 4}
6 │ ∴ ~Fa {de 4}
7 └ ∴ Fa {de 1}
8 ∴ (x)(Gx v Fx) {de 2; 6 contradiz 7}

3. Válido

* 1 ~(∃x)(Fx • Gx)
* 2 (∃x)Fx
[∴ (∃x)~Gx
* 3 ┌ ass: ~(∃x)~Gx
4 │ ∴ (x)~(Fx • Gx) {de 1}
5 │ ∴ Fa {de 2}
6 │ ∴ (x)Gx {de 3}
* 7 │ ∴ ~(Fa • Ga) {de 4}
8 │ ∴ ~Ga {de 5 e 7}
9 └ ∴ Ga {de 6}
10 ∴ (∃x)~Gx {de 3; 8 contradiz 9}

5. Válido

1 (x)(Fx ⊃ Gx)
* 2 (∃x)Fx
[∴ (∃x)(Fx • Gx)
* 3 ┌ ass: ~(∃x)(Fx • Gx)
4 │ ∴ Fa {de 2}
5 │ ∴ (x)~(Fx • Gx) {de 3}
* 6 │ ∴ (Fa ⊃ Ga) {de 1}
7 │ ∴ Ga {de 4 e 6}
* 8 │ ∴ ~(Fa • Ga) {de 5}
9 └ ∴ ~Ga {de 4 e 8}
10 ∴ (∃x)(Fx • Gx) {de 3; 7 contradiz 9}

10. Válido

1 (x)(Fx ≡ Gx)
* 2 (∃x)~Gx
[∴ (∃x)~Fx
* 3 ┌ ass: ~(∃x)~Fx
4 │ ∴ ~Ga {de 2}
5 │ ∴ (x)Fx {de 3}
* 6 │ ∴ (Fa ≡ Ga) {de 1}
* 7 │ ∴ (Fa ⊃ Ga) {de 6}
8 │ ∴ (Ga ⊃ Fa) {de 6}
9 │ ∴ ~Fa {de 4 e 7}
10 └ ∴ Fa {de 5}
11 ∴ (∃x)~Fx {de 3; 9 contradiz 10}

8.2b

1. Válido

1 (x)(Dx ⊃ Ax)
2 (x)Dx
[∴ (x)Ax
* 3 ┌ ass: ~(x)Ax
* 4 │ ∴ (∃x)~Ax {de 3}
5 │ ∴ ~Aa {de 4}
* 6 │ ∴ (Da ⊃ Aa) {de 1}
7 │ ∴ ~Da {de 5 e 6}
8 └ ∴ Da {de 2}
9 (x)Ax {de 3; 7 contradiz 8}

3. Válido

* 1 ~(∃x)(Sx • Ox)
2 (x)(Qx ⊃ Ox)
[∴ ~(∃x)(Sx • Qx)
* 3 ┌ ass: (∃x)(Sx • Qx)
4 │ ∴ (x)~(Sx • Ox) {de 1}
* 5 │ ∴ (Sa • Qa) {de 3}
6 │ ∴ Sa {de 5}
7 │ ∴ Qa {de 5}
* 8 │ ∴ (Qa ⊃ Oa) {de 2}
9 │ ∴ Oa {de 7 e 8}
* 10 │ ∴ ~(Sa • Oa) {de 4}
11 └ ∴ ~Oa {de 6 e 10}
12 ∴ ~(∃x)(Sx • Qx) {de 3; 9 contra 11}

5. Válido

1 (x)(Cx ⊃ Ex)
* 2 ~(∃x)(Ex • Cx)
[∴ ~(∃x)Cx

* 3 ass: (∃x)Cx
4 ∴ (x)~(Ex • Cx) {de 2}
5 ∴ Ca {de 3}
* 6 ∴ (Ca ⊃ Ea) {de 1}
7 ∴ Ea {de 5 e 6}
* 8 ∴ ~(Ea • Ca) {de 4}
9 ∴ ~Ea {de 5 e 8}
10 ∴ ~(∃x)Cx {de 3; 7 contradiz 9}

10. Válido

* 1 ~(∃x)(Bx • Cx)
* 2 (∃x)(Lx • Cx)
3 (x)(Cx ⊃ Rx)
[∴ (∃x)(Rx • (Cx • ~Bx))
* 4 ass: ~(∃x)(Rx • (Cx • ~Bx))
5 ∴ (x)~(Bx • Cx) {de 1}
* 6 ∴ (La • Ca) {de 2}
7 ∴ (x)~(Rx • (Cx • ~Bx)) {de 4}
8 ∴ La {de 6}
9 ∴ Ca {de 6}
* 10 ∴ (Ca ⊃ Ra) {de 3}
11 ∴ Ra {de 9 e 10}
* 12 ∴ ~(Ba • Ca) {de 5}
13 ∴ ~Ba {de 9 e 12}
* 14 ∴ ~(Ra • (Ca • ~Ba)) {de 7}
* 15 ∴ ~(Ca • ~Ba) {de 11 e 14}
16 ∴ Ba {de 9 e 15}
17 ∴ (∴x)(Rx • (Cx • ~Bx)) {de 4; 13 contradiz 16}

8.3a

1. Inválido

a, b
Fa, ~Fb

* 1 (∃x)Fx
[∴ (x)Fx
* 2 ass: ~(x)Fx
3 Fa {de 1}
* 4 (∃x)~Fx {de 2}
5 ~Fb {de 4}

3. Inválido

a, b
Fa, ~Ga
~Fb, ~Gb

* 1 (∃x)(Fx v Gx)
* 2 ~(x)Fx
[∴ (∃x)Gx
* 3 ass: ~(∃x)Gx
* 4 ∴ (Fa v Ga) {de 1}
* 5 ∴ (∃x)~Fx {de 2}
6 ∴ (x)~Gx {de 3}
7 ∴ ~Fb {de 5}
8 ∴ ~Ga {de 6}
9 ∴ Fa {de 4 e 8}
10 ∴ ~Gb {de 6}

5. Inválido

a
~Ga, ~Fa

* 1 ~(∃x)(Fx • Gx)
2 (x)~Fx
[∴ (x)Gx
* 3 ass: ~(x)Gx
4 ∴ (x)~(Fx • Gx) {de 1}
* 5 ∴ (∃x)~Gx {de 3}
6 ∴ ~Ga {de 5}
7 ∴ ~Fa {de 2}
8 ∴ ~(Fa • Ga) {de 4}

10. Inválido

a, b
Ga, ~Fa
Fb, ~Gb

* 1 (∃x)~Fx
* 2 (∃x)~Gx
[∴ (∃x)(Fx ≡ Gx)
* 3 ass: ~(∃x)(Fx ≡ Gx)
4 ∴ ~Fa {de 1}
5 ∴ ~Gb {de 2}
6 ∴ (x)~(Fx ≡ Gx) {de 3}
* 7 ∴ ~(Fa ≡ Ga) {de 6}
* 8 ∴ (Fa v Ga) {de 7}
9 ∴ ~(Fa • Ga) {de 7}
10 ∴ Ga {de 4 e 8}
* 11 ∴ ~(Fb ≡ Gb) {de 6}
* 12 ∴ (Fb v Gb) {de 11}
13 ∴ ~(Fb • Gb) {de 11}
14 ∴ Fb {de 5 e 12}

8.3b

1. Inválido

a, b
Ma, Ca
Mb, ~Cb

* 1 (∃x)(Mx • Cx)
[∴ (x)(Mx ⊃ Cx)
* 2 ass: ~(x)(Mx ⊃ Cx)
* 3 ∴ (∃x)~(Mx ⊃ Cx) {de 2}
* 4 ∴ (Ma • Ca) {de 1}
5 ∴ Ma {de 4}
6 ∴ Ca {de 4}

* 7 ∴ ~(Mb ⊃ Cb) {de 3}
8 ∴ Mb {de 7}
9 ∴ ~Cb {de 7}

3. Inválido

a, b
Fa, La
~Fb, ~Lb

* 1 (∃x)Fx
* 2 ~(x)Lx
[∴ (∃x)(Fx • ~Lx)
* 3 ass: ~(∃x)(Fx • ~Lx)
4 ∴ Fa {de 1}
* 5 ∴ (∃x)~Lx {de 2}
6 ∴ (x)~(Fx • ~Lx) {de 3}
7 ∴ ~Lb {de 5}
* 8 ∴ ~(Fa • ~La) {de 6}
9 ∴ La {de 4 e 8}
* 10 ∴ ~(Fb • ~Lb) {de 6}
11 ∴ ~Fb {de 7 e 10}

5. Válido

1 (x)((Vx • Cx) ⊃ Px)
2 (x)(Dx ⊃ (Cx • ~Px))
[∴ ~(∃x)(Dx • Vx)
* 3 ┌ ass: (∃x)(Dx • Vx)
* 4 │ ∴ (Da • Va) {de 3}
5 │ ∴ Da {de 4}
6 │ ∴ Va {de 4}
* 7 │ ∴ ((Va • Ca) ⊃ Pa) {de 1}
* 8 │ ∴ (Da ⊃ (Ca • ~Pa)) {de 2}
* 9 │ ∴ (Ca • ~Pa) {de 5 e 8}
10 │ ∴ Ca {de 9}
11 │ ∴ ~Pa {de 9}
* 12 │ ∴ ~(Va • Ca) {de 7 e 11}
13 └ ∴ ~Ca {de 6 e 12}
14 ∴ ~(∃x)(Dx • Vx)
{de 3; 10 contra 13}

10. Válido

1 (x)(Sx ⊃ Vx)
[∴ (x)(~Vx ⊃ ~Sx)
* 2 ┌ ass: ~(x)(~Vx ⊃ ~Sx)
* 3 │ ∴ (∃x)~(~Vx ⊃ ~Sx) {de 2}
* 4 │ ∴ ~(~Va ⊃ ~Sa) {de 3}
5 │ ∴ ~Va {de 4}
6 │ ∴ Sa {de 4}
* 7 │ ∴ (Sa ⊃ Va) {de 1}
8 └ ∴ ~Sa {de 5 e 7}
9 ∴ (x)(~Vx ⊃ ~Sx)
{de 2; 6 contra 8}

15. Inválido

a
Ca, ~Ia, ~Pa

* 1 ~(∃x)(Px • Ix)
* 2 (∃x)(Cx • ~Ix)
[∴ (∃x)(Cx • Px)
* 3 ass: ~(∃x)(Cx • Px)
4 ∴ (x)~(Px • Ix) {de 1}
* 5 ∴ (Ca • ~Ia) {de 2}
6 (x)~(Cx • Px) {de 3}
7 Ca {de 5}
8 ~Ia {de 5}
9 ∴ ~(Pa • Ia) {de 4}
* 10 ∴ ~(Ca • Pa) {de 6}
11 ∴ ~Pa {de 7 e 10}

8.4a

1. (Lg v Mg)
3. ((x)Lx ⊃ (x)Mx)
5. ((∃x)Mx ⊃ C)
10. ((x)Mx ⊃ (x)(Lx ⊃ Mx))
15. ~(∃x)Mx *ou, equivalentemente,* (x)~Mx
20. ~(∃x)(Lx • Mx) *ou, equivalentemente,* (x)~(Lx • Mx)

8.5a

1. Válido

1 (x)(Fx v Gx)
2 ~Fa
[∴ (∃x)Gx
* 3 ┌ ass: ~(∃x)Gx
4 │ ∴ (x)~Gx {de 3}
* 5 │ ∴ (Fa v Ga) {de 1}
6 │ ∴ Ga {de 2 e 5}
7 └ ∴ ~Ga {de 4}
8 ∴ (∃x)Gx {de 3; 6 contradiz 7}

3. Inválido

a, b
Ea
~Eb
~R

* 1 ((x)Ex ⊃ R)
[∴ (x)(Ex ⊃ R)
* 2 ass: ~(x)(Ex ⊃ R)
* 3 ∴ (∃x)~(Ex ⊃ R) {de 2}
* 4 ∴ ~(Ea ⊃ R) {de 3}
5 ∴ Ea {de 4}
6 ∴ ~R {de 4}

* 7 ∴ ~(x)Ex {de 1 e 6}
* 8 ∴ (∃x)~Ex {de 7}
9 ∴ ~Eb {de 8}

5. Inválido

a, b: Fa, ~Ga, Gb

* 1 ((∃x)Fx ⊃ (∃x)Gx)
[∴ (x)(Fx ⊃ Gx)
* 2 ass: ~(x)(Fx ⊃ Gx)
* 3 (∃x)~(Fx ⊃ Gx) {de 2}
* 4 ~(Fa ⊃ Ga) {de 3}
5 Fa {de 4}
6 ~Ga {de 4}
7 ass: ~(∃x)Fx {quebra de 1}
8 ∴ (x)~Fx {de 7}
9 ∴ ~Fa {de 8}
10 (∃x)Fx {de 7; 5 contradiz 9}
* 11 ∴ (∃x)Gx {de 1 e 10}
12 ∴ Gb {de 11}

10. Inválido

d: ~Fd, ~Gd

* 1 ~(∃x)(Fx • Gx)
2 ~Fd
[∴ Gd
3 ass: ~Gd
4 ∴ (x)~(Fx • Gx) {de 1}
5 ∴ ~(Fd • Gd) {de 4}

15. Válido

* 1 ((∃x)Ex ⊃ R)
[∴ (x)(Ex ⊃ R)
* 2 ass: ~(x)(Ex ⊃ R)
* 3 ∴ (∃x)~(Ex ⊃ R) {de 2}
* 4 ∴ ~(Ea ⊃ R) {de 3}
5 ∴ Ea {de 4}
6 ∴ ~R {de 4}
* 7 ∴ ~(∃x)Ex {de 1 e 6}
8 ∴ (x)~Ex {de 7}
9 ∴ ~Ea {de 8}
10 (x)(Ex ⊃ R) {de 2; 5 contradiz 9}

8.5b

1. Válido

1 (x)Cx
* 2 (Cm ⊃ D)
[∴ D
3 ass: ~D
4 ∴ ~Cm {de 2 e 3}
5 ∴ Cm {de 1}
6 ∴ D {de 3; 4 contradiz 5}

3. Válido

1 (x)(Cx ⊃ C'x)
2 Cm
* 3 (C'm ⊃ D)
[∴ D
4 ass: ~D
5 ∴ ~C'm {de 3 e 4}
* 6 ∴ (Cm ⊃ C'm) {de 1}
7 ∴ C'm {de 2 e 6}
8 ∴ D {de 4; 5 contradiz 7}

5. Válido

1 (x)(Ax ⊃ (Ix v Ex))
[∴(~(∃ x)Ix ⊃ (x)(~Ex ⊃ ~Ax))
* 2 ass: ~(~(∃x)Ix ⊃ (x)(~Ex ⊃ ~Ax))
* 3 ∴ ~(∃x)Ix {de 2}
* 4 ∴ ~(x)(~Ex ⊃ ~Ax) {de 2}
5 ∴ (x)~Ix {de 3}
* 6 ∴ (∃x)~(~Ex ⊃ ~Ax) {de 4}
* 7 ∴ ~(~Ea ⊃ ~Aa) {de 6}
8 ∴ ~Ea {de 7}
9 ∴ Aa {de 7}
* 10 ∴ (Aa ⊃ (Ia v Ea)) {de 1}
* 11 ∴ (Ia v Ea) {de 9 e 10}
12 ∴ Ia {de 8 e 11}
13 ∴ ~Ia {de 5}
14 (~(∃x)Ix ⊃ (x)(~Ex ⊃ ~Ax)) {de 2; 12 contradiz 13}

10. Válido

1 (x)(Cx ⊃ Px)
* 2 (Ci • Cd)
[∴ (Pi • Pd)
* 3 ass: ~(Pi • Pd)
4 ∴ Ci {de 2}
5 ∴ Cd {de 2}
* 6 ∴ (Cd ⊃ Pd) {de 1}
7 ∴ Pd {de 5 e 6}
8 ∴ ~Pi {de 3 e 7}
* 9 ∴ (Ci ⊃ Pi) {de 1}
10 ∴ Pi {de 4 e 9}
11 ∴(Pi • Pd) {de 3; 8 contradiz 10}

15. Válido

* 1 (V ⊃ (H • (x)(Mx ⊃ Ex)))
2 (x)(Ex ⊃ Ix)
3 Mt
4 ~It
[∴ ~V
5 ass: V
* 6 ∴ (H • (x)(Mx ⊃ Ex)) {de 1 e 5}
7 ∴ H {de 6}
8 ∴ (x)(Mx ⊃ Ex) {de 6}
* 9 ∴ (Et ⊃ It) {de 2}
10 ∴ ~Et {de 4 e 9}
* 11 ∴ (Mt ⊃ Et) {de 8}
12 ∴ Et {de 3 e 11}
13 ∴ ~V {de 5; 10 contradiz 12}

20. Válido

* 1 ~(∃x)(~Cx • Ix)
2 (x)(Ex ⊃ Ix)
[∴ (x)(Ex ⊃ Cx)
* 3 ass: ~(x)(Ex ⊃ Cx)
4 ∴ (x)~(~Cx • Ix) {de 1}
* 5 ∴ (∃x)~(Ex ⊃ Cx) {de 3}
* 6 ∴ ~(Ea ⊃ Ca) {de 5}
7 ∴ Ea {de 6}
8 ∴ ~Ca {de 6}
* 9 ∴ (Ea ⊃ Ia) {de 2}
10 ∴ Ia {de 7 e 9}
* 11 ∴ ~(~Ca • Ia) {de 4}
12 ∴ ~Ia {de 8 e 11}
13 ∴ (x)(Ex ⊃ Cx)
{de 3; 10 contra 12}

9.1a

1. La
3. ~a=p
5. (∃x)(∃y)(~x=y • (Lx • Ly))
10. (∃x)(Lx • ~(∃y)(~y=x • Ly))
15. (Ca • ~a=r)

9.2a

1. Inválido

a, b
Fa, ~Fb
~b=a

1 Fa
[∴ ~(∃x)(Fx • ~x=a)
* 2 ass: (∃x)(Fx • ~x=a)
* 3 ∴ (Fb • ~b=a) {de 2}
4 ∴ Fb {de 3}
5 ∴ ~b=a {de 3}

3. Válido

1 a=b
2 b=c
[∴ a=c
3 ass: ~a=c
4 ∴ ~b=c {de 1 e 3}
5 ∴ a=c {de 3; 2 contradiz 4}

5. Inválido

a, b, c
~a=b, ~a=c
~c=b

1 ~a=b
2 ~c=b
[∴ a=c
3 ass: ~a=c

10. Inválido

a
a=a

[∴ (∃x)(∃y)~y=x
* 1 ass: ~(∃x)(∃y)~y=x
2 ∴ (x)~(∃y)~y=x {de 1}
* 3 ∴ ~(∃y)~y=a {de 2}
4 ∴ (y)y=a {de 3}
5 ∴ a=a {de 4}

9.2b

1. Válido

1 k=s
2 Bs
3 Dk
[∴ (∃x)(Dx • Bx)
* 4 ass: ~(∃x)(Dx • Bx)
5 ∴ Bk {de 1 e 2}
6 ∴ (x)~(Dx • Bx) {de 4}
* 7 ∴ ~(Dk • Bk) {de 6}
8 ∴ ~Bk {de 3 e 7}
9 (∴x)(Dx • Bx) {de 4; 5
contradiz 8}

3. Válido

1 Op
2 ~Od
[∴ ~d=p
3 ass: d=p
4 ∴ ~Op {de 2 e 3}
5 ∴ ~d=p {de 3; 1 contradiz 4}

5. Inválido

a, v

~Ma, ~Mv ~v=a

1 ~Ma
2 ~Mv
[∴ v=a
3 ass: ~v=a

10. Válido

* 1 (Sv v Sl)
2 ~Sv
[∴ ~v=l
3 ass: v=l
4 ∴ Sl {de 1 e 2}
5 ∴ ~Sl {de 2 e 3}
6 ∴ ~v=l {de 3; 4 conlradiz 5}

15. Válido

* 1 (∃x)(Mx • ~(∃y)(~y=x • My))
2 Mp
3 Fp
[∴ (x)(Mx ⊃ Fx)
* 4 ass: ~(x)(Mx ⊃ Fx)
* 5 ∴ (∃x)~(Mx ⊃ Fx) {de 4}
* 6 ∴ ~(Ma ⊃ Fa) {de 5}
7 ∴ Ma {de 6}
8 ∴ ~Fa {de 6}
* 9 ∴ (Mb • ~(∃y)(~y=b • My)) {de 1}
10 ∴ Mb {de 9}
* 11 ∴ ~(∃y)(~y=b • My) {de 9}
12 ∴ (y)~(~y=b • My) {de 11}
* 13 ∴ ~(~a=b • Ma) {de 12}
14 ∴ a=b {de 7 e 13}
* 15 ∴ ~(~p=b • Mp) {de 12}
16 ∴ p=b {de 2 e 15}
17 ∴ ~Fb {de 8 e 14}
18 ∴ ~Fp {de 16 e 17}
19 ∴ (x)(Mx ⊃ Fx) {de 4; 3 contradiz 18}

9.3a

1. (Ato • Aot)
3. (x)(Rx ⊃ Atx)
5. ((x)Axo • ~(x)Aox)
10. (x)(Axx ⊃ Aox)
15. (x)(Cdx ⊃ Adx)
20. (x)(Cdx ⊃ Mdx)

9.4a

1. (x)(Rx ⊃ (y)Ayx) *ou, equivalentemente,*(x)(y)(Ry ⊃ Axy)
3. (∃x)(Rx • (∃y)Ayx) *ou, equivalentemente,*(∃x)(∃y)(Ry •Axy)
5. (x)(Rx ⊃ (∃y)(Iy • Axy))
10. ~(∃x)(Ix • (y)Axy)
15. ((x)Atx ⊃ (∃x)(Ix • (y)Axy))
20. (x)(∃y)Cyx
25. (x)(y)(Cxy ⊃ Axy)

9.5a

1. Inválido

a, b

Aab, Aaa ~Aab

1 (x)Axa
[∴ (x)Aax
* 2 ass: ~(x)Aax
* 3 ∴ (∃x)~Aax {de 2}
4 ∴ ~Aab {de 3}
5 ∴ Aaa {de 1}
6 ∴ Aba {de 1}

3. Inválido

a

~Aaa

1 (x)(y)(Axy ⊃ x=y)
[∴ (x)Axx
* 2 ass: ~(x)Axx
* 3 ∴ (∃x)~Axx {de 2}
4 ∴ ~Aaa {de 3}
5 ∴ (y)(Aay ⊃ a=y) {de 1}
6 ∴ (Aaa ⊃ a=a) {de 5}

5. Válido

1 (x)(y)Axy
[∴ (x)(y)((Fx • My) ⊃ Axy)
* 2 ass: ~(x)(y)((Fx • My) ⊃ Axy)
* 3 ∴ (∃x)~(y)((Fx • My) ⊃ Axy) {de 2}
* 4 ∴ ~(y)((Fa • My) ⊃ Aay) {de 3}
* 5 ∴ (∃y)~((Fa • My) ⊃ Aay) {de 4}
* 6 ∴ ~((Fa • Mb) ⊃ Aab) {de 5}
* 7 ∴ (Fa • Mb) {de 6}
8 ∴ ~Aab {de 6}
9 ∴ Fa {de 7}

10 ∴ Mb {de 7}
11 ∴ (y)Aay {de 1}
12 ∴ (y)Aby {de 1}
13 ∴ Aaa {de 11}
14 ∴ Aab {de 11}
15 ∴ (x)(y)((Fx • My) ⊃ Axy)
{de 2; 8 contradiz 14}

10. Válido

1 Aab
2 Abc
[∴ (∃x)(Aax • Axc)
* 3 ass: ~(∃x)(Aax • Axc)
4 ∴ (x)~(Aax • Axc) {de 3}
5 ∴ ~(Aaa • Aac) {de 4}
* 6 ∴ ~(Aab • Abc) {de 4}
7 ∴ ~Abc {de 1 e 6}
8 ∴ (∃x)(Aax • Axc) {de 3; 2 contra 7}

15. Válido

1 (x)(y)(Axy ⊃ (Fx • ~Fy))
[∴ (x)(y)(Axy ⊃ ~Ayx)
* 2 ass: ~(x)(y)(Axy ⊃ ~Ayx)
* 3 ∴ (∃x)~(y)(Axy ⊃ ~Ayx) {de 2}
* 4 ∴ ~(y)(Aay ⊃ ~Aya) {de 3}
* 5 ∴ (∃y)~(Aay ⊃ ~Aya) {de 4}
* 6 ∴ ~(Aab ⊃ ~Aba) {de 5}
7 ∴ Aab {de 6}
8 ∴ Aba {de 6}
9 ∴ (y)(Aay ⊃ (Fa • ~Fy)) {de 1}
10 ∴ (y)(Aby ⊃ (Fb • ~Fy)) {de 1}
* 11 ∴ (Aab ⊃ (Fa • ~Fb)) {de 9}
* 12 ∴ (Fa • ~Fb) {de 7 e 11}
13 ∴ Fa {de 12}
14 ∴ ~Fb {de 12}
* 15 ∴ (Aba ⊃ (Fb • ~Fa)) {de 10}
16 ∴ (Fb • ~Fa) {de 8 e 15}
17 ∴ Fb {de 16}
18 ∴ (x)(y)(Axy ⊃ ~Ayx)
{de 2; 14 contradiz 17}

9.5b

1. Válido

1 (x)Ajx
[∴ (∃x)Axv
* 2 ass: ~(∃x)Axv
3 ∴ (x)~Axv {de 2}
4 ∴ Ajj {de 1}
5 ∴ Ajv {de 1}
6 ∴ ~Ajv {de 3}
7 (∃x)Axv {de 2; 5 contradiz 6}

3. Inválido

a, b
Vab, ~Vba

1 Vab
[∴ Vba
2 ass: ~Vba

Para torná-lo válido, precisamos da premissa "mais velho que", que é assimétrica: "(x)(y)(Vxy ⊃ ~Vyx)" – "Em todos os casos, se a primeira pessoa é mais velha que a segunda, então a segunda não é mais velha que a primeira".

5. Inválido

a, b
Dab, Dba
~Daa, ~Dbb

1 (x)(∃y)Dxy
[∴ (∃y)(x)Dxy
* 2 ass: ~(∃y)(x) Dxy
3 ∴ (y)~(x)Dxy {de 2}
* 4 ∴ (∃y)Day {de 1}
5 ∴ Dab {de 4}
6 ∴ ~(x)Dxb {de 3}
7 ∴ (∃x)~Dxb {de 6}

Loop infinito: acrescentamos mais fbfs para tornar a premissa verdadeira e a conclusão falsa. "~Dab, ~Dba, Daa, Dbb" também refuta o argumento.

10. Válido

* 1 (∃x)(y)Ayx
[∴ (∃x)Axx
* 2 ass: ~(∃x)Axx
3 ∴ (y)Aya {de 1}
4 ∴ (x)~Axx {de 2}
5 ∴ Aaa {de 3}
6 ∴ ~Aaa {de 4}
7 ∴ (∃x)Axx {de 2; 5 contradiz 6}

15. Válido

1 (x)((∃y)Axy ⊃ (y)Ayx)
2 Arj
[∴ Aiv
3 ass: ~Aiv
* 4 ∴ ((∃y)Ary ⊃ (y)Ayr) {de 1}
5 ass: ~(∃y)Ary {qvebra de 4}
6 ∴ (y)~Ary {de 5}
7 ∴ ~Arj {de 6}
8 ∴ (∃y)Ary {de 5; 2 contradiz 7}

9 ∴ (y)Avr {de 4 e 8}
10 ∴ Avr {de 9}
* 11 ∴ ((∃y)Avy ⊃ (y)Avy) {de 1}
12 ass: ~(∃y)Avy {qvebra de 11}
13 ∴ (y)~Avy {de 12}
14 ∴ ~Avr {de 13}
15 ∴ (∃y)Avy {de 12; 10 contradiz 14}
16 ∴ (y)Avy {de 11 e 15}
17 ∴ Aiv {de 16}
18 ∴ Aiv {de 3; 3 contradiz 17}

20. Válido

1 (x)(Bx ⊃ (y)((My • Pxy) ⊃ P'xy))
2 (x)(Ox ⊃ (y)(My ⊃ Pxy))
3 ((∃x)(y)(My ⊃ P'xy) ⊃ ~(∃x)Mx)
* 4 (∃x)Mx
[∴ (~Od v ~Bd)
* 5 ass: ~(~Od v ~Bd)
6 ∴ Od {de 5}
7 ∴ Bd {de 5}
* 8 ∴ (Bd ⊃ (y)((My • Pdy) ⊃ P'dy)) {de 1}
9 ∴ (y)((My • Pdy) ⊃ P'dy) {de 7 e 8}
* 10 ∴ (Od ⊃ (y)(My ⊃ Pdy)) {de 2}
11 ∴ (y)(My ⊃ Pdy) {de 7 e 8}
12 ∴ Ma {de 4}
* 13 ∴ ~(∃x)(y)(My ⊃ P'xy) {de 3 e 4}
14 ∴ (x)~(y)(My ⊃ P'xy) {de 13}
* 15 ∴ ~(y)(My ⊃ P'dy) {de 14}
* 16 ∴ (∃y)~(My ⊃ P'dy) {de 15}
* 17 ∴ ~(Mb ⊃ P'db) {de 16}
18 ∴ Mb {de 17}
19 ∴ ~P'db {de 17}
* 20 ∴ ((Mb • Pdb) ⊃ P'db) {de 9}
* 21 ∴ (Mb ⊃ Pdb) {de 11}
22 ∴ Pdb {de 18 e 21}
* 23 ∴ ~(Mb • Pdb) {de 19 e 20}
24 ∴ ~Mb {de 22 e 23}
25 ∴ (~Od v ~Bd) {de 5; 18 contra 24}

25. Válido

1 (x)(Cx ⊃ Ax)
[∴ (x)((∃y)(Cy • C'xy) ⊃ (∃y)(Ay • C'xy))
* 2 ass: ~(x)((∃y)(Cy • C'xy) ⊃ (∃y)(Ay • C'xy))
* 3 ∴ (∃x)~((∃y)(Cy • C'xy) ⊃ (∃y)(Ay • C'xy)) {de 2}
* 4 ∴ ~((∃y)(Cy • C'ay) ⊃ (∃y)(Ay • C'ay)) {de 3}
* 5 ∴ (∃y)(Cy • C'ay) {de 4}
* 6 ∴ ~(∃y)(Ay • C'ay) {de 4}
* 7 ∴ (Cb • C'ab) {de 5}
8 ∴ Cb {de 7}
9 ∴ C'ab {de 7}
10 ∴ (y)~(Ay • C'ay) {de 6}
* 11 ∴ ~(Ab • C'ab) {de 10}
12 ∴ ~Ab {de 9 e 11}
* 13 ∴ (Cb ⊃ Ab) {de 1}
14 ∴ Ab {de 8 e 13}
15 ∴ (x)((∃y)(Cy • C'xy) ⊃ (∃y)(Ay • C'xy)) {de 2; 12 contradiz 14}

10.1a

1. D
3. ~ M
5. (C ⊃ P)
10. Ambíguo: (C ⊃ □C) ou □(C ⊃ C)
15. (A ⊃ □B)
20. □(H v T)
25. (C ⊃ □M)
30. □ (D ⊃ □D)

10.2a

1. Válido

* 1 ◇(A • B)
[∴ ◇A
* 2 ass: ~◇A
* 3 W ∴ (A • B) {de 1}
4 ∴ □~A {de 2}
5 W ∴ A {de 3}
6 W ∴ B {de 3}
7 W ∴ ~A {de 4}
8 ∴ ◇A {de 2; 5 contradiz 7}

3. Válido

* 1 ~◇(A • ~B)
[∴ □ (A ⊃ B)
* 2 ass: ~□(A ⊃ B)
3 ∴ □~(A • ~B) {de 1}
* 4 ∴ ◇~(A ⊃ B) {de 2}

```
*  5   | W ∴ ~(A ⊃ B)  {de 4}
   6   | W ∴ A  {de 5}
   7   | W ∴ ~B  {de 5}
*  8   | W ∴ ~(A • ~B)  {de 3}
   9   └ W ∴ B  {de 6 e 8}
  10   ∴ □(A ⊃ B)  {de 2; 7 contradiz 9}
```

5. Válido

```
*  1      (◇A v ◇B)
        [ ∴ ◇ (A v B)
*  2   ┌ ass: ~◇(A v B)
   3   | ∴ □~(A v B)  {de 2}
   4   | ┌ ass: ◇A  {quebra de 1}
   5   | | W ∴ A  {de 4}
   6   | └ W ∴ ~(A v B)  {de 3}
   7   | W ∴ ~A  {de 6}
*  8   | ∴ ~◇A  {de 4; 5 contradiz 7}
   9   | ∴ □~A  {de 8}
* 10   | ∴ ◇B  {de 1 e 8}
  11   | WW ∴ B  {de 10}
* 12   | WW ∴ ~(A v B)  {de 3}
  13   | WW ∴ ~A  {de 12}
  14   └ WW ∴ ~B  {de 12}
  15   ∴ ◇(A v B)  {de 2; 11
       contradiz 14}
```

10. Válido

```
   1      □(A ⊃ B)
        [ ∴ (□A ⊃ □B)
*  2   ┌ ass: ~(□A ⊃ □B)
   3   | ∴ □A  {de 2}
*  4   | ∴ ~□B  {de 2}
*  5   | ∴ ◇~B  {de 4}
   6   | W ∴ ~B  {de 5}
*  7   | W ∴ (A ⊃ B)  {de 1}
   8   | W ∴ ~A  {de 6 e 7}
   9   └ W ∴ A  {de 3}
  10   ∴ (□A ⊃ □B)  {de 2; 8
       contradiz 9}
```

10.2b

1. Válido

```
   1      □(T ⊃ M)
*  2      ◇(T • ~I)
        [ ∴ ◇(M • ~I)
*  3   ┌ ass: ~◇(M • ~I)
*  4   | W ∴ (T • ~I)  {de 2}
   5   | ∴ □~(M • ~I)  {de 3}
   6   | W ∴ T  {de 4}
   7   | W ∴ ~I  {de 4}
*  8   | W ∴ (T ⊃ M)  {de 1}
   9   | W ∴ M  {de 6 e 8}
* 10   | W ∴ ~(M • ~I)  {de 5}
  11   └ W ∴ ~M  {de 7 e 10}
  12   ∴ ◇(M • ~I)  {de 3; 9
       contradiz 11}
```

3. Válido

```
*  1      (C ⊃ □(V ⊃ M))
*  2      ~□M
   3      □(~V ⊃ ~~V)
        [ ∴ ~C
   4   ┌ ass: C
   5   | ∴ □(V ⊃ M)  {de 1 e 4}
*  6   | ∴ ◇~M  {de 2}
   7   | W ∴ ~M  {de 6}
*  8   | W ∴ (~V ⊃ ~~V)  {de 3}
*  9   | W ∴ (V ⊃ M)  {de 5}
  10   | W ∴ ~V  {de 7 e 9}
  11   └ W ∴ ~~V  {de 8 e 10}
  12   ∴ ~C  {de 4; 10 contradiz 11}
```

5. Válido

```
*  1      ◇(D • T)
   2      □ (T ⊃ M)
        [ ∴ ◇(D• M)
*  3   ┌ ass: ~◇(D • M)
*  4   | W ∴ (D • T)  {de 1}
   5   | ∴ □~(D • M)  {de 3}
   6   | W ∴ D  {de 4}
   7   | W ∴ T  {de 4}
*  8   | W ∴ (T ⊃ M)  {de 2}
   9   | W ∴ M  {de 7 e 8}
* 10   | W ∴ ~(D • M)  {de 5}
  11   └ W ∴ ~M  {de 6 e 10}
  12   ∴ ◇(D • M) {de 3; 9 contradiz 11}
```

10. Válido

```
   1      □ ((V • A) ⊃ ~N)
*  2      ◇(V • A)
        [ ∴ ~□(V ⊃ N)
   3   ┌ ass: □(V ⊃ N)
*  4   | W ∴ (V • A)  {de 2}
   5   | W ∴ V  {de 4}
   6   | W ∴ A  {de 4}
*  7   | W ∴ ((V • A) ⊃ ~N)  {de 1}
   8   | W ∴ ~N  {de 4 e 7}
*  9   | W ∴ (V ⊃ N)  {de 3}
  10   └ W ∴ N  {de 5 e 9}
  11   ∴ ~□(V ⊃ N)  {de 3; 8
       contradiz 10}
```

15. Válido

```
    1      □(~V ⊃ V)
         [ ∴ □V
*   2    ┌ ass: ~□V
*   3    │ ∴ ◇~V   {de 2}
    4    │ W ∴ ~V   {de 3}
*   5    │ W ∴ (~V ⊃ V)   {de 1}
    6    └ W ∴ V   {de 4 e 5}
    7    ∴ □V   {de 2; 4 contradiz 6}
```

10.3a

1. Inválido

W	A
WW	~A

```
*   1      ◇A
         [ ∴ □A
*   2      ass: ~□A
    3      W ∴ A   {de 1}
*   4      ∴ ◇~A   {de 2}
    5      WW ∴ ~A   {de 4}
```

3. Inválido

W	A, ~B
WW	B, ~A

```
*   1      ◇A
*   2      ◇B
         [ ∴ ◇(A • B)
*   3      ass: ~◇(A • B)
    4      W ∴ A   {de 1}
    5      WW ∴ B   {de 2}
    6      ∴ □~(A • B)   {de 3}
*   7      W ∴ ~(A • B)   {de 6}
    8      W ∴ ~B   {de 4 e 7}
*   9      WW ∴ ~(A • B)   {de 6}
   10      WW ∴ ~A   {de 5 e 9}
```

5. Inválido

W	A, ~B
WW	~A

```
    1      (□A ⊃ □B)
         [ ∴ □ (A ⊃ B)
*   2      ass: ~□ (A ⊃ B)
*   3      ∴ ◇~(A ⊃ B)   {de 2}
*   4      W ∴ ~(A ⊃ B)   {de 3}
    5      W ∴ A   {de 4}
    6      W ∴ ~B   {de 4}
**  7      ass: ~□A   {quebra de 1}
**  8      ∴ ◇~A   {de 7}
    9      WW ∴ ~A   {de 8}
```

10. Inválido

W	A, B
WW	~A, ~B

```
*   1      ~□A
    2      □ (B ≡ A)
         [ ∴ ~◇B
*   3      ass: ◇B
*   4      ∴ ◇~A   {de 1}
    5      W ∴ B   {de 3}
    6      WW ∴ ~A   {de 4}
*   7      W ∴ (B ≡ A)   {de 2}
*   8      W ∴ (B ⊃ A)   {de 7}
    9      W ∴ (A ⊃ B)   {de 7}
   10      W ∴ A   {de 5 e 8}
*  11      WW ∴ (B ≡ A)   {de 2}
*  12      WW ∴ (B ⊃ A)   {de 11}
   13      WW ∴ (A ⊃ B)   {de 11}
   14      WW ∴ ~B   {de 6 e 12}
```

10.3b

1. Válido

```
*   1      (P ⊃ □ (V ⊃ A))
*   2      ◇ (V • ~A)
         [ ∴ ~P
    3    ┌ ass: P
    4    │ ∴ □(V ⊃ A)   {de 1 e 3}
*   5    │ W ∴ (V • ~A)   {de 2}
    6    │ W ∴ V   {de 5}
    7    │ W ∴ ~A   {de 5}
*   8    │ W ∴ (V ⊃ A)   {de 4}
    9    └ W ∴ A   {de 6 e 8}
   10    ∴ ~P   {de 3; 7 contradiz 9}
```

3. Inválido

	S
W	~S

```
    1      □(S ⊃ S)
         [ ∴ (S ⊃ □S)
*   2      ass: ~(S ⊃ □S)
    3      ∴ S   {de 2}
*   4      ∴ ~□S   {de 2}
*   5      ∴ ◇~S   {de 4}
    6      W ∴ ~S   {de 5}
    7      ∴ (S ⊃ S)   {de 1}
    8      W ∴ (S ⊃ S)   {de 1}
```

5. Inválido

~R, ~L

```
    1      □ (R ⊃ L)
    2      □ (U ⊃ ~R)
         [ ∴ ~□ (L ⊃ U)
    3      ass: □ (L ⊃ U)
    4      ∴ (R ⊃ L)   {de 1}
    5      ∴ (U ⊃ ~R)   {de 2}
```

6 ∴ (L ⊃ U) {de 3}
7 ass: ~R {quebra de 4}
8 ass: ~L {quebra de 6}

10. Inválido

	L, F
W	~F
WW	F

1 □ (F v ~F)
* 2 (□F ⊃ ~L)
* 3 (□~F ⊃ ~L)
[∴ ~L
4 ass: L
* 5 ∴ ~□F {de 2 e 4}
* 6 ∴ ~□~F {de 2 e 4}
* 7 ∴ ◇~F {de 3}
* 8 ∴ ◇F {de 4}
9 W ∴ ~F {de 5}
10 WW ∴ F {de 6}
11 W ∴ (F v ~F) {de 1}
12 WW ∴ (F v ~F) {de 1}
13 ∴ (F v ~F) {de 1}
14 ass: F {quebra de 13}

15. Válido

* 1 (S ⊃ □(S' ⊃ B))
* 2 ◇(S' • ~B)
[∴ ~S
3 ┌ ass: S
4 │ ∴ □(S' ⊃ B) {de 1 e 3}
* 5 │ W ∴ (S' • ~B) {de 2}
6 │ W ∴ S' {de 5}
7 │ W ∴ ~B {de 5}
* 8 │ W ∴ (S' ∴ B) {de 4}
9 └ W ∴ B {de 6 e 8}
10 ∴ ~S {de 3; 7 contradiz 9}

20. Válido

* 1 (S ⊃ □(A ⊃ B))
* 2 ◇(~B • A)
[∴ ~S
3 ┌ ass: S
4 │ ∴ □(A ⊃ B) {de 1 e 3}
* 5 │ W ∴ (~B • A) {de 2}
6 │ W ∴ ~B {de 5}
7 │ W ∴ A {de 5}
* 8 │ W ∴ (A ⊃ B) {de 4}
9 └ W ∴ ~A {de 6 e 8}
10 ∴ ~S {de 3; 7 contradiz 9}

25. Válido

* 1 ◇(Q • D)
2 □(Q ⊃ L)
[∴ ◇(L • D)
* 3 ┌ ass: ~◇(L • D)
* 4 │ W ∴ (Q • D) {de 1}
5 │ ∴ □~(L • D) {de 3}
6 │ W ∴ Q {de 4}
7 │ W ∴ D {de 4}
* 8 │ W ∴ (Q ⊃ L) {de 2}
9 │ W ∴ L {de 6 e 8}
* 10 │ W ∴ ~(L • D) {de 5}
11 └ W ∴ ~L {de 7 e 10}
12 ∴ ◇(L • D) {de 3; 9 contradiz 11}

11.1a

1. Válido em B ou S5.

* 1 ◇□A
[∴ A
2 ┌ ass: ~A
3 │ W ∴ □A {de 1} # ⇒ W
4 └ ∴ A {de 3} requer B ou S5
5 ∴ A {de 2; 2 contradiz 4}

3. Válido em S4 ou S5.

* 1 ◇◇A
[∴ ◇A
* 2 ┌ ass: ~◇A
* 3 │ W ∴ ◇A {de 1} # ⇒ W
4 │ ∴ □~A {de 2}
5 │ WW ∴ A {de 3} W ⇒ WW
6 └ WW ∴ ~A {de 4}
requer S4 ou S5
7 ∴ ◇A {de 2; 5 contradiz 6}

5. Válido em S5.

* 1 (□A ⊃ □B)
[∴ □(□A ⊃ □B)
* 2 ┌ ass: ~□(□A ⊃ □B)
* 3 │ ∴ ◇~(□A ⊃ □B) {de 2}
* 4 │ W ∴ ~(□A ⊃ □B)
│ {de 3} # ⇒ W
5 │ W ∴ □A {de 4}
* 6 │ W ∴ ~□B {de 4}
* 7 │ W ∴ ◇~B {de 6}
8 │ WW ∴ ~B {de 7} W ⇒ WW

9 ass: ~□A {quebra de 1}
10 ∴ ◇~A {de 9}
11 WWW ∴ ~A {de 10}
⇒ WWW
12 WWW ∴ A {de 5} requer S5
13 ∴ □A {de 9; 11 contradiz 12}
14 ∴□B {de 1 e 13}
15 WW ∴ B {de 14}
requer S4 ou S5
16 ∴ □(□A ⊃ □B)
{de 2; 8 contra 15}

10. Válido em B ou S5.

* 1 ◇A
[∴ ◇□◇A
* 2 ass: ~◇□◇A
3 W ∴ A {de 1} # ⇒ W
4 ∴ □~□◇A {de 2}
* 5 W ∴ ~□◇A {de 4}
qualquer sistema
* 6 W ∴ ◇~◇A {de 5}
* 7 □ WW ∴ ~◇A {de 6}
W ⇒ WW
8 WW ∴ □~A {de 7}
9 W ∴ ~A {de 8} requer
B ou S5
10 ∴ ◇□◇A {de 2; 3 contradiz 9}

15. Válido em S4 ou S5.

1 □A
[∴ □□□A
* 2 ass: ~□□□A
* 3 ∴ ◇~□□A {de 2}
* 4 W ∴ ~□□A {de 3} # ⇒ W
* 5 W ∴ ◇~□A {de 4}
* 6 WW ∴ ~□A {de 5} W ⇒ WW
* 7 WW ∴ ◇~A {de 6}
8 WWW ∴ ~A {de 7}
WW ⇒ WWW
9 WWW ∴ A {de 1} requer
S4 ou S5
10 ∴ □□□A {de 2; 8 contradiz 9}

11.1b

1. Válido em S5.

1 □(N ⊃ □N)
* 2 ◇N
[∴ □N
* 3 ass: ~□N
4 W ∴ N {de 2} # ⇒ W
* 5 ∴ ◇~N {de 3}
6 WW ∴ ~N {de 5} # ⇒ WW
* 7 W ∴ (N ⊃ □N) {de 1}
qualquer sistema
8 W ∴ □N {de 4 e 7}
9 WW ∴ N {de 8} requer S5
10 ∴ □N {de 3; 6 contradiz 9}

3. Este lado é válido em S5.

1 □(N ⊃ □N)
[∴ ~(◇N • ◇~N)
* 2 ass: (◇N • ◇~N)
* 3 ∴ ◇N {de 2}
* 4 ∴ ◇~N {de 2}
5 W ∴ N {de 3} # ⇒ W
6 WW ∴ ~N {de 4} # ⇒ WW
* 7 W ∴ (N ⊃ □N) {de 1}
qualquer sistema
8 W ∴ □N {de 5 e 7}
9 WW ∴ N {de 8} requer S5
10 ∴ ~(◇N • ◇~N)
{de 2; 6 contradiz 9}

O outro lado é válido em S4 ou S5.

* 1 ~(◇N • ◇~N)
[∴ □(N ⊃ □N)
* 2 ass: ~□(N ⊃ □N)
* 3 ∴ ◇~(N ⊃ □N) {de 2}
* 4 W ∴ ~(N ⊃ □N)
{de 3} # ⇒ W
5 W ∴ N {de 4}
* 6 W ∴ ~□N {de 4}
* 7 W ∴ ◇~N {de 6}
8 WW ∴ ~N {de 7} W ⇒ WW
9 ass: ~◇N {quebra de 1}
10 ∴ □~N {de 9}
11 W ∴ ~N {de 10}
qualquer sistema
12 ∴ ◇N {de 9; 5 contradiz 11}
* 13 ∴ ~◇~N {de 1 e 12}
14 ∴ □N {de 13}
15 WW ∴ N {de 14}
requer S4 ou S5
16 ∴ □(N ⊃ □N)
{de 2; 8 contradiz 15}

5. Válido em S4 ou S5.

1 □D
* 2 ◇~L
* 3 (N ⊃ □(□D ⊃ L))
[∴ ~N
4 ass: N
5 W ∴ ~L {de 2} # ⇒ W
6 ∴ □(□D ⊃ L) {de 3 e 4}
* 7 W ∴ (□D ⊃ L) {de 6}
qualquer sistema
* 8 W ∴ ~□D {de 5 e 7}
* 9 W ∴ ◇~D {de 8}
10 WW ∴ ~D {de 9} W ⇒ WW
11 WW ∴ D {de 1}
requer S4 ou S5
12 ∴ ~N {de 4; 10 contradiz 11}

11.2a

1. (x)◇Ix
3. □Nj
5. (Ns • ◇~Ns)
10. (x)(Nx ⊃ □Ax)
15. ◇(x)(Cx ⊃ Vx)
20. (∃x)□Ix

11.3a

1. Válido

* 1 (∃x)□Fx
[∴ □(∃x)Fx
* 2 ass: ~□(∃x)Fx
3 ∴ □Fa {de 1}
* 4 ∴ ◇~(∃x)Fx {de 2}
* 5 W ∴ ~(∃x)Fx {de 4}
6 W ∴ (x)~Fx {de 5}
7 W ∴ Fa {de 3}
8 W ∴ ~Fa {de 6}
9 ∴(∃x)Fx {de 2; 7 contradiz 8}

3. Válido

[∴ □(∃x)x=a
* 1 ass: ~□(∃x)x=a
* 2 ∴ ◇~(∃x)x=a {de 1}
* 3 W ∴ ~(∃x)x=a {de 2}
4 W ∴ (x)~x=a {de 3}
5 W ∴ ~a=a {de 4}
6 W ∴ a=a {to contradict 5}
7 ∴ □(∃x)x=a {de 1; 5 contradiz 6}

5. Válido

* 1 ◇(x)Fx
[∴ (x)◇Fx
* 2 ass: ~(x)◇Fx
3 W ∴ (x)Fx {de 1}
* 4 ∴ (∃x)~◇Fx {de 2}
* 5 ∴ ~◇Fa {de 4}
6 ∴ □~Fa {de 5}
7 W ∴ Fa {de 3}
8 W ∴ ~Fa {de 6}
9 ∴ (x)◇Fx {de 2; 7 contradiz 8}

10. Válido

* 1 (∃x)◇Fx
[∴ ◇(∃x)Fx
* 2 ass: ~◇(∃x)Fx
* 3 ∴ ◇Fa {de 1}
4 ∴ □~(∃x)Fx {de 2}
5 W ∴ Fa {de 3}
* 6 W ∴ ~(∃x)Fx {de 4}
7 W ∴ (x)~Fx {de 6}
8 W ∴ ~Fa {de 7}
9 ∴ ◇(∃x)Fx {de 2; 5 contradiz 8}

11.3b

1. Inválido

	a, e
	Be
W	~Be, ~Ba a=e

1 Be
[∴ □(x)(~Bx ⊃ ~x=e)
* 2 ass: ~□(x)(~Bx ⊃ ~x=e)
* 3 ∴ ◇~(x)(~Bx ⊃ ~x=e) {de 2}
* 4 W ∴ ~(x)(~Bx ⊃ ~x=e) {de 3}
* 5 W ∴ (∃x)~(~Bx ⊃ ~x=e) {de 4}
* 6 W ∴ ~(~Ba ⊃ ~a=e) {de 5}
7 W ∴ ~Ba {de 6}
8 W ∴ a=e {de 6}
9 W ∴ ~(~Be ⊃ ~e=e) {de 6 e 8}
10 W ∴ ~Be {de 7 e 8}

3. Válido

1 ~a=p
* 2 (((∃x)□x=p • ~(x)□x=p) ⊃ S)
[∴ S

3 ass: ~S
* 4 ∴ ~((∃x)□x=p • ~(x)□x=p) □ {de 2 e 3}
5 ass: ~(∃x)□x=p {quebra de 4}
6 □ ∴ (x)~□x=p {de 5}
7 □ ∴ ~□p=p {de 6}
8 ∴ ◇~p=p {de 7}
9 W ∴ ~p=p {de 8}
10 W ∴ p=p {to contradict 9}
* 11 ∴ (∃x)□x=p {de 5; 9 contradiz 10}
12 ∴ (x)□x=p {de 4 e 11}
13 ∴ □a=p {de 12}
14 ∴ a=p {de 13}
15 ∴ S {de 3; 1 contradiz 14}

5. Inválido

	a, b
	Ia, ~Ib
W	Ib, ~Ia

1 □(∃x)Ix
[∴ (∃x)□Ix
* 2 ass: ~(∃x)□Ix
3 ∴ (x)~□Ix {de 3}
* 4 ∴ (∃x)Ix {de 1}
5 ∴ Ia {de 4}
* 6 ∴ ~□Ia {de 3}
* 7 ∴ ◇~Ia {de 6}
8 W ∴ ~Ia {de 7}
* 9 W ∴ (∃x)Ix {de 1}
10 W ∴ Ib {de 1}

Loop infinito: acrescente "~Ib" ao mundo real para tornar a conclusão falsa.

10. Válido

* 1 ◇(Ds • ~Cs)
2 □(x)(Dx ⊃ D'x)
[∴ ~□(x)(D'x ⊃ Cx)
3 ass: □(x)(D'x ⊃ Cx)
* 4 W ∴ (Ds • ~Cs) {de 1}
5 W ∴ Ds {de 4}
6 W ∴ ~Cs {de 4}
7 W ∴ (x)(Dx ⊃ D'x) {de 2}
8 W ∴ (x)(D'x ⊃ Cx) {de 3}
* 9 W ∴ (Ds ⊃ D's) {de 7}
10 W ∴ D's {de 5 e 9}
* 11 W ∴ (D's ⊃ Cs) {de 8}
12 W ∴ ~D's {de 6 e 11}
13 ∴ ~□(x)(D'x ⊃ Cx) {de 3; 10 contradiz 12}

15. Válido (mas a linha 11 requer S5 ou B).

* 1 ◇(∃x)Ix
2 □(x)(Ix ⊃ □Ox)
[∴ (∃x)Ox
* 3 ass: ~(∃x)Ox
* 4 W ∴ (∃x)Ix {de 1}
5 ∴ (x)~Ox {de 3}
6 W ∴ Ia {de 4}
7 W ∴ (x)(Ix ⊃ □Ox) {de 2}
8 ∴ ~Oa {de 5}
* 9 W ∴ (Ia ⊃ □Oa) {de 7}
10 W ∴ □Oa {de 6 e 9}
11 ∴ Oa {de 10}
12 ∴ (∃x)Ox {de 3; 8 contradiz 11}

12.1a

1. ($\underline{V}$ v $\underline{C}$)
3. ($\underline{A}$ ⊃ Q) *ou, equivalentemente,* (~Q ⊃ ~$\underline{A}$)
5. ~($\underline{A}$ • $\underline{B}$)
10. ((x)Ax ⊃ A$\underline{u}$)
15. (B ⊃ ~$\underline{A}$)
20. (∃x)(D$\underline{x}$ • Bx)

12.2a

1. Válido

1 ~$\underline{A}$
[∴ ~($\underline{A}$ • $\underline{B}$)
2 ass: ($\underline{A}$ • $\underline{B}$)
3 ∴ $\underline{A}$ {de 2}
4 ∴ ~($\underline{A}$ • $\underline{B}$) {de 2; 1 contradiz 3}

3. Inválido

~B, $\underline{A}$, ~A

1 (A ⊃ $\underline{B}$)
[∴ (~B ⊃ ~$\underline{A}$)
* 2 ass: ~(~B ⊃ ~$\underline{A}$)
3 ∴ ~B {de 2}
4 ∴ $\underline{A}$ {de 2}
5 ass: ~A {quebra de 1}

5. Válido

* 1 ~◇($\underline{A}$ • $\underline{B}$)
* 2 ~($\underline{C}$ • ~$\underline{A}$)
[∴ ~($\underline{C}$ • $\underline{B}$)

```
*  3  ┌ ass: (C • B)
   4  │ ∴ □~(A • B)  {de 1}
   5  │ ∴ C  {de 3}
   6  │ ∴ B  {de 3}
   7  │ ∴ A  {de 2 e 5}
*  8  │ ∴ ~(A • B)  {de 4}
   9  └ ∴ ~A  {de 6 e 8}
  10  ∴ ~(C • B)  {de 3; 7
      contradiz 9}
```

10. Válido

```
* 1   ~(A • ~B)
    [ ∴ (~A v B)
* 2  ┌ ass: ~(~A v B)
  3  │ ∴ A  {de 2}
  4  │ ∴ ~B  {de 2}
  5  └ ∴ B  {de 1 e 3}
  6  ∴ (~A v B)  {de 2; 4
     contradiz 5}
```

12.2b

1. Válido

```
* 1   (F v B)
  2   V
* 3   (V ⊃ ~F)
    [ ∴ B
  4  ┌ ass: ~B
  5  │ ∴ F  {de 1 e 4}
  6  └ ∴ ~F  {de 2 e 3}
  7  ∴ B  {de 4; 5 contradiz 6}
```

3. Válido

```
* 1   (G ⊃ ~C)
  2   G
    [ ∴ ~C
  3  ┌ ass: C
  4  └ ∴ ~C  {de 1 e 2}
  5   ∴ ~C  {de 3; 3 contradiz 4}
```

5. Válido

```
* 1  (A ⊃ C)
  2  A
   [ ∴ C
  3  ┌ ass: ~C
  4  └ ∴ C  {de 1 e 2}
  5   ∴ C  {de 3; 3 contradiz 4}
```

10. Válido

```
  1   w=m
    [ ∴ (Mvw v ~Mvm)
* 2  ┌ ass: ~(Mvw v ~Mvm)
  3  │ ∴ ~Mvw  {de 2}
  4  │ ∴ ~Mvm  {de 1 e 3}
  5  └ ∴ Mvm  {de 2}
  6  ∴ (Mvw v ~Mvm)
     {de 2; 4 contra 5}
```

15. Inválido   [T, ~E, ~T]

```
  1   (T ⊃ E)
  2   T
    [ ∴ E
  3   ass: ~E
  4   ass: ~T  {quebra de 1}
```

20. Inválido   a [~Ea, Ha, ~Ha]

```
  1   (x)(Hx ⊃ Ex)
    [ ∴ (x)(~Ex ⊃ ~Hx)
* 2   ass: ~(x)(~Ex ⊃ ~Hx)
* 3   ∴ (∃x)~(~Ex ⊃ ~Hx)  {de 2}
* 4   ∴ ~(~Ea ⊃ ~Ha)  {de 3}
  5   ∴ ~Ea  {de 4}
  6   ∴ Ha  {de 4}
  7   ∴ (Ha ⊃ Ea)  {de 1}
  8   ass: ~Ha  {quebra de 7}
```

12.3a

1. (A ⊃ O~B)
3. (O~A ⊃ ~A)
5. □(A ⊃ RA)
10. O~(A' • ~A)
15. (~◇(x)Ax ⊃ O~Av)
20. R(x)(~Ax ⊃ Px)

12.4a

1. Válido

```
  1   O~A
    [ ∴ O~(A • B)
* 2  ┌ ass: ~O~(A • B)
* 3  │ ∴ R(A • B)  {de 2}
* 4  │ D ∴ (A • B)  {de 3}
  5  │ D ∴ A  {de 4}
  6  │ D ∴ B  {de 4}
  7  └ D ∴ ~A  {de 1}
  8  ∴ O~(A • B)  {de 2; 5
     contradiz 7}
```

3. Válido

```
  1   b=c
    [ ∴ (OFab ⊃ OFac)
```

* 2 ass: ~(OF$\underline{a}$b ⊃ OF$\underline{a}$c)
3 ∴ OF$\underline{a}$b {de 2}
4 ∴ ~OF$\underline{a}$c {de 2}
5 ∴ OF$\underline{a}$c {de 1 e 3}
6 ∴ (OF$\underline{a}$b ⊃ OF$\underline{a}$c) {de 2; 4 contra 5}

5. Inválido

[∴ O($\underline{A}$ ⊃ O$\underline{A}$)
* 1 ass: ~O($\underline{A}$ ⊃ O$\underline{A}$)
* 2 ∴ R~($\underline{A}$ ⊃ O$\underline{A}$) {de 1}
* 3 D ∴ ~($\underline{A}$ ⊃ O$\underline{A}$) {de 2}
4 D ∴ $\underline{A}$ {de 3}
* 5 D ∴ ~O$\underline{A}$ {de 3}
* 6 D ∴ R~$\underline{A}$ {de 5}
7 DD ∴ ~$\underline{A}$ {de 6}

10. Válido

* 1 (A ⊃ O$\underline{B}$)
[∴ O(A ⊃ $\underline{B}$)
* 2 ass: ~O(A ⊃ $\underline{B}$)
* 3 ∴ R~(A ⊃ $\underline{B}$) {de 2}
* 4 D ∴ ~(A ⊃ $\underline{B}$) {de 3}
5 D ∴ A {de 4}
6 D ∴ ~$\underline{B}$ {de 4}
7 ∴ A {de 5 by indicative transfer}
8 ∴ O$\underline{B}$ {de 1 e 7}
9 D ∴ $\underline{B}$ {de 8}
10 ∴ O(A ⊃ $\underline{B}$) {de 2; 6 contradiz 9}

15. Válido

1 O$\underline{A}$
2 O$\underline{B}$
[∴ ◇(A • B)
3 ass: ~◇(A • B)
4 ass: O($\underline{A}$ • $\underline{B}$) {suponha para obter oposto usando 3 e Lei de Kant}
5 ◇(A • B) {de 4 usando Lei de Kant}
* 6 ∴ ~O($\underline{A}$ • $\underline{B}$) {de 4; 3 contradiz 5}
* 7 ∴ R~($\underline{A}$ • $\underline{B}$) {de 6}
* 8 D ∴ ~($\underline{A}$ • $\underline{B}$) {de 7}
9 D ∴ $\underline{A}$ {de 1}
10 D ∴ $\underline{B}$ {de 2}
11 D ∴ ~$\underline{B}$ {de 8 e 9}
12 ∴ ◇(A • B) {de 3; 10 contradiz 11}

20. Inválido

1 O(x)(Fx ⊃ G$\underline{x}$)
2 OF$\underline{a}$
[∴ OG$\underline{a}$
* 3 ass: ~OG$\underline{a}$
* 4 □ R~G$\underline{a}$ {de 3}
5 D ∴ ~G$\underline{a}$ {de 4}
6 D ∴ (x)(Fx ⊃ G$\underline{x}$) {de 1}
7 D ∴ F$\underline{a}$ {de 2}
* 8 D ∴ (Fa ⊃ G$\underline{a}$) {de 6}
9 D ∴ ~Fa {de 5 e 8}
10 ∴ ~Fa {de 9 by indicative transfer}

25. Válido

* 1 (A v O$\underline{B}$)
2 ~A
[∴ O$\underline{B}$
* 3 ass: ~OB
4 ∴ O$\underline{B}$ {de 1 e 2}
5 ∴ O$\underline{B}$ {de 3; 3 contradiz 4}

12.4b

1. Válido

* 1 ~R($\underline{B}$ • $\underline{D}$)
2 O$\underline{D}$
[∴ ~$\underline{B}$
3 ass: $\underline{B}$
4 ∴ O~($\underline{B}$ • $\underline{D}$) {de 1}
5 ∴ $\underline{D}$ {de 2}
* 6 ∴ ~($\underline{B}$ • $\underline{D}$) {de 4}
7 ∴ ~$\underline{D}$ {de 3 e 6}
8 ∴ ~$\underline{B}$ {de 3; 5 contradiz 7}

3. Válido

1 A
2 O~$\underline{A}$
* 3 ((A • ◇~A) ⊃ L)
[∴ L
4 ass: ~L
* 5 ∴ ~(A • ◇~A) {de 3 e 4}
* 6 ∴ ~◇~A {de 1 e 5}
7 ∴ ◇~A {de 2 pela Lei de Kant}
8 ∴ L {de 4; 6 contradiz 7}

5. Inválido

[∴ (O$\underline{A}$ ⊃ A)

* 1 ass: ~(O$\underline{A}$ ⊃ A)
2 ∴ O$\underline{A}$ {de 1}
3 ∴ ~$\underline{A}$ {de 1}
4 ∴ $\underline{A}$ {de 2}

10. Inválido

* 1 R(∃x)A$\underline{x}$
[∴ (x)RA$\underline{x}$
* 2 ass: ~(x)RA$\underline{x}$
* 3 D ∴ (∃x)A$\underline{x}$ {de 1}
* 4 ∴ (∃x)~RA$\underline{x}$ {de 2}
5 D ∴ A$\underline{a}$ {de 3}
* 6 ∴ ~RA$\underline{b}$ {de 4}
7 ∴ O~A$\underline{b}$ {de 6}
8 D ∴ ~A$\underline{b}$ {de 7}

15. Válido

* 1 (O~$\underline{K}$ ⊃ O~$\underline{P}$)
* 2 (R$\underline{N}$ ⊃ R$\underline{P}$)
[∴ (O~$\underline{K}$ ⊃ O~$\underline{N}$)
* 3 ass: ~(O~$\underline{K}$ ⊃ O~$\underline{N}$)
4 ∴ O~$\underline{K}$ {de 3}
* 5 ∴ ~O~$\underline{N}$ {de 3}
* 6 ∴ R$\underline{N}$ {de 5}
7 ∴ O~$\underline{P}$ {de 1 e 4}
* 8 ∴ R$\underline{P}$ {de 2 e 6}
9 DD ∴ $\underline{P}$ {de 8}
10 DD ∴ ~$\underline{P}$ {de 7}
11 ∴ (O~$\underline{K}$ ⊃ O~$\underline{N}$) {de 3; 9 contra 10}

20. Válido

1 N
2 □($\underline{T}$ ⊃ F)
3 □($\underline{F}$ ⊃ (N ⊃ $\underline{E}$))
[∴ O($\underline{E}$ v ~$\underline{T}$)
* 4 ass: ~O($\underline{E}$ v ~$\underline{T}$)
* 5 ∴ R~($\underline{E}$ v ~$\underline{T}$) {de 4}
* 6 D ∴ ~($\underline{E}$ v ~$\underline{T}$) {de 5}
7 D ∴ ~$\underline{E}$ {de 6}
8 D ∴ $\underline{T}$ {de 6}
* 9 D ∴ ($\underline{T}$ ⊃ $\underline{F}$) {de 2}
10 D ∴ $\underline{F}$ {de 8 e 9}
* 11 D ∴ ($\underline{F}$ ⊃ (N ⊃ $\underline{E}$)) {de 3}
* 12 D ∴ (N ⊃ $\underline{E}$) {de 10 e 11}
13 D ∴ ~N {de 7 e 12}
14 □ ∴ ~N {de 13 by indicative transfer}
15 ∴ O($\underline{E}$ v ~$\underline{T}$) {de 4; 1 contradiz 14}

25. Válido

* 1 (R$\underline{P}$ ⊃ O$\underline{P'}$)
* 2 ~◇P'
[∴ O~$\underline{P}$
* 3 ass: ~O~$\underline{P}$
4 ∴ □~P' {de 2}
* 5 ∴ R$\underline{P}$ {de 3}
6 ∴ O$\underline{P'}$ {de 1 e 5}
* 7 ∴ ◇P' {de 6 pela Lei de Kant}
8 W ∴ P' {de 7}
9 W ∴ ~P' {de 4}
10 ∴ O~$\underline{P}$ {de 3; 8 contradiz 9}

13.1a

1. v:~D
3. ~v:D
5. □(v:D ⊃ ~v:~D)
10. ~($\underline{v}$:A • $\underline{v}$:~A)

13.2a

1. Válido

* 1 ~◇(A • B)
[∴ ~($\underline{v}$:A • $\underline{v}$:B)
* 2 ass: ($\underline{v}$:A • $\underline{v}$:B)
3 ∴ □~(A • B) {de 1}
4 ∴ $\underline{v}$:A {de 2}
5 ∴ $\underline{v}$:B {de 2}
6 v ∴ A {de 4}
* 7 v ∴ ~(A • B) {de 3}
8 v ∴ ~B {de 6 e 7}
9 v ∴ B {de 5}
10 ∴ ~($\underline{v}$:A • $\underline{v}$:B) {de 2; 8 contradiz 9}

3. Inválido

* 1 ~◇(A • B)
[∴ (v:A ⊃ ~$\underline{v}$:B)
* 2 ass: ~(v:A ⊃ ~$\underline{v}$:B)
3 ∴ □~(A • B) {de 1}
4 ∴ v:A {de 2}
5 ∴ $\underline{v}$:B {de 2}
6 v ∴ B {de 5}
* 7 v ∴ ~(A • B) {de 3}
8 v ∴ ~A {de 6 e 7}

5. Inválido

* 1 ~◇(A • B)
[∴ ($\underline{v}$:~A v v:~B)

* 2 ass: ~($\underline{v}$:~A v $\underline{v}$:~B)
3 ∴ □~(A • B) {de 1}
* 4 ∴ ~$\underline{v}$:~A {de 2}
* 5 ∴ ~$\underline{v}$:~B {de 2}
6 v ∴ A {de 4}
7 vv ∴ B {de 5}
* 8 v ∴ ~(A • B) {de 3}
9 v ∴ ~B {de 6 e 8}
* 10 vv ∴ ~(A • B) {de 3}
11 vv ∴ ~A {de 7 e 10}

10. Válido

* 1 ~◇(A • B)
[∴ ~($\underline{v}$:A • ~$\underline{v}$:~B)
* 2 ass: ($\underline{v}$:A • ~$\underline{v}$:~B)
3 ∴ □~(A • B) {de 1}
4 ∴ $\underline{v}$:A {de 2}
* 5 ∴ ~$\underline{v}$:~B {de 2}
6 v ∴ B {de 5}
* 7 v ∴ ~(A • B) {de 3}
8 v ∴ ~A {de 6 e 7}
9 v ∴ A {de 4}
10 ∴ ~($\underline{v}$:A • ~$\underline{v}$:~B)
{de 2; 8 contra 9}

13.2b

1. Válido

□(A ⊃ B)
~$\underline{v}$:B
[∴ ~$\underline{v}$:A
3 ass: $\underline{v}$:A
4 v ∴ ~B {de 2}
* 5 v ∴ (A ⊃ B) {de 1}
6 v ∴ ~A {de 4 e 5}
7 v ∴ A {de 3}
8 ∴ ~$\underline{v}$:A {de 3; 6 contradiz 7}

3. Inválido

1 v:A
[∴ ~$\underline{v}$:~A
2 ass: $\underline{v}$:~A
3 v ∴ ~A {de 2}

5. Inválido

[∴ ($\underline{v}$:A v $\underline{v}$:~A)
* 1 ass: ~($\underline{v}$:A v $\underline{v}$:~A)
* 2 ∴ ~$\underline{v}$:A {de 1}
* 3 ∴ ~$\underline{v}$:~A {de 1}
4 v ∴ ~A {de 2}
5 vv ∴ A {de 3}

10. Inválido

[∴ (A ⊃ $\underline{v}$:A)
* 1 ass: ~(A ⊃ $\underline{v}$:A)
2 ∴ A {de 1}
* 3 ∴ ~$\underline{v}$:A {de 1}
4 v ∴ ~A {de 3}

13.3a

1. v:S$\underline{a}$
3. v:OS$\underline{a}$
5. $\underline{v}$:S$\underline{a}$
10. (v:OA$\underline{v}$ ⊃ A$\underline{v}$)
15. (v:A$\underline{x}$v ⊃ A$\underline{v}$x)

13.4a

1. Válido

[∴ ~($\underline{v}$:$\underline{A}$ • $\underline{v}$:~$\underline{A}$)
* 1 ass: ($\underline{v}$:$\underline{A}$ • $\underline{v}$:~$\underline{A}$)
2 ∴ $\underline{v}$:$\underline{A}$ {de 1}
3 ∴ $\underline{v}$:~$\underline{A}$ {de 1}
4 v ∴ $\underline{A}$ {de 2}
5 v ∴ ~$\underline{A}$ {de 3}
6 ∴ ~($\underline{v}$:$\underline{A}$ • $\underline{v}$:~$\underline{A}$)
{de 1; 4 contra 5}

3. Inválido

[∴ ($\underline{v}$:B$\underline{a}$ v $\underline{v}$:~B$\underline{a}$)
* 1 ass: ~($\underline{v}$:B$\underline{a}$ v $\underline{v}$:~B$\underline{a}$)
* 2 ∴ ~$\underline{v}$:B$\underline{a}$ {de 1}
* 3 ∴ ~$\underline{v}$:~B$\underline{a}$ {de 1}
4 v ∴ ~B$\underline{a}$ {de 2}
5 vv ∴ B$\underline{a}$ {de 3}

5. Inválido

1 v:(x)OA$\underline{x}$
[∴ $\underline{v}$:A$\underline{v}$
* 2 ass: ~$\underline{v}$:A$\underline{v}$
3 v ∴ ~A$\underline{v}$ {de 2}

10. Válido

1 □($\underline{A}$ ⊃ $\underline{B}$)
[∴ ~($\underline{v}$:O$\underline{A}$ • ~$\underline{v}$:$\underline{B}$)

* 2 ass: (v:OA • ~v:B)
3 ∴ v:OA {de 2}
* 4 ∴ ~v:B {de 2}
5 v ∴ ~B {de 4}
* 6 v ∴ (A ⊃ B) {de 1}
7 v ∴ ~A {de 5 e 6}
8 v ∴ OA {de 3}
9 v ∴ A {de 8}
10 ∴ ~(v:OA • ~v:B) {de 2; 7 contra 9}

13.4b

1. Válido

[∴ ~(v:(x)OAx • ~v:Av)
* 1 ass: (v:(x)OAx • ~v:Av)
2 ∴ v:(x)OAx {de 1}
* 3 ∴ ~v:Av {de 1}
4 v ∴ ~Av {de 3}
5 v ∴ (x)OAx {de 2}
6 v ∴ OAv {de 5}
7 v ∴ Av {de 6}
8 ∴ ~(v:(x)OAx • ~v:Av) {de 1; 4 contradiz 7}

3. Válido

1 ☐(E ⊃ (N ⊃ M))
[∴ ~((v:E • v:N) • ~v:M)
* 2 ass: ((v:E • v:N) • ~v:M)
* 3 ∴ (v:E • v:N) {de 2}
* 4 ∴ ~v:M {de 2}
5 ∴ v:E {de 3}
6 ∴ v:N {de 3}
7 v ∴ ~M {de 4}
* 8 v ∴ (E ⊃ (N ⊃ M)) {de 1}
9 v ∴ E {de 5}
* 10 v ∴ (N ⊃ M) {de 8 e 9}
11 v ∴ ~N {de 7 e 10}
12 v ∴ N {de 6}
13 ∴ ~((v:E • v:N) • ~v:M) {de 2; 11 contradiz 12}

5. Válido

[∴ ~(v:(x)O~Kx • ~v:(N ⊃ ~Kv))
* 1 ☐ ass: (v:(x)O~Kx • ~v: (N ⊃ ~Kv))
2 ∴ v:(x)O~Kx {de 1}
* 3 ∴ ~v:(N ⊃ ~Kv) {de 1}
* 4 v ∴ ~(N ⊃ ~Kv) {de 3}
5 v ∴ N {de 4}
6 v ∴ Kv {de 4}
7 v ∴ (x)O~Kx {de 2}
8 v ∴ O~Kv {de 7}
9 v ∴ ~Kv {de 8}
10 ∴ ~(v:(x)O~Kx • ~v: (N ⊃ ~Kv)) {de 1; 6 contradiz 9}

10. Inválido

[∴ (v:Av ⊃ v:RAv)
* 1 ass: ~(v:Av ⊃ v:RAv)
2 ∴ v:Av {de 1}
* 3 ∴ ~v:RAv {de 1}
* 4 v ∴ ~RAv {de 3}
5 v ∴ O~Av {de 4}

13.5a

1. Ov:Sa
3. Rv:OSa
5. (x)~Rx:G
10. (Ov:x=x • (x=x • v:x=x))
15. (Ov:A ≡ ~◇(v:A • ~A))
20. (v:Axv ⊃ OAvx)
25. ((~Dv • Ov:Bj) ⊃ Ov:Fj)

13.6a

1. Válido

1 ☐(A ⊃ B)
* 2 ~Rv:B
[∴ ~Rv:A
* 3 ass: Rv:A
4 ∴ O~v:B {de 2}
5 D ∴ v:A {de 3}
* 6 D ∴ ~v:B {de 4}
7 Dv ∴ ~B {de 6}
* 8 Dv ∴ (A ⊃ B) {de 1}
9 Dv ∴ ~A {de 7 e 8}
10 Dv ∴ A {de 5}
11 ∴ ~Rv:A {de 3; 9 contradiz 10}

3. Válido

* 1 R(~v:A • ~v:~A)
[∴ ~Ov:A
2 ass: Ov:A
3 D ∴ (~v:A • ~v:~A) {de 1}
4 D ∴ v:A {de 2}
5 D ∴ ~v:A {de 3}
6 ∴ ~Ov:A {de 2; 4 contradiz 5}

5. Inválido

1 Oa:(C • D)

[∴ O$\underline{b}$:C
* 2 ass: ~O$\underline{b}$:C
* 3 ∴ R~$\underline{b}$:C {de 2}
* 4 D ∴ ~$\underline{b}$:C {de 3}
5 Db ∴ ~C {de 4}
6 D ∴ $\underline{a}$:(C • D) {de 1}
* 7 Da ∴ (C • D) {de 6}
8 Da ∴ C {de 7}
9 Da ∴ D {de 7}

10. Válido

1 O$\underline{v}$:(A ⊃ OB$\underline{v}$)
[∴ ~($\underline{v}$:A • ~$\underline{v}$:B$\underline{v}$)
* 2 ┌ ass: ($\underline{v}$:A • ~$\underline{v}$:B$\underline{v}$)
3 │ ∴ $\underline{v}$:A {de 2}
* 4 │ ∴ ~$\underline{v}$:B$\underline{v}$ {de 2}
5 │ v ∴ ~B$\underline{v}$ {de 4}
6 │ ∴ $\underline{v}$:(A ⊃ OB$\underline{v}$) {de 1}
7 │ v ∴ A {de 3}
* 8 │ v ∴ (A ⊃ OB$\underline{v}$) {de 6}
9 │ v ∴ OB$\underline{v}$ {de 7 e 8}
10 └ v ∴ B$\underline{v}$ {de 9}
11 ∴ ~($\underline{v}$:A • ~$\underline{v}$:B$\underline{v}$) {de 2; 5 contra 10}

13.6b

1. Válido

1 O$\underline{v}$:G
[∴ ~R$\underline{v}$:~G
* 2 ┌ ass: R$\underline{v}$:~G
3 │ D ∴ $\underline{v}$:~G {de 2}
4 │ D ∴ $\underline{v}$:G {de 1}
5 │ Dv ∴ ~G {de 3}
6 └ Dv ∴ G {de 4}
7 ∴ ~R$\underline{v}$:~G {de 2; 5 contradiz 6}

3. Válido

[∴ O~(v:OAv • ~v:Av)
* 1 ┌ ass: ~O~($\underline{v}$:OA$\underline{v}$ • ~$\underline{v}$:A$\underline{v}$)
* 2 │ ∴ R($\underline{v}$:OA$\underline{v}$ • ~$\underline{v}$:A$\underline{v}$) {de 1}
* 3 │ D ∴ ($\underline{v}$:OA$\underline{v}$ • ~$\underline{v}$:A$\underline{v}$) {de 2}
4 │ D ∴ $\underline{v}$:OA$\underline{v}$ {de 3}
* 5 │ D ∴ ~$\underline{v}$:A$\underline{v}$ {de 3}
6 │ Dv ∴ ~A$\underline{v}$ {de 5}
7 │ Dv ∴ OA$\underline{v}$ {de 4}
8 └ Dv ∴ A$\underline{v}$ {de 7}
9 ∴ O~($\underline{v}$:OA$\underline{v}$ • ~$\underline{v}$:A$\underline{v}$) {de 1; 6 contradiz 8}

5. Válido

1 □(E ⊃ C)
* 2 O$\underline{v}$:E
[∴ O$\underline{v}$:C
* 3 ┌ ass: ~O$\underline{v}$:C
* 4 │ ∴ R~$\underline{v}$:C {de 3}
* 5 │ D ∴ ~$\underline{v}$:C {de 4}
6 │ Dv ∴ ~C {de 5}
* 7 │ Dv ∴ (E ⊃ C) {de 1}
8 │ Dv ∴ ~E {de 6 e 7}
9 │ D ∴ $\underline{v}$:E {de 2}
10 └ Dv ∴ E {de 9}
11 ∴ ~O$\underline{v}$:E {de 3; 8 contradiz 10}

10. Válido

1 a:F
2 O$\underline{a}$:F
3 ~F
4 C
5 a:(F v C)
6 ~K
[∴ (((O$\underline{a}$:(F v C) • (F v C)) • a:(F v C)) • ~K)
* 7 ┌ ass: ~(((O$\underline{a}$:(F v C) • (F v C)) • a:(F v C)) • ~K)
* 8 │ ∴ ~((O$\underline{a}$:(F v C) • (F v C)) • a:(F v C)) {de 6 e 7}
* 9 │ ∴ ~(O$\underline{a}$:(F v C) • (F v C)) {de 5 e 8}
10 │ ass: ~(F v C) {qvebra de 9}
11 │ ∴ ~C {de 10}
12 │ ∴ (F v C) {de 10; 4 contradiz 11}
* 13 │ ∴ ~O$\underline{a}$:(F v C) {de 9 e 12}
* 14 │ ∴ R~$\underline{a}$:(F v C) {de 13}
* 15 │ D ∴ ~$\underline{a}$:(F v C) {de 14}
16 │ D ∴ $\underline{a}$:F {de 2}
17 │ Dv ∴ ~(F v C) {de 15}
18 │ Dv ∴ F {de 16}
19 └ Dv ∴ ~F {de 17}
20 ∴ (((O$\underline{a}$:(F v C) • (F v C)) • a:(F v C)) • ~K) {de 7; 18 contradiz 19}

15. Válido

1 O$\underline{v}$:(M ⊃ F)
[∴ ~($\underline{v}$:M • ~v:F)

* 2 ass: (v:M • ~v:F)
3 ∴ v:M {de 2}
* 4 ∴ ~v:F {de 2}
5 v ∴ ~F {de 4}
6 ∴ v:(M ⊃ F) {de 1}
7 v ∴ M {de 3}
* 8 v ∴ (M ⊃ F) {de 6}
9 v ∴ ~M {de 5 e 8}
10 ∴ ~(v:M • ~v:F) {de 2; 7 contra 9}

20. Inválido

1 O~(v:A • ~v:B)
[∴ (v:A ⊃ v:B)
* 2 ass: ~(v:A ⊃ v:B)
3 v:A {de 2}
4 ~v:B {de 2}
5 ~(v:A • ~v:B) {de 1}
** 6 ass: ~v:A {qvebra de 5}
7 v ∴ ~A {de 6}

25. Válido

1 Ov:(P ⊃ OAv)
2 Ov:P
[∴ v:Av
* 3 ass: ~v:Av
4 v ∴ ~Av {de 3}
5 ∴ v:(P ⊃ OAv) {de 1}
6 ∴ v:P {de 2}
* 7 v ∴ (P ⊃ OAv) {de 5}
8 v ∴ P {de 6}
9 v ∴ OAv {de 7 e 8}
10 v ∴ Av {de 9}
11 ∴ v:Av {de 3; 4 contradiz 10}

30. Inválido

	a, b
D	a:A, ~b:A
DD	b:A, ~a:A

1 (x)Rx:A
[∴ R(x)x:A
* 2 ass: ~R(x)x:A
3 ∴ O~(x)x:A {de 2}
* 4 ∴ Ra:A {de 1}
5 D ∴ a:A {de 4}
* 6 D ∴ ~(x)x:A {de 3}
* 7 D ∴ (∃x)~x:A {de 6}
* 8 D ∴ ~b:A {de 7}
9 Db ∴ ~A {de 8}
* 10 ∴ Rb:A {de 1}
11 DD ∴ b:A {de 10}

Loop infinito: acrescente "~a:A" ao mundo DD para tornar a conclusão falsa. (Você não foi exigido a dar uma refutação).

14.6 (Ver nota de rodapé ao final do Capítulo 14)

1. [∴ ~(v:RA • ~v:(∃F)(FA • ■(X)(FX ⊃ RX)))
1 ass: (v:RA • ~ v:(∃F)(FA • ■ (X)(FX ⊃ RX)))
2 ∴ v:RA {de 1}
* 3 ∴ ~v:(∃F)(FA • ■(X)(FX ⊃ RX)) {de 1}
* 4 v ∴ ~(∃F)(FA • ■(X)(FX ⊃ RX)) {de 3}
5 v ∴ RA {de 2}
6 v ∴ (∃F)(FA • ■(X)(FX ⊃ RX)) {de 5 por G5}
7 ∴ ~(v:RA • ~v:(∃F)(FA • ■(X(FX ⊃ RX))) {de 1; 4 contradiz 6}

2. [∴ ~(v:Av • ~v:(∃F)(F*Av • ■(X)(FX ⊃ MX)))
* 1 ass: (v:Av • ~v:(∃F)(F*Av • ■(X)(FX ⊃ MX)))
2 ∴ v:Av {de 1}
* 3 ∴ ~v:(∃F)(F*Av • ■(X)(FX ⊃ MX)) {de 1}
* 4 v ∴ ~(∃F)(F*Av • ■(X)(FX ⊃ MX)) {de 3}
5 v ∴ Av {de 2}
6 v ass: ~RAv
7 v ∴ O~Av {de 6}
8 v ∴ ~Av {de 7}
9 v ∴ RAv {de 6; 5 contradiz 8}
* 10 v ∴ (∃F)(FAv • ■(X)(FX ⊃ RX)) {de 9 por G5}
* 11 v ∴ (GAv • ■(X)(GX ⊃ RX)) {de 10}
12 v ∴ GAv {de 11}
13 v ∴ ■(X)(GX ⊃ RX) {de 11}
14 v ∴ (X)(∃F)F*X {pela regra G11}
* 15 v ∴ (∃F)F*Av {de 14}
16 v ∴ H*Av {de 15}
* 17 v ∴ (HAv • (F)(FAv ⊃ □(X)(HX ⊃ FX))) {de 16 por G10}
18 v ∴ HAv {de 17}
19 v ∴ (F)(FAv ⊃ □(X)(HX ⊃ FX)) {de 17}

* 20 | v ∴ (GAx ⊃ □(X)(HX ⊃ GX)) {de 19}
21 | v ∴ □(X)(HX ⊃ GX) {de 12 e 20}
22 | v ∴ (F)~(F*Ax • ■(X)(FX ⊃ MX)) {de 4}
* 23 | v ∴ ~(H*Ax • ■(X)(HX ⊃ MX)) {de 22}
24 | v ∴ ~■(X)(HX ⊃ MX) {de 16 e 23}
* 25 | vH ∴ ~(X)(HX ⊃ MX) {de 24 por G8}
* 26 | vH ∴ (∃X)~(HX ⊃ MX) {de 25}
* 27 | vH ∴ ~(HB ⊃ MB) {de 26}
28 | vH ∴ HB {de 27}
29 | vH ∴ ~MB {de 27}
30 | vH ∴ (X)(HX ⊃ GX) {de 21}
* 31 | vH ∴ (HB ⊃ GB) {de 30}
32 | vH ∴ GB {de 28 e 31}
33 | vH ∴ (X)(GX ⊃ RX) {de 13 por G7}
* 34 | vH ∴ (GB ⊃ RB) {de 33}
35 | vH ∴ RB {de 32 e 34}
36 | vH ∴ MB {de 35 por G1}
37 ∴ ~(v:Av • ~v:(∃F)(F*Av • ■(X)(FX ⊃ MX))) {de 1; 29 contradiz 36}

ÍNDICE ONOMÁSTICO E DE ASSUNTOS